



# CONTRÔLE ACTIF DE MICRO-COMPOSANTS ELECTRONIQUES

Yann Meyer

► To cite this version:

Yann Meyer. CONTRÔLE ACTIF DE MICRO-COMPOSANTS ELECTRONIQUES. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Franche-Comté, 2005. Français. NNT : . tel-00172199

**HAL Id: tel-00172199**

**<https://theses.hal.science/tel-00172199>**

Submitted on 14 Sep 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 1108

Année 2005



FEMTO ST  
Laboratoire de Mécanique Appliquée R. Chaléat  
Dynamique des Structures  
Unité Mixte de Recherche commune à  
l'Université de Franche-Comté et au CNRS  
UMR CNRS 6174



## THESE

# CONTRÔLE ACTIF DE MICRO-COMPOSANTS ELECTRONIQUES

présentée dans le cadre de l'école doctorale SPIM  
pour l'obtention du  
**Grade de Docteur**  
de l'Université de Franche-Comté  
Spécialité: Sciences de l'Ingénieur  
par

**yann MEYER**

présentée et soutenue publiquement le 29 Novembre 2005  
devant le jury composé de

**J. POUGET**, Directeur de Recherche CNRS, Université de Versailles . . . . . Président du jury  
**R. DUFOUR**, Professeur des Universités, Insa Lyon . . . . . Rapporteur  
**M. ICHCHOU**, Maître de Conférence HDR, Ecole Centrale de Lyon . . . . . Rapporteur  
**M. COLLET**, Chargé de Recherche CNRS HDR, Université de Franche-Comté . . . . . Examineur  
**P. DELOBELLE**, Ingénieur de Recherche RF, Université de Franche-Comté . . . . . Examineur  
**P. MURALT**, Professeur Titulaire, EPFL . . . . . Examineur  
**J.-C. LE ROY**, Ingénieur de Recherche, SAGEM . . . . . Invité



à mes parents, à Maxime

à Delphine





# Remerciements

Ce manuscrit est une synthèse des travaux effectués au cours de ces trois dernières années au sein de l'Institut Femto ST au département du Laboratoire de Mécanique Appliquée Raymond Chaléat (LMARC).

J'exprime ici ma profonde gratitude à M. Patrick Delobelle, Ingénieur de Recherche RF à l'Université de Franche-Comté et M. Manuel Collet, Chargé de Recherche CNRS HDR à l'Université de Franche-Comté, de m'avoir confié ce sujet de thèse aux objectifs ambitieux et d'avoir partagé leur savoir scientifique. Leur soutien et l'ensemble de leurs conseils ont été les vecteurs de réussite de cette thèse.

La rencontre et la collaboration scientifique avec M. Paul Muralt, Professeur titulaire au Laboratoire de Céramique de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) et M. Jacek Baborowski, Ingénieur de Recherche au Centre Suisse d'Electronique et de Microtechnologies (CSEM), m'ont permis d'acquérir les clefs nécessaires à la compréhension des problématiques liées au micromonde. Le partage de leur savoir et leur savoir-faire ont rendu possible la mise en oeuvre expérimentale de structures de contrôle MEMS. Ils ont fortement contribué à la réussite de ce projet. Je les remercie donc, pour l'ouverture scientifique qu'ils ont apportée à ma réflexion et à mon travail de thèse.

Je tiens à remercier M. Régis Dufour, Professeur des Universités à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA Lyon), et M. Mohammed Ichchou, Maître de Conférence HDR à l'Ecole Centrale de Lyon (ECL), pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour ce projet en acceptant de l'examiner et d'en être rapporteurs. Leurs observations, leurs remarques et leurs questions ont permis, d'une part, d'améliorer le manuscrit final de thèse et, d'autre part, de donner de nouvelles perspectives à ce travail.

J'adresse mes plus vifs remerciements à M. Joël Pouget, Directeur de Recherche CNRS à l'Université de Versailles / Saint Quentin en Yvelines pour avoir accepté d'examiner mes travaux et d'être président du jury.

Je remercie également M. Jean-Claude Le Roy, Ingénieur de Recherche SAGEM S.A., d'avoir accepté de participer à mon jury.

Ce projet de thèse n'aurait pu aboutir sans l'appui de l'ensemble des équipes de recherches du LMARC. La partie expérimentale de ce projet doit beaucoup à la compétence et à l'efficacité de M. Emmanuel Foltete, Maître de Conférences à l'Université de Franche-Comté, et M. Jean-Louis Masson, Technicien au LMARC. Ils ont, sans nul doute, contribué à la qualité des résultats expérimentaux présentés dans ce manuscrit.

Je remercie toutes les personnes qui sont déplacées pour assister à ma soutenance et, particulièrement, Arnaud (x2), Cédric, Céline, Fabien (x2), Ludek, Ludo, ... pour toutes les conversations constructives et pour tous les bons moments partagés durant cette faste période.

Enfin, les mots sont trop faibles pour décrire mes profonds remerciements à ma famille ainsi qu'à Delphine pour sa présence et son soutien de chaque instant.

Que tous soient assurés de ma gratitude et de ma reconnaissance.

MERCI.

# Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Préambule</b>   | <b>i</b>  |
| <b>Introduction générale</b>   | <b>1</b>  |
| <b>I Généralités</b>   | <b>7</b>  |
| <b>1 Généralités sur le contrôle actif des structures</b>                  | <b>9</b>  |
| 1.1 Historique . . . . .   | 9         |
| 1.2 Principes fondamentaux . . . . .                                       | 10        |
| 1.2.1 Mécanismes physiques du contrôle actif . . . . .                     | 10        |
| 1.2.2 Stratégies de contrôle . . . . .                                     | 11        |
| 1.3 Notion de contrôleur adaptatif . . . . .                               | 14        |
| 1.4 Difficultés de mise en oeuvre . . . . .                                | 14        |
| 1.5 Applications classiques du contrôle actif . . . . .                    | 16        |
| 1.5.1 Réduction du bruit se propageant dans un conduit . . . . .           | 17        |
| 1.5.2 Casque de protection auditive actif . . . . .                        | 18        |
| 1.5.3 Plots actifs . . . . .   | 18        |
| 1.5.4 Plats-formes actives multi-directionnelles . . . . .                 | 19        |
| 1.5.5 Réduction des vibrations d'un bras de satellite . . . . .            | 19        |
| 1.5.6 Réduction des vibrations dans les ailes d'avions . . . . .           | 20        |
| 1.5.7 Contrôle actif du bruit rayonné par le fuselage d'un avion . . . . . | 21        |
| 1.5.8 Réduction du bruit rayonné par des équipements . . . . .             | 21        |
| 1.5.9 Suspension automobile active . . . . .                               | 21        |
| 1.5.10 Applications aux structures de génie civil . . . . .                | 23        |
| 1.6 Conclusion . . . . .   | 24        |
| Bibliographie . . . . .  | 24        |
| <b>2 Modélisation et contrôle des structures</b>                           | <b>29</b> |
| 2.1 Modélisation des systèmes mécaniques . . . . .                         | 29        |
| 2.2 Décomposition sur la base modale . . . . .                             | 30        |
| 2.3 Modélisation de l'amortissement . . . . .                              | 32        |
| 2.4 Equations d'état . . . . .   | 34        |
| 2.4.1 Formulation classique . . . . .                                      | 34        |
| 2.4.2 Formulation dans l'espace modal . . . . .                            | 35        |
| 2.5 Boucle de rétroaction . . . . .  | 36        |
| 2.6 Stabilité du système d'état . . . . .                                  | 36        |
| 2.7 Observabilité et contrôlabilité . . . . .                              | 37        |
| 2.7.1 Observabilité . . . . .  | 37        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 2.7.2    | Contrôlabilité . . . . .   | 38        |
| 2.8      | Stabilité et robustesse . . . . .  | 39        |
| 2.8.1    | Stabilité . . . . .  | 39        |
| 2.8.2    | Robustesse . . . . .   | 42        |
| 2.9      | Phénomène de spill-over . . . . .  | 47        |
| 2.10     | Conclusion . . . . .   | 49        |
|          | Bibliographie . . . . .  | 49        |
| <b>3</b> | <b>Piézoélectricité : mécanismes, modélisations et dépositions</b>   | <b>51</b> |
| 3.1      | Définition . . . . .   | 51        |
| 3.2      | Historique . . . . .   | 51        |
| 3.3      | Mécanismes de la piézoélectricité . . . . .  | 52        |
| 3.3.1    | Cas classique du quartz . . . . .  | 52        |
| 3.3.2    | Les céramiques piézoélectriques . . . . .  | 54        |
| 3.4      | Applications . . . . .   | 55        |
| 3.4.1    | Mesure de pression, de force et Génération de déplacement, d'effort  | 55        |
| 3.4.2    | Applications électro-acoustiques . . . . .   | 56        |
| 3.4.3    | Génération et réception de sons ou d'ultrasons . . . . .   | 56        |
| 3.4.4    | Applications radioélectriques . . . . .  | 56        |
| 3.4.5    | Équivalent électrique du résonateur piézoélectrique . . . . .  | 57        |
| 3.4.6    | Générateurs de fréquences . . . . .  | 57        |
| 3.4.7    | Filtres à "quartz" . . . . .   | 58        |
| 3.4.8    | Lignes de retard . . . . .   | 58        |
| 3.5      | Principaux matériaux piézoélectriques déposés en couches minces . . . . .  | 58        |
| 3.5.1    | L'oxyde de zinc (ZnO) . . . . .  | 58        |
| 3.5.2    | Le Nitrure d'Aluminium (AlN) . . . . .   | 59        |
| 3.5.3    | Le Zirconate-Titanate de Plomb (PZT) . . . . .   | 59        |
| 3.5.4    | Matériau privilégié lors de la conception de structures . . . . .  | 59        |
| 3.6      | Modélisation linéaire du phénomène . . . . .   | 60        |
| 3.6.1    | Equations constitutives . . . . .  | 60        |
| 3.6.2    | Etat de l'art . . . . .  | 63        |
| 3.6.3    | Hypothèses de Kirchhoff-Love . . . . .   | 64        |
| 3.7      | Réflexions sur la prise en compte de l'effet de cisaillement dans les couches<br>piézoélectriques minces . . . . . | 65        |
| 3.8      | Modélisation non-linéaire des matériaux ferroélectriques . . . . .   | 67        |
| 3.9      | Techniques de déposition . . . . .   | 68        |
| 3.9.1    | Etat de l'art . . . . .  | 68        |
| 3.9.2    | Démarche privilégiée . . . . .   | 70        |
| 3.10     | La Polarisation des céramiques piézoélectriques . . . . .  | 74        |
| 3.10.1   | Principe . . . . .   | 74        |
| 3.10.2   | Phénomène de dépolarisation . . . . .  | 75        |
| 3.10.3   | Moyens de polarisation . . . . .   | 75        |
| 3.10.4   | Mesures des courbes d'hystérésis . . . . .   | 75        |
| 3.10.5   | Domaines piézoélectriques . . . . .  | 75        |
| 3.11     | Conclusion . . . . .   | 76        |
|          | Bibliographie . . . . .  | 76        |

## II Les méthodes de stabilisation active versus les méthodes d'isolation active 83

|   |            |
|---|------------|
| <b>4 Méthodes de stabilisation active</b>                         | <b>85</b>  |
| 4.1 Introduction . . . . .  | 85         |
| 4.2 Panorama des lois de contrôle . . . . .                       | 86         |
| 4.2.1 Contrôle optimal . . . . .                                  | 86         |
| 4.2.2 Contrôle modal . . . . .                                    | 88         |
| 4.2.3 Contrôle non-linéaire . . . . .                             | 88         |
| 4.2.4 Contrôle par placement des pôles . . . . .                  | 89         |
| 4.2.5 Contrôle de Komornik . . . . .                              | 90         |
| 4.3 Amortissement actif colocalisé . . . . .                      | 90         |
| 4.3.1 Propriétés de l'amortissement colocalisé . . . . .          | 90         |
| 4.3.2 Théorie de l'amortissement colocalisé . . . . .             | 92         |
| 4.3.3 Limitations de l'IFF-DVF . . . . .                          | 93         |
| 4.4 Méthodes d'optimisation primales - duales . . . . .           | 93         |
| 4.4.1 Etat de l'art . . . . .                                     | 93         |
| 4.4.2 Optimisation de l'amortissement colocalisé . . . . .        | 95         |
| 4.5 Conclusion . . . . .  | 104        |
| Bibliographie . . . . .   | 104        |
| <b>5 Les méthodes d'isolation active</b>                          | <b>109</b> |
| 5.1 Introduction . . . . .  | 109        |
| 5.2 Isolateur "Sky-hook" . . . . .                                | 111        |
| 5.2.1 Isolateur "Sky-hook" sans dynamique interne . . . . .       | 111        |
| 5.2.2 Isolateur "Sky-hook" avec dynamique interne . . . . .       | 113        |
| 5.3 Méthodes générales de suspension . . . . .                    | 116        |
| 5.3.1 Isolation par surface de glissement intégrale . . . . .     | 116        |
| 5.3.2 Synthèse de lois d'isolation par optimisation LMI . . . . . | 118        |
| 5.4 Conclusion . . . . .  | 126        |
| Bibliographie . . . . .   | 127        |

## III Applications et mises en oeuvre expérimentales 129

|  |            |
|--|------------|
| <b>6 Stabilisation active d'un accéléromètre à poutres vibrantes</b>         | <b>131</b> |
| 6.1 Introduction . . . . .   | 131        |
| 6.1.1 Propriétés du quartz . . . . .   | 134        |
| 6.1.2 Spécifications requises pour la structure . . . . .                    | 137        |
| 6.1.3 Choix du logiciel Femlab . . . . .                                     | 137        |
| 6.1.4 Hypothèses de travail . . . . .  | 137        |
| 6.2 Modélisation purement mécanique d'une cellule accélérométrique . . . . . | 137        |
| 6.2.1 Equation de mouvement de la structure mécanique . . . . .              | 137        |
| 6.2.2 Modélisation directe par éléments finis . . . . .                      | 138        |
| 6.2.3 Modélisation par sous-structuration . . . . .                          | 139        |
| 6.3 Etude du contrôle de la cellule accélérométrique . . . . .               | 144        |
| 6.3.1 Contraintes . . . . .  | 144        |
| 6.3.2 Optimisation topologique des électrodes d'activation . . . . .         | 145        |
| 6.3.3 Test de faisabilité du contrôle . . . . .                              | 146        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 6.4      | Mise en oeuvre expérimentale . . . . .  | 157        |
| 6.4.1    | Analyse vibratoire d'une cellule . . . . .  | 159        |
| 6.4.2    | Stabilisation active d'une cellule . . . . .  | 162        |
| 6.4.3    | Analyse vibratoire d'un accéléromètre . . . . .   | 165        |
| 6.5      | Conclusion . . . . .  | 167        |
|          | Bibliographie . . . . .   | 167        |
| <b>7</b> | <b>Microsuspensions actives</b>   | <b>169</b> |
| 7.1      | Introduction . . . . .  | 169        |
| 7.2      | Description des structures étudiées . . . . .   | 170        |
| 7.2.1    | Dispositif avec capteur interne de force . . . . .  | 170        |
| 7.2.2    | Dispositif avec capteur interne de force et de déplacement relatif . .                                    | 172        |
| 7.2.3    | Configuration du système multiélectrodes . . . . .  | 172        |
| 7.2.4    | Préparation des dispositifs . . . . .   | 174        |
| 7.3      | Etude de la suspension avec un capteur de force interne . . . . .   | 175        |
| 7.3.1    | Modélisation multiphysique de la structure . . . . .  | 175        |
| 7.3.2    | Caractérisations expérimentales . . . . .   | 179        |
| 7.3.3    | Mises en oeuvre expérimentales du contrôle . . . . .  | 185        |
| 7.3.4    | Conclusion . . . . .  | 196        |
| 7.4      | Etude de la suspension avec un capteur de force interne et un capteur de<br>déplacement relatif . . . . . | 196        |
| 7.4.1    | Modélisation multiphysique de la structure . . . . .  | 196        |
| 7.4.2    | Caractérisations expérimentales . . . . .   | 199        |
| 7.4.3    | Mises en oeuvre expérimentales du contrôle . . . . .  | 202        |
| 7.4.4    | Conclusion . . . . .  | 210        |
| 7.5      | Perspectives . . . . .  | 211        |
|          | Bibliographie . . . . .   | 211        |
|          | <b>Conclusion générale et Perspectives</b>  | <b>213</b> |
|          | <b>Annexes</b>  | <b>218</b> |
| <b>A</b> | <b>Vérifications de l'équivalence</b>   | <b>221</b> |
| A.1      | Formulation primal du problème avec la condition de Fourier duale . . . .                                 | 221        |
| A.2      | Formulation faible du problème primal avec la condition de Fourier . . . .                                | 221        |
| <b>B</b> | <b>Paramètres matériaux des diélectriques utilisés</b>  | <b>223</b> |
| B.1      | Le PZT . . . . .  | 223        |
| B.2      | Le quartz . . . . .   | 224        |
| <b>C</b> | <b>Table vibrante</b>   | <b>227</b> |
| C.1      | Introduction . . . . .  | 227        |
| C.2      | Solution adoptée . . . . .  | 227        |
| <b>D</b> | <b>Support de maintien d'une cellule accélérométrique</b>   | <b>235</b> |
| D.1      | Introduction . . . . .  | 235        |
| D.2      | Solution choisie . . . . .  | 235        |

---

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>E</b> | <b>Couplage électrique dans les dispositifs de suspension</b> | <b>241</b> |
| E.1      | Introduction . . . . .  | 241        |
| E.2      | Dispositif d'isolation de type poutre . . . . .               | 241        |
| E.3      | Application numérique . . . . .                               | 244        |
| E.4      | Conclusions . . . . .   | 247        |





# Table des figures

|      |  |    |
|------|--|----|
| 1.1  | Contrôle actif du bruit dans une conduite . . . . .  | 9  |
| 1.2  | Contrôle actif du bruit localisé . . . . .   | 10 |
| 1.3  | Boucle de contrôle ouverte . . . . .   | 12 |
| 1.4  | Boucle de contrôle par anticipation . . . . .  | 12 |
| 1.5  | Boucle de contrôle par rétroaction . . . . .   | 13 |
| 1.6  | Principe du contrôle adaptatif . . . . .   | 14 |
| 1.7  | Atténuation $R$ en fonction des erreurs de phase et d'amplitude . . . . .                            | 15 |
| 1.8  | Zones d'application classique du contrôle actif . . . . .  | 16 |
| 1.9  | Principe du contrôle actif du bruit dans un conduit . . . . .  | 18 |
| 1.10 | Casque de protection auditive actif . . . . .  | 18 |
| 1.11 | "Plots actifs" . . . . .   | 19 |
| 1.12 | Implantations de "plots actifs" . . . . .  | 19 |
| 1.13 | Exemples de plates-formes de type "Stewart" . . . . .  | 20 |
| 1.14 | Bras de satellite équipé d'un dispositif de contrôle de vibrations . . . . .                         | 20 |
| 1.15 | Dispositif de contrôle de vibrations d'une aile d'avion . . . . .                                    | 21 |
| 1.16 | Suspensions automobiles actives . . . . .  | 22 |
| 1.17 | Amortisseur à masse accordée passif . . . . .  | 23 |
| 1.18 | Amortisseur à masse accordée actif . . . . .   | 24 |
| 1.19 | Amortisseur à masse accordée hybride actif-passif . . . . .  | 24 |
| 2.1  | Boucle de rétroaction étudiée. . . . .   | 42 |
| 2.2  | Spécifications d'une boucle de rétroaction. . . . .  | 43 |
| 2.3  | Définition de la marge de gain. . . . .  | 44 |
| 2.4  | Définition de la marge de phase. . . . .   | 44 |
| 2.5  | Diagramme de Nyquist des systèmes nominal et perturbé. . . . .                                       | 46 |
| 2.6  | Conditions de conception sur $ GH $ . . . . .  | 47 |
| 2.7  | Mécanisme du phénomène de spill-over . . . . .   | 48 |
| 3.1  | Maille cristalline de type rhomboédrique . . . . .   | 53 |
| 3.2  | Schéma de la projection d'une maille élémentaire de quartz. . . . .                                  | 53 |
| 3.3  | Modes de vibrations d'une céramique piézoélectrique . . . . .  | 54 |
| 3.4  | Schéma électrique équivalent d'un résonateur piézoélectrique . . . . .                               | 57 |
| 3.5  | Coupe longitudinale d'une plaque de kirchhoff-Love . . . . .   | 64 |
| 3.6  | Dimensions de la poutre étudiée. . . . .   | 65 |
| 3.7  | Graphique comparatif de la déflexion statique pour différentes configurations<br>numériques. . . . . | 67 |
| 3.8  | Synthèse des principales techniques de déposition. . . . .   | 68 |
| 3.9  | Processus générique appliqué de la micro fabrication d'un cantilever. . . . .                        | 71 |
| 3.10 | Schéma de l'ensemble des défauts possibles d'une couche mince . . . . .                              | 74 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 3.11 | La polarisation d'une céramique piézoélectrique. . . . .  | 74  |
| 3.12 | Les effets du champ électrique sur la polarisation et l'effet de traction/compression correspondant d'un élément de céramique. . . . .    | 76  |
| 4.1  | Etude du contrôle d'une poutre élançée . . . . .  | 85  |
| 4.2  | Lieu d'Evans de la poutre élançée. . . . .  | 86  |
| 4.3  | Diagramme de Bode de la poutre élançée entre le déplacement et la force de contrôle. . . . .  | 91  |
| 4.4  | Système mécanique étudié . . . . .  | 95  |
| 4.5  | Distribution de Heaviside de polarisation et de localisation du matériau piézoélectrique . . . . .  | 96  |
| 4.6  | Valeurs du critère sur le premier mode en fonction de la longueur des transducteurs . . . . .   | 103 |
| 4.7  | Lieux d'Evans des trois premiers modes des structures . . . . .   | 104 |
| 5.1  | Suspension simple "Masse-Ressort-Amortisseur" . . . . .   | 109 |
| 5.2  | Evolution de la fonction de transfert pour différentes valeurs de $\xi = \frac{C}{2} \cdot \sqrt{\frac{M}{K}}$ . . . . .                  | 110 |
| 5.3  | Suspension "sky-hook" équivalente. . . . .  | 111 |
| 5.4  | Evolution de la fonction de transfert pour différentes valeurs de $\xi$ et de $\xi_h$ . . . . .   | 112 |
| 5.5  | Isolateur "sky-hook" par retour de force de réaction. . . . .   | 112 |
| 5.6  | Isolateur "sky-hook" par retour d'accélération d'un élément flexible. . . . .   | 113 |
| 5.7  | Isolateur "sky-hook" par retour de force de réaction d'un élément flexible. . . . .   | 114 |
| 5.8  | Lieu d'Evans du système d'isolation pour une structure peu flexible. . . . .  | 115 |
| 5.9  | Lieu d'Evans du système d'isolation pour une structure fortement flexible. . . . .  | 115 |
| 5.10 | Comparaison des diagrammes de Bode du système sans contrôle et avec un contrôle optimisé par surface de glissement . . . . .              | 117 |
| 5.11 | Problème sous une forme standard. . . . .   | 118 |
| 5.12 | Comparaison des diagrammes de Bode du système sans contrôle et avec un contrôle optimisé pour une mesure du déplacement relatif . . . . . | 121 |
| 5.13 | Système d'isolation fondé sur une mesure mixte . . . . .  | 122 |
| 5.14 | Norme $H_2$ du contrôle mixte pour différentes valeurs de a et b . . . . .  | 124 |
| 5.15 | Norme $H_\infty$ du contrôle mixte pour différentes valeurs de a et b. . . . .  | 124 |
| 5.16 | Diagrammes de Bode pour différentes valeurs de a. . . . .   | 125 |
| 5.17 | Evolution de la force moyenne de contrôle en fonction de a. . . . .   | 126 |
| 5.18 | Comparaison des diagrammes de Bode du système sans contrôle et avec un contrôle mixte optimisé . . . . .                                  | 126 |
| 6.1  | Cellule accélérométrique en quartz . . . . .  | 131 |
| 6.2  | Première déformée modale de la poutre centrale en quartz . . . . .  | 132 |
| 6.3  | Localisation des liaisons dans une cellule accélérométrique . . . . .   | 132 |
| 6.4  | Fonctions de transfert entre des excitations suivant les axes Z et X et l'accélération subie par la masse. . . . .                        | 133 |
| 6.5  | Déformée du premier mode de structure de la cellule . . . . .   | 133 |
| 6.6  | Déformée du second mode de structure de la cellule. . . . .   | 134 |
| 6.7  | Configurations des électrodes d'actionnement sur une poutre en quartz . . . . .   | 135 |
| 6.8  | Déformation de la poutre pour une configuration d'électrodes de type (a). . . . .   | 135 |
| 6.9  | Déformation de la poutre pour une configuration d'électrodes de type (b). . . . .   | 136 |
| 6.10 | Evolution du champ électrique $E_2$ dans la longueur d'une poutre . . . . .   | 136 |
| 6.11 | Modèle graphique de la cellule accélérométrique . . . . .   | 138 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 6.12 | Maillage de la cellule accélérométrique . . . . .  | 139 |
| 6.13 | Cadre de la cellule maillé . . . . .   | 140 |
| 6.14 | Effets de la gravure chimique . . . . .  | 142 |
| 6.15 | Coupe cristallographique du quartz employé . . . . .   | 142 |
| 6.16 | Défauts de fabrication sur le cadre de la cellule 1 . . . . .  | 143 |
| 6.17 | Défauts de fabrication sur le cadre de la cellule 2 . . . . .  | 143 |
| 6.18 | Face de la cellule où les électrodes sont déposées . . . . .   | 144 |
| 6.19 | Evolution de la première déformée principale dans la cellule accélérométrique au mode 1 . . . . .  | 147 |
| 6.20 | Evolution de la deuxième déformée principale dans la cellule accélérométrique au mode 1 . . . . .  | 148 |
| 6.21 | Evolution de la troisième déformée principale dans la cellule accélérométrique au mode 1 . . . . .   | 149 |
| 6.22 | Localisation des électrodes excitatrices . . . . .   | 150 |
| 6.23 | Evolution de $S_1$ suivant $y$ pour le mode 1 dans la zone 1 . . . . .   | 151 |
| 6.24 | Schématisation dimensionnelle d'une section de poutre . . . . .  | 151 |
| 6.25 | Evolution de l'énergie de contrôle en fonction $y$ pour le mode 1 dans la zone 1154  |     |
| 6.26 | Evolution de l'énergie de contrôle en fonction $y$ pour le mode 1 dans la zone 2155  |     |
| 6.27 | Localisation des électrodes excitatrices avec les dimensions . . . . .   | 156 |
| 6.28 | Représentation du modèle "Masse-Ressort-Amortisseur" équivalent . . . . .  | 156 |
| 6.29 | Représentation de la boucle de contrôle . . . . .  | 157 |
| 6.30 | Diagramme de Bode représentant le rapport entre le signal émis par le capteur et la force excitatrice . . . . .  | 158 |
| 6.31 | Courbe représentant l'amortissement en fonction de la tension de contrôle . . . . .  | 158 |
| 6.32 | Courbe représentant l'atténuation du pic de résonance en fonction de la tension de contrôle . . . . .  | 159 |
| 6.33 | Schéma du montage expérimental d'analyse vibratoire . . . . .  | 159 |
| 6.34 | Photographie du montage expérimental . . . . .   | 160 |
| 6.35 | FRF expérimentales d'analyse vibratoire. La courbe en pointillés est la FRF entre le signal injecté aux bornes des électrodes optimisées et le signal émis par le vibromètre laser. La courbe en trait plein est la FRF entre le signal d'excitation de la table vibrante et le signal émis par le vibromètre laser) . . . . . | 161 |
| 6.36 | Schéma du montage de contrôle . . . . .  | 162 |
| 6.37 | Courbes expérimentales avec et sans contrôle . . . . .   | 163 |
| 6.38 | Zoom sur le mode 4 contrôlé . . . . .  | 163 |
| 6.39 | Zoom sur le mode 5 contrôlé . . . . .  | 164 |
| 6.40 | Zoom sur le mode 6 contrôlé . . . . .  | 164 |
| 6.41 | Schéma du montage de mesure et de contrôle de l'accéléromètre . . . . .  | 166 |
| 6.42 | FRF expérimentales entre les signaux du capteur et ceux émis par les électrodes de contrôle . . . . .  | 166 |
| 7.1  | Descriptif des couches des piézocomposites employés . . . . .  | 171 |
| 7.2  | Critère d'optimisation en fonction de la longueur des transducteurs . . . . .  | 171 |
| 7.3  | Dimensions du dispositif d'isolation de type poutre . . . . .  | 171 |
| 7.4  | Photographie du dispositif d'isolation de type poutre . . . . .  | 172 |
| 7.5  | Dimensions du dispositif d'isolation de type croix . . . . .   | 172 |
| 7.6  | Photographie du dispositif d'isolation de type croix . . . . .   | 173 |
| 7.7  | Dimensions du dispositif multiélectrode. . . . .   | 173 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 7.8  | Photographie du dispositif multiélectrode. . . . .   | 173 |
| 7.9  | Visualisation du potentiel électrique pour les dimensions de pistes choisies. . . . .  | 174 |
| 7.10 | Photographie d'un dispositif préparé pour la mise en oeuvre expérimentale . . . . .  | 175 |
| 7.11 | Schéma de la suspension comprenant ses conditions aux limites . . . . .  | 176 |
| 7.12 | Maillage "éléments finis" employé pour la suspension nue . . . . .   | 177 |
| 7.13 | Maillage "éléments finis" employé pour la suspension chargée . . . . .   | 177 |
| 7.14 | Première déformée modale de la poutre chargée de l'élément à isoler . . . . .  | 178 |
| 7.15 | Diagramme de Bode entre un déplacement imposé aux bords de la poutre et la charge émise par le capteur central. . . . .  | 178 |
| 7.16 | Photographie du montage global . . . . .   | 180 |
| 7.17 | Diagramme de Bode entre l'entrée et la sortie de l'amplificateur de puissance . . . . .  | 180 |
| 7.18 | Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des PZT actionneurs de la suspension et le capteur central pour la poutre nue. . . . .  | 181 |
| 7.19 | Diagramme de Bode entre la tension appliquée aux bornes des PZT actionneurs de la suspension et le capteur central, pour la poutre nue, avec la mise en évidence d'un effet de couplage . . . . .                  | 182 |
| 7.20 | Architecture du montage expérimental de contrôle pour la poutre avec une mesure extérieure . . . . .   | 183 |
| 7.21 | Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des PZT actionneurs de la poutre et le signal du vélocimètre laser. . . . .   | 183 |
| 7.22 | Architecture du montage expérimental de contrôle pour la poutre avec une mesure interne . . . . .  | 184 |
| 7.23 | Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par le capteur central interne pour de faibles niveaux de tension . . . . .                 | 184 |
| 7.24 | Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par le capteur central interne pour de grands niveaux de tension. . . . .                   | 185 |
| 7.25 | Fonctions de réponse en fréquence entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs de la suspension et le signal du capteur central pour la poutre non chargée et pour différents niveaux de tension. . . . . | 186 |
| 7.26 | Fonctions de réponse en fréquence entre la tension d'excitation des actionneurs de la table vibrante et le signal du capteur central pour la poutre non chargée et pour différents niveaux de tension 1 . . . . .  | 187 |
| 7.27 | Fonctions de réponse en fréquence entre la tension d'excitation des actionneurs de la table vibrante et le signal du capteur central pour la poutre non chargée et pour différents niveaux de tension 2 . . . . .  | 188 |
| 7.28 | Schéma explicatif du phénomène de saut . . . . .   | 189 |
| 7.29 | Architecture du montage expérimental de contrôle pour la poutre avec une mesure extérieure . . . . .   | 190 |
| 7.30 | Lieu d'Evans entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par le vélocimètre laser . . . . .  | 190 |
| 7.31 | Diagrammes de Bode théorique entre une force imposée aux bords de la structure et le signal émis par le vélocimètre laser pour la structure contrôlée et non contrôlée . . . . .                                   | 191 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 7.32 | Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du vélocimètre laser pour différents gains de contrôle. . . . .            | 191 |
| 7.33 | Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle   | 192 |
| 7.34 | Architecture du montage expérimental de contrôle pour la poutre avec une mesure interne . . . . .   | 193 |
| 7.35 | Lieu d'Evans entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par le capteur central interne . . . . .   | 194 |
| 7.36 | Diagrammes de Bode théoriques entre un déplacement imposé aux bords de la structure et le signal émis par le capteur central interne pour la structure contrôlée et non contrôlée . . . . . | 194 |
| 7.37 | Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central pour différents gains de contrôle. . . . .              | 195 |
| 7.38 | Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle   | 195 |
| 7.39 | Première déformée modale de la croix chargée de l'élément à isoler . . . . .  | 197 |
| 7.40 | Déplacement électrique suivant l'axe Z . . . . .  | 198 |
| 7.41 | Diagrammes de Bode expérimental entre la tension appliquée aux bornes des PZT actionneurs de la suspension et le capteur extérieur pour la poutre nue. . . . .                              | 199 |
| 7.42 | Diagramme de Bode expérimental entre la tension appliquée aux bornes des PZT actionneurs de la suspension et le capteur central pour la poutre nue . . . . .                                | 200 |
| 7.43 | Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par l'un des capteurs extérieure. . . . .                            | 201 |
| 7.44 | Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par le capteur central. . . . .                                      | 201 |
| 7.45 | Architecture du montage expérimental de contrôle avec l'utilisation de la mesure émise par le capteur central de la croix . . . . .   | 202 |
| 7.46 | Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central. . . . .  | 203 |
| 7.47 | Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle   | 203 |
| 7.48 | Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central. . . . .  | 204 |
| 7.49 | Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle   | 204 |
| 7.50 | Architecture du montage expérimental de contrôle avec l'utilisation de la mesure émise par les capteurs transverses de la croix . . . . .   | 205 |
| 7.51 | Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central. . . . .  | 206 |
| 7.52 | Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle   | 206 |
| 7.53 | Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central. . . . .  | 207 |
| 7.54 | Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle   | 207 |
| 7.55 | Architecture du montage expérimental de contrôle mixte pour la croix . . . . .  | 208 |
| 7.56 | Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central pour différents gains de contrôle. . . . .              | 209 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 7.57 | Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal d'un des capteurs extérieurs central pour différents gains de contrôle. . . . .   | 210 |
| 7.58 | Architecture d'un dispositif d'isolation active auto-alimenté . . . . .  | 217 |
| C.1  | Les axes de conception . . . . .   | 227 |
| C.2  | Plan de la table vibrante . . . . .  | 228 |
| C.3  | Déformée du premier mode propre de la table vibrante . . . . .   | 228 |
| C.4  | Déformée du second mode propre de la table vibrante . . . . .  | 229 |
| C.5  | Déformée du troisième mode propre de la table vibrante . . . . .   | 229 |
| C.6  | Déformée du quatrième mode propre de la table vibrante . . . . .   | 230 |
| C.7  | Déformée du cinquième mode propre de la table vibrante . . . . .   | 230 |
| C.8  | Déformée du sixième mode propre de la table vibrante . . . . .   | 231 |
| C.9  | Diagramme de Bode théorique de la table vibrante . . . . .   | 232 |
| C.10 | Photographie de la table vibrante . . . . .  | 232 |
| C.11 | Diagramme de Bode expérimental de la table vibrante . . . . .  | 233 |
| C.12 | Accélération au centre de la table en fonction de la tension d'excitation des PZT en sortie du générateur de signal 1 . . . . .  | 234 |
| C.13 | Accélération au centre de la table en fonction de la tension d'excitation des PZT en sortie du générateur de signal 2 . . . . .  | 234 |
| D.1  | Plan du support de maintien . . . . .  | 236 |
| D.2  | Déformée du premier mode propre du support . . . . .   | 236 |
| D.3  | Déformée du second mode propre du support . . . . .  | 237 |
| D.4  | Déformée du troisième mode propre du support . . . . .   | 237 |
| D.5  | Déformée du quatrième mode propre du support . . . . .   | 238 |
| D.6  | Photographie du support . . . . .  | 238 |
| D.7  | Diagramme de Bode expérimental du support . . . . .  | 239 |
| E.1  | Schéma du dispositif d'isolation poutre avec la mise en évidence des résistances résiduelles . . . . .   | 241 |
| E.2  | Branchement équivalent d'un capteur . . . . .  | 242 |
| E.3  | Schéma électrique équivalent du dispositif d'isolation poutre . . . . .  | 242 |
| E.4  | Schéma électrique équivalent connecté à l'amplificateur de charges. . . . .  | 243 |
| E.5  | Diagrammes de Bode des fonctions de transfert $H_{sys}$ et $B$ . . . . .   | 245 |
| E.6  | Diagrammes de Bode des fonctions de transfert $\frac{V_{mesuree}}{V_a}$ , $A$ et $B$ . . . . .   | 245 |
| E.7  | Diagrammes de Bode de la fonction de transfert $\frac{q_{mesuree}}{V_a}$ pour différents gains statiques $G$ . . . . .   | 246 |
| E.8  | Diagrammes de Bode, entre la mesure du capteur central et le signal appliqué aux bornes des actionneurs de la poutre, des fonctions de transfert, mesurée, théorique avec la prise en compte des couplages électriques et théorique simple . . . . . | 246 |

# Liste des tableaux

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 1.1 | Comparaison des stratégies de contrôle . . . . .   | 13  |
| 3.1 | Classement des cristaux. . . . .   | 53  |
| 3.2 | Définitions des grandeurs de couplage piézoélectrique . . . . .                                  | 61  |
| 3.3 | Valeur de la deflection statique pour des épaisseurs minces de film . . . . .                    | 66  |
| 4.1 | Stratégies de contrôle actif colocalisées. . . . .   | 91  |
| 5.1 | Optimisation de $T_{zf}$ . . . . .   | 120 |
| 6.1 | Comparaison des premières fréquences propres de la cellule . . . . .                             | 141 |
| 6.2 | Pourcentage d'erreur des modèles par rapport à l'expérimentation . . . . .                       | 141 |
| 6.3 | Comparaison des premières fréquences propres de l'expérimentation (II) . .                       | 143 |
| 6.4 | Pourcentage d'erreur des modèles par rapport à la réalité (II) . . . . .                         | 144 |
| 6.5 | Fréquences des modes analysés . . . . .  | 161 |
| 6.6 | Performances du contrôle en terme d'amortissement induit. . . . .                                | 165 |
| 7.1 | Performances du contrôle avec une mesure laser en terme d'amortissement induit.                  | 192 |
| 7.2 | Performances du contrôle avec une mesure interne en terme d'amortissement induit.                | 196 |
| 7.3 | Performances du contrôle IFF avec une mesure central en terme d'amortissement induit. . . . .    | 205 |
| 7.4 | Performances du contrôle DVF avec une mesure exterieure en terme d'amortissement induit. . . . . | 208 |





# Introduction générale



Vis comme si tu devais mourir demain.  
Apprends comme si tu devais vivre toujours.  
**Gandhi**



# Introduction générale

Les méthodes de navigation autonomes embarquées ont réalisé des progrès considérables lors des précédentes décennies notamment grâce à l'utilisation conjointe d'accéléromètres et de gyroscopes. La mesure de position a ainsi pu être largement améliorée. Les gyroscopes ont la propriété essentielle d'avoir leur axe de rotation qui garde une direction fixe, quelles que soient les évolutions auxquelles on les soumet. Ils permettent de maintenir fixe un axe de coordonnées. De plus, contrairement au chemin parcouru et à la vitesse, seule l'accélération est une grandeur mesurable sans référence externe, donc utilisable par un système autonome. Elle peut être obtenue par l'intermédiaire de la force d'inertie  $F$  d'une masse  $m$  soumise à l'accélération  $\gamma$  du mobile ( $F = m.\gamma$ ). Nous mesurons alors des accélérations en grandeur et en direction suivant trois axes : une première intégration par rapport au temps donne la vitesse, une deuxième intégration par rapport au temps donne le chemin parcouru et, par suite, le point. L'instrument fondamental d'une centrale inertielle est ainsi l'accéléromètre, qui mesure l'accélération dans une direction privilégiée appelée axe sensible. Trois accéléromètres travaillent selon trois axes sensibles parfaitement déterminés par des gyroscopes associés. Les informations recueillies par ces capteurs sont exploitées par des calculateurs. La précision de ce mode de guidage est très bonne. Les principales erreurs sont dues à la dérive des gyroscopes définissant les axes de coordonnées et aux imprécisions des accéléromètres. Pour un navire dont la navigation peut durer des semaines, les erreurs s'ajoutent avec le temps, et un recalage périodique s'impose. En revanche, pour un avion dont le vol ne dure que quelques heures, ou un missile dont la durée de vol se mesure en minutes, les erreurs accumulées restent acceptables mais doivent être entièrement et parfaitement maîtrisées.

La miniaturisation constante de composants électroniques, essentiels aux cartes de commande, tels que les générateurs de fréquences, les gyro-vibrants voire certains accéléromètres engendre deux difficultés majeures. D'une part, la taille des points de connexion par soudure s'est considérablement réduite. Nous arrivons donc à une limite du point de vue résistance des matériaux. D'autre part, la diminution des dimensions de ces éléments entraîne fatalement celle de leur masse utile. Ces composants électroniques deviennent alors très sensibles aux sollicitations extérieures et perdent, de manière très importante, l'efficacité et la précision de leurs mesures. Par conséquent, la précision des mesures se perd dans le niveau de bruit du signal. En définitive, ces réflexions mettent au jour l'importance des problèmes de stabilité de ces micro-structures.

Il existe diverses zones d'études susceptibles de résoudre cette difficulté. Il est, en effet, possible de stabiliser les composants sensibles par contrôle actif soit au niveau des boîtiers contenant les cartes électroniques porteuses, soit au niveau de ces cartes, soit au niveau des composants eux-mêmes. Nous avons privilégié cette dernière option. En effet, il est moins coûteux en termes d'énergie de stabiliser de petites masses. De plus, nous

profitons directement de l'électronique de contrôle déjà présente sur les cartes. Deux stratégies peuvent alors être mises en oeuvre :

- **la stabilisation interne active du composant.**

Cette démarche est rendue possible si le composant est constitué de matériau actif piézoélectrique, généralement en quartz. C'est notamment le cas de divers gyro-mètres vibrants ou d'accéléromètres communément utilisés. Par le biais d'électrodes sensorielles et activatrices, nous pouvons créer une boucle de contrôle permettant de stabiliser la structure. Naturellement, la phase d'optimisation du placement et du dimensionnement des électrodes est cruciale dans l'efficacité de cette méthode.

- **l'isolation active du composant.**

L'idée est de créer un support stable et isolant du point de vue vibratoire sur lequel le composant sensible est déposé : une sorte d'"îlot d'isolation". Chaque élément est contrôlé individuellement et indépendamment des autres. Les avancées dans le domaine de la déposition de couches piézoélectrique minces rendent cette approche attrayante. En effet, par l'utilisation des méthodes classiques d'élaboration, nous pouvons usiner la structure porteuse. Au final, nous voulons intégrer, dès la phase de conception des circuits électroniques, les structures d'isolation. Il est donc nécessaire d'utiliser une technologie d'usinage compatible avec celle des circuits imprimés.

Les objectifs de ce projet sont liés au développement et à l'application de ces deux stratégies au cas de structures réelles.

Une série de simulations numériques multiphysiques sont à mettre en oeuvre afin de valider, sur des cas complexes, les propriétés des lois de contrôle employées et de les optimiser. De plus, ces tests exhibent les atouts de ces méthodes : la robustesse et la simplicité d'utilisation.

Par ailleurs, les mises en oeuvre de ces différentes stratégies de contrôle sur des structures réelles permettra de montrer leur simplicité et leur grande robustesse vis à vis des paramètres expérimentaux.

Ce manuscrit représente une synthèse des travaux effectués. Ils sont exposés de la manière suivante :

La **première partie** comporte les **chapitres 1, 2 et 3**. Cette partie a pour objectifs de donner et de rappeler l'ensemble des outils nécessaires au contrôle actif de structures par le biais de couches piézoélectriques minces. La principale difficulté du contrôle actif réside dans la diversité des domaines des sciences pour l'ingénieur qu'il est nécessaire d'appréhender pour comprendre les mécanismes mis en jeu.

Au **chapitre 1**, nous présentons des notions générales concernant le concept de contrôle actif. Un historique nous rappelle, notamment, comment s'est déroulé l'essor du contrôle actif depuis sa naissance. De plus, des exemples industriels et expérimentaux sont brièvement énoncés. Cette énumération nous donne un aperçu de la multitude de domaines pour lesquels le contrôle actif peut apporter des réponses probantes aux problèmes posés.

Le **chapitre 2** est consacré à la manière de modéliser un système mécanique en

vue de l'établissement d'une loi de contrôle. Ce chapitre rappelle les outils numériques du contrôle actif. Nous exhibons, plus précisément la nécessité de la phase d'optimisation de la forme et du placement des transducteurs en vue de la mise en place d'une boucle de contrôle.

Au **chapitre 3**, nous définissons le phénomène de piézoélectricité et les domaines attenants tels que sa modélisation numérique et les méthodes de déposition des couches minces.

La **seconde partie** inclut les **chapitres 4 et 5**. Elle est consacrée aux deux domaines qui constituent le contrôle actif : la stabilisation de structures et l'isolation d'éléments. Elle introduit et définit ces deux notions. De plus, nous présentons, par rapport aux avancées récentes tirées de la littérature, les champs d'étude que nous avons développés.

Le **chapitre 4** présente un florilège des méthodes de stabilisation active couramment employées et des méthodes d'optimisation qui leur sont liées. La loi de stabilisation la plus utilisée et la plus simple d'application est, sans doute, celle de l'amortissement actif colocalisé : les stratégies IFF et DVF. Nous détaillons, pour ce type de stratégies, un critère d'optimisation permettant de traiter, en termes simples, la localisation et la géométrie des transducteurs et les niveaux de tension nécessaires au contrôle.

Le **chapitre 5** expose des stratégies d'isolation active. Leurs propriétés et leur implantation sont exhibées. Une méthode d'isolation originale fondée sur une loi de contrôle utilisant une mesure mixte en accélération absolue et en déplacement relatif est développée et mise en perspective avec une stratégie fondée sur la théorie des surfaces glissantes intégrales (Integral Sliding Surface).

La **troisième partie** regroupe les **chapitres 6 et 7**. L'ensemble des résultats expérimentaux obtenus au cours de nos recherches est exposé. Ceux-ci permettent de valider les résultats numériques obtenus et démontrés dans la partie précédente sur le cas de structures réelles.

Le **chapitre 6** présente les résultats expérimentaux de la stabilisation active d'une cellule accélérométrique en quartz et d'une structure plus complexe : un accéléromètre constitué de deux cellules en quartz. Les stratégies mises en oeuvre ont été formulées au chapitre 4.

Au **chapitre 7**, nous montrons les résultats expérimentaux de deux structures d'isolation en silicium sur lesquelles des couches transductrices piézoélectriques sont déposées. Le premier dispositif est une poutre. Elle nous permet de valider les concepts exposés au chapitre 5 et de vérifier les niveaux de performances de ce type de suspension. Ensuite, une structure d'isolation originale fondée sur une loi de contrôle utilisant une mesure mixte en accélération absolue et en déplacement relatif est testée.





# Première partie

## Généralités



Ce qui console d'un travail difficile,  
c'est qu'il est "difficile".  
**Alain**



# Chapitre 1

## Généralités sur le contrôle actif des structures

### 1.1 Historique

Le concept de contrôle actif est déjà ancien. Un brevet de P. Lueg [1, 2] datant de 1933 décrit le principe d'un dispositif de contrôle actif du bruit dans un conduit. Une des illustrations de ce brevet est donnée sur la figure 1.1. Le dispositif utilise un microphone pour détecter le champ sonore indésirable en amont et un haut-parleur alimenté par le signal amplifié du microphone. Un positionnement judicieux du microphone et du haut-parleur permet d'obtenir une onde acoustique rayonnée qui s'oppose à l'onde incidente. En aval du haut-parleur, le bruit est atténué.

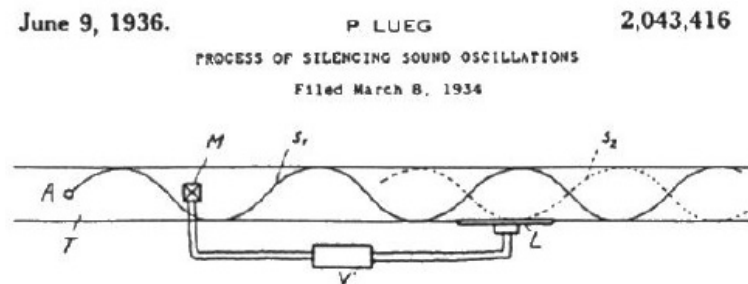


FIG. 1.1 – Contrôle actif du bruit dans une conduite - Schéma extrait du brevet de Lueg

En 1953, Olson et May [3, 4] développent un dispositif différent, décrit sur la figure 1.2. Le microphone de détection est ici placé au niveau du haut-parleur de contrôle. La différence est fondamentale car aucune détection en amont ne donne une connaissance préalable de la perturbation. La détection et l'atténuation se font au même emplacement. Deux types d'approches sont ainsi illustrés : le contrôle par anticipation (**feedforward**) dont les travaux de Lueg sont les précurseurs, et le contrôle par rétroaction (**feedback**) pour ceux d'Olson et May. En 1956, Conover [5] propose d'utiliser un signal de référence à la place du microphone de détection de Lueg. Ainsi, par exemple, le signal délivré par un tachymètre peut être utilisé pour le contrôle actif du bruit rayonné par un moteur [6]. Ce signal de référence serait ensuite filtré par un contrôleur électronique avant d'alimenter le haut-parleur de contrôle. Conover introduit également le concept de capteur d'erreur par

lequel le champ résiduel est mesuré et dont le signal est utilisé pour ajuster le contrôleur. Ces principes sont la base de nombreux systèmes modernes de contrôle actif par anticipation.

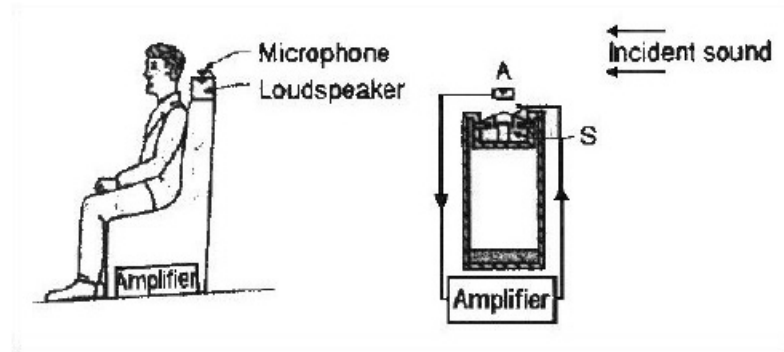


FIG. 1.2 – Contrôle actif du bruit localisé - Schéma extrait d'une étude de Olson et May

Il faudra attendre les années soixante-dix pour voir apparaître les premières applications du contrôle actif. Poussée par les problèmes liés à la "course à l'Espace", l'automatique moderne a fourni les bases théoriques (les lois de contrôle, les espaces d'état, l'asservissement) nécessaires à un développement du contrôle. De plus, l'avènement de nouveaux matériaux à comportement dit "intelligent" (les matériaux piézoélectriques, les alliages à mémoires de formes, les matériaux électrostrictifs, ...) a permis l'émergence de nouveaux actionneurs et capteurs mieux adaptés à la problématique du contrôle actif en mécanique et en acoustique. De la même manière, les poussées technologiques dans le domaine de l'électronique et de l'informatique ont donné naissance à des cartes de traitement numérique des signaux sophistiquées. Celles-ci autorisent la réalisation d'opérations complexes en temps réel.

A présent, cet ensemble d'évolutions techniques place l'utilisation du contrôle actif de vibrations comme un enjeu majeur dans tous les secteurs de pointe de la mécanique (l'automobile, l'aéronautique et le spatial, le génie civil ...).

## 1.2 Principes fondamentaux

### 1.2.1 Mécanismes physiques du contrôle actif

Il est possible de mettre en évidence différents types de mécanismes physiques mis en jeu en contrôle actif. Nelson et Elliott résument dans leur ouvrage [7] les travaux effectués sur l'impact du nombre de sources secondaires sur les performances du contrôle. L'influence de la distance entre les sources primaires, correspondant à la perturbation à atténuer, et les sources secondaires, créées par le dispositif de contrôle, est également examinée. Deux cas limites de contrôle apparaissent :

- Quand les sources secondaires sont proches des sources primaires en terme de longueur d'onde, des atténuations importantes sont obtenues et ce dans une zone étendue. Si on se place loin des sources, on peut, dans ce cas, voir la combinaison de ces sources comme une source unique ayant une faible efficacité de rayonnement.

On peut aussi considérer que la puissance émise par les sources primaires est atténuée par une réduction de l'impédance de rayonnement. On parle alors de couplage d'impédance.

- Quand les sources secondaires sont éloignées des sources primaires en terme de longueur d'onde, le champ résultant montre des minima et des maxima. Il n'y a pas d'atténuation globale. En effet, on minimise localement le champ perturbateur en l'augmentant éventuellement ailleurs. On parle d'interférence destructive. Quand le dispositif de contrôle actif concerne un espace relativement étendu, de multiples sources de contrôle deviennent nécessaires et interagissent alors entre elles. La mise au point d'un contrôleur performant demande alors d'identifier préalablement les différents couplages entre actionneurs de contrôle et capteurs pour s'en prémunir.

Dans de nombreux cas, l'interférence destructive et le couplage d'impédance interviennent ensemble dans le contrôle. Il demeure quelques systèmes où seule l'interférence destructive est en jeu. Le casque de protection auditive contrôlé activement en est un exemple [8–10] : le contrôle localisé au niveau de l'oreille ne change en rien l'impédance vue par une source éloignée. Le système unidirectionnel élimine également les couplages quand les champs primaire et secondaire évoluent dans la même direction à l'intérieur du domaine. Tout se passe alors comme si les sources secondaires n'émettaient pas mais absorbaient la puissance émise par les sources primaires.

### 1.2.2 Stratégies de contrôle

Il existe deux classes distinctes de stratégies de contrôle.

La première classe représente le contrôle en boucle ouverte (cf figure 1.3). Le signal de contrôle  $u(t)$  est déterminé par la connaissance des objectifs et, a priori, du système à modifier. Ce signal n'est aucunement influencé par les sorties du système  $y(t)$ . Si des sollicitations inattendues viennent perturber la structure ou si celle-ci subit une modification liée, par exemple, à une fatigue, les sorties s'éloigneraient des objectifs attendus. Ce type de contrôle est généralement employé lorsque les incertitudes du système sont considérées comme insignifiantes. En d'autres termes, nous n'avons pas de modifications des pôles du système.

La seconde classe de contrôle est le contrôle en boucle fermée. Dans ce cas, le signal de contrôle  $u(t)$  dépend également des sorties du système  $y(t)$ . Ce système est plus robuste par rapport aux incertitudes portant sur l'excitation extérieure et celles concernant la connaissance du système. En définitive, les pôles du système sont modifiés et nous rejetons les perturbations.

De manière classique, nous définissons deux approches radicalement différentes du contrôle en boucle fermée : le contrôle par anticipation (**feedforward**) (cf figure 1.4) et le contrôle par rétroaction (**feedback**) (cf figure 1.5).

#### Le contrôle par anticipation

La figure 1.4 illustre le principe de base du contrôle actif de type feedforward.

Il nécessite, pour être efficace, un modèle numérique représentatif et un signal de référence corrélé avec la perturbation. Des systèmes existent, en effet, où la perturbation



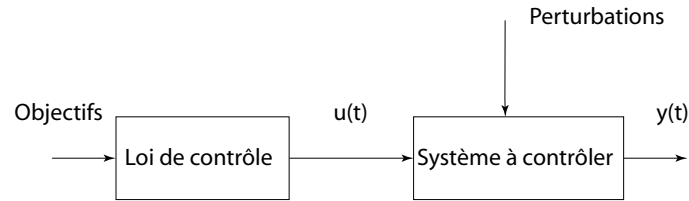


FIG. 1.3 – Boucle de contrôle ouverte

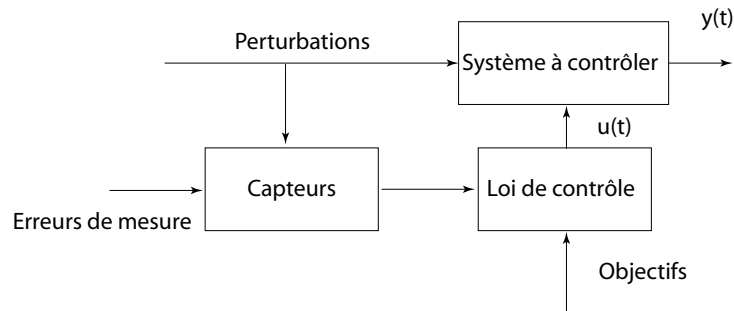


FIG. 1.4 – Boucle de contrôle par anticipation

est prévisible. Cela est notamment courant dans deux types de systèmes :

- quand le contrôle concerne le bruit ou les vibrations rayonnés par une machine tournante, la perturbation est alors harmonique ou multiharmonique.
- quand la perturbation se propage de telle sorte qu'elle est en tout point du système fonction de sa valeur en amont.

Il apparaît clairement que ce type de contrôle fut développé pour des applications liées au contrôle du bruit [7]. Cependant, il peut s'avérer fort efficace dans le cadre du contrôle de vibrations, notamment dans les cas précédemment cités [11]. Néanmoins, une dérive significative (fatigue, perturbation inattendue, ...) du système par rapport au modèle fait chuter rapidement l'efficacité du contrôle. C'est dans cette optique que les premiers contrôleurs adaptatifs par anticipation ont été créés.

### Le contrôle par rétroaction

Les stratégies de type feedback représentent les méthodes de contrôle les plus souvent appliquées. En effet, elles permettent de déplacer les pôles du système ce qui améliore la stabilité de la structure. Cela tient également à la simplicité d'application du principe, illustré figure 1.5. Ces stratégies souffrent cependant dans certains cas d'un manque de robustesse.

Le contrôle résulte uniquement du traitement d'un signal d'erreur, c'est à dire de la différence entre le signal-objectif et le signal réel, et ne nécessite pas systématiquement un modèle numérique. Ce signal d'erreur filtré par le contrôleur commande alors les actionneurs. En contrepartie de sa simplicité de principe, le feedback présente une limitation de performance inhérente à sa structure. En effet, on ne peut annuler le signal d'erreur sous peine d'annihiler également le contrôle. En fait, plus l'erreur est faible, plus le gain

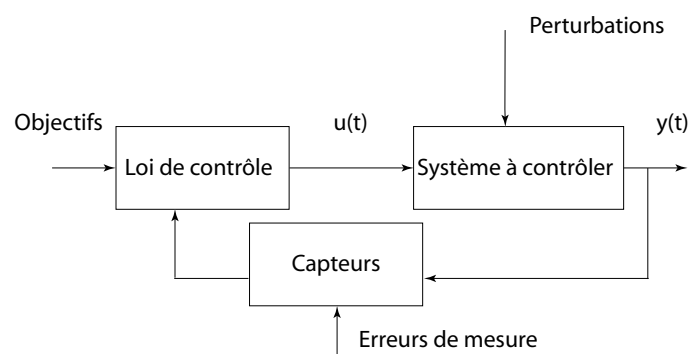


FIG. 1.5 – Boucle de contrôle par rétroaction

de contrôle est élevé. Une valeur trop élevée du gain de contrôle peut entraîner une perte de stabilité de l'ensemble du système.

### Comparaison des stratégies de contrôle

Dans le tableau ci-dessous, un bref récapitulatif des avantages et des désavantages des principales stratégies de contrôle est donné.

| Type de contrôle     | Avantages   | Désavantages   |
|----------------------|---|--|
| <b>Anticipation</b>  |   |  |
|                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>- largeur de bande de fréquences ciblées importante</li> <li>- perturbation à bande étroite</li> </ul>               | <ul style="list-style-type: none"> <li>- modèle nécessaire</li> <li>- méthode locale</li> <li>- taille des calculs en temps réel</li> </ul>                    |
| Filtre adaptatif     | <ul style="list-style-type: none"> <li>- modèle non nécessaire</li> <li>- largeur de bande importante</li> <li>- perturbation à bande étroite</li> </ul>    | <ul style="list-style-type: none"> <li>- référence nécessaire</li> <li>- méthode locale</li> <li>- taille des calculs en temps réel</li> </ul>                 |
| <b>Rétroaction</b>   |   |  |
| Amortissement actif  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- modèle non nécessaire</li> <li>- stabilité garantie dans le cas colocalisé</li> </ul>                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>- effectif seulement près des résonances</li> </ul>   |
| Fondée sur un modèle | <ul style="list-style-type: none"> <li>- méthode globale</li> <li>- atténuation de toutes les perturbations dans la bande de fréquences étudiée.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- largeur de bande limitée</li> <li>- perturbations hors bande amplifiées</li> <li>- phénomène de spill-over</li> </ul> |

TAB. 1.1 – Comparaison des stratégies de contrôle [12]

### 1.3 Notion de contrôleur adaptatif

Dans un dispositif de contrôle actif, le contrôleur peut-être basé sur un modèle numérique du système physique et des transducteurs utilisés pour le contrôler. Malheureusement, certaines données du système étudié peuvent évoluer dans le temps (avec la température, le vieillissement des composants ...) ou être totalement inconnues de telle sorte qu'il devient difficile de construire le contrôleur sur un modèle numérique fixe. La nécessité de construire un contrôle qui s'adapte aux évolutions du système est cruciale.

Une propriété importante de beaucoup de dispositifs de contrôle actif modernes (particulièrement les systèmes de contrôle par anticipation) est l'adaptabilité. Un contrôleur adaptatif (cf figure 1.6) observe continuellement ou périodiquement le système contrôlé et rafraîchit ainsi son modèle interne de telle sorte qu'il s'adapte aux faibles changements de comportement. La conséquence est que les contrôleurs adaptatifs sont presque toujours digitaux.

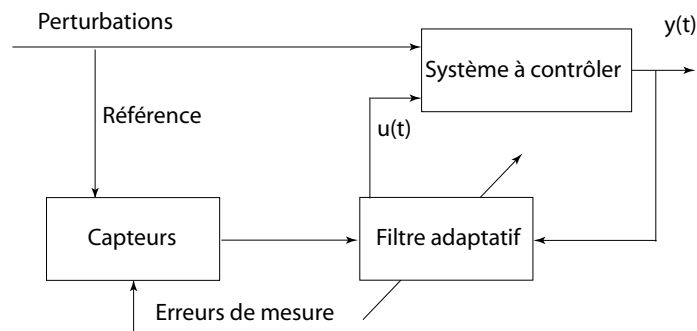


FIG. 1.6 – Principe du contrôle adaptatif

La méthode impose la connaissance d'une mesure de la perturbation extérieure, appelée signal de référence. Grâce à ce signal, le contrôleur élabore sa commande. Elle a pour objectif d'annuler la perturbation extérieure au niveau du point de mesure du signal d'erreur. Il s'agit du contrôle par anticipation, déjà mentionné. Par conséquent, nous ne pouvons garantir que le signal soit minimisé sur d'autres points de la structure. Cette stratégie est non optimale par rapport à des critères globaux ( l'énergie,...). Il s'agit donc d'une méthode locale. Le principal inconvénient de la méthode est la nécessité d'un signal de référence. Dans de nombreux cas, cette connaissance n'est pas possible.

### 1.4 Difficultés de mise en oeuvre

Si les principes semblent élémentaires, avec un simple retard pour le dispositif de Lueg [1, 2] et une inversion de signe pour celui de Olson [3, 4], la mise en oeuvre d'un dispositif de contrôle actif est en revanche plus délicate. Elle demande la maîtrise de tous les maillons de la boucle de contrôle : capteur(s) de détection, filtrage, source(s) de contrôle, éventuel(s) capteur(s) d'erreur. Chacun de ces différents éléments possède en effet une fonction de transfert particulière, introduisant des modifications en termes de phase et d'amplitude dans les signaux à traiter.

Pour illustrer l'influence d'erreurs de module ou de phase sur le contrôle, calculons l'atténuation optimale possible en un point en fonction de ces dernières. Soit  $A$  l'amplitude du champ sonore ou vibratoire en un point, somme des contributions harmoniques des champs primaire et secondaire :

$$A = A_i \cdot e^{j \cdot \phi_i} + A_i \cdot (1 + \Delta A) \cdot e^{j \cdot (\phi_i + \Delta \phi_i + \pi)} \quad (1.1)$$

avec  $A_i$  et  $\phi_i$  : respectivement l'amplitude et la phase du champ incident,  
 $\Delta A_i$  et  $\Delta \phi_i$  : respectivement l'erreur d'amplitude et de phase sur le contrôle.

L'atténuation s'écrit alors :

$$R = 20 \cdot \text{Log} \left| \frac{A}{A_i} \right| = 20 \cdot \text{Log} |e^{j \cdot \phi_i} + (1 + \Delta A) \cdot e^{j \cdot (\phi_i + \Delta \phi_i + \pi)}| \quad (1.2)$$

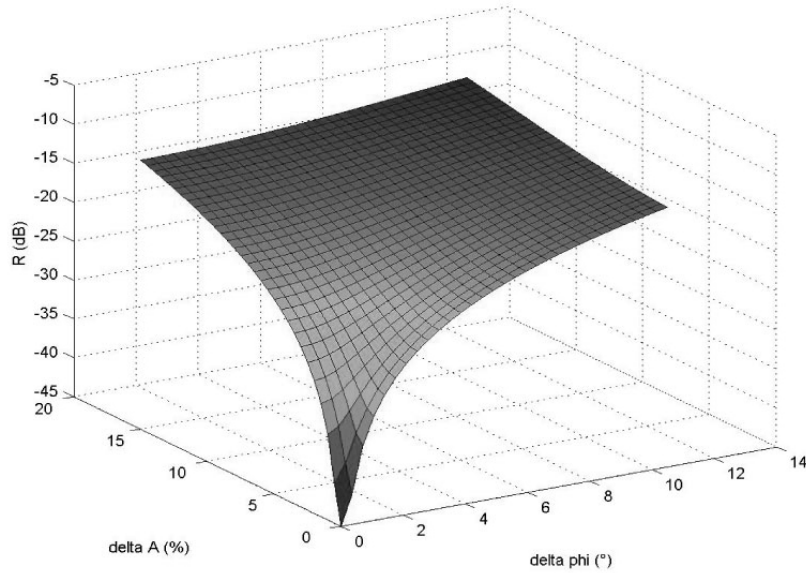


FIG. 1.7 – Atténuation  $R$  en fonction des erreurs de phase et d'amplitude

La figure 1.7 montre l'atténuation  $R$  possible en fonction des erreurs de phase  $\Delta \phi_i$  et d'amplitude  $\Delta A_i$ , si  $\phi_i$  est considérée nulle. Dès lors, nous évaluons l'importance des erreurs de filtrage pour obtenir des atténuations importantes, en particulier le rôle des erreurs de phase.

Lueg et Olson utilisaient des amplificateurs audio classiques comme électroniques de contrôle. Les recherches ultérieures introduisirent naturellement des déphaseurs et des contrôles d'amplitude pour obtenir des performances accrues. Néanmoins, ces contrôleurs nécessitent des ajustements manuels fréquents pour optimiser les performances et l'utilisation d'électronique analogique interdit alors la mise en oeuvre d'algorithmes de contrôle complexes. Ce n'est que récemment que les premiers dispositifs performants apparaissent avec l'avènement des filtres, puis des processeurs digitaux (DSP) au début des années quatre-vingt [6]. Les apports du traitement numérique sont multiples :

- l'implantation d'algorithme adaptatif devient praticable alors qu'elle s'avérait complexe à réaliser avec les dispositifs analogiques.

- quand le dispositif de contrôle actif utilise de nombreuses détections et/ou sources de contrôle, le contrôleur possède d'autant plus de voies de filtrage à régler. On parle alors de contrôle actif multi-voies. Dans un tel contexte, un contrôleur analogique est proscrit.
- si le spectre du champ à atténuer est riche, le contrôleur doit intégrer un modèle du système sur toute la bande de fréquences à contrôler. La complexité alors accrue du filtrage impose l'utilisation d'un contrôleur digital.

Toutes ces réserves expliquent les difficultés d'application du contrôle actif avant l'arrivée des techniques digitales.

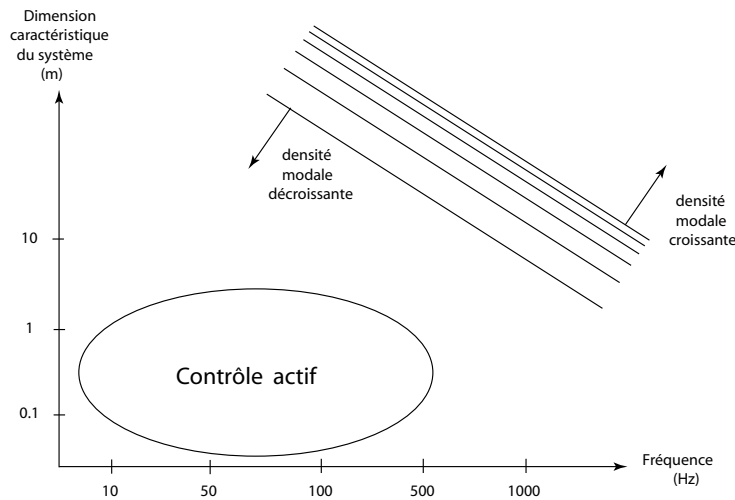


FIG. 1.8 – Zones d'application classique du contrôle actif

La figure 1.8 donne une représentation classique du degré de difficulté de réalisation d'un dispositif de contrôle actif en fonction des principaux facteurs limitatifs [13]. Nous voyons que le contrôle actif n'est réalisable que pour des fréquences et des dimensions (de la zone à contrôler) faibles avec des densités modales peu élevées. Autrement dit, **un système résonnant à bande étroite et de petites dimensions se contrôle plus facilement qu'un système amorti à large bande et de grandes dimensions**. Cependant, il semble que l'on puisse gérer cette difficulté avec des structures MEMS et le contrôle distribué.

## 1.5 Applications classiques du contrôle actif

Il est un fait avéré : le contrôle actif existe depuis de nombreuses années. Mais force est de constater que, s'il est indéniable qu'il s'agit d'un principe qui fonctionne [14], les applications industrielles ne sont pas légion soixante-dix ans plus tard. L'avènement de processeurs numériques suffisamment rapides pour implémenter la plupart des applications n'a pas modifié cet état de fait.

Ce paragraphe présente succinctement quelques applications typiques, commercialisées ou à l'étude [15], appartenant au contrôle actif du bruit ou au contrôle actif des vibrations. Il est en fait souvent difficile de séparer les deux disciplines. Ainsi, le contrôle

actif du bruit rayonné par des structures vibrantes peut-il être traité comme un contrôle actif acoustique, un contrôle actif des vibrations ou un contrôle actif combinant ces deux notions [11]. Néanmoins, le contrôle actif des vibrations est a priori plus complexe pour les raisons suivantes :

- plusieurs ondes coexistent à une fréquence donnée, avec des célérités qui varient avec la fréquence ;
- les conditions aux limites présentent une grande importance ;
- les structures réelles en jeu sont très rarement unidirectionnelles.

Dans ce contexte, les premières applications industrielles ont été surtout acoustiques, en particulier pour contrôler le bruit dans des conduits de ventilation et de conditionnement d'air, aboutissant aujourd'hui à de véritables produits industriels. Un autre domaine ayant donné lieu à une industrialisation précoce, avec un succès réel, est celui du contrôle du bruit résiduel dans la cavité interne de casques anti-bruit.

Un enjeu fort a toutefois été identifié depuis le milieu des années 1980 dans le domaine de la maîtrise nécessaire des émanations acoustiques des sous-marins. Ceux-ci sont les porteurs de la force stratégique de dissuasion, amenant à des investissements significatifs de recherche et un développement dans le domaine du contrôle actif des vibrations en France. C'est l'origine principale des développements de "plots actifs" ou de paliers magnétiques actifs.

À l'étranger, une des applications les plus précoces du contrôle actif vibratoire porte également sur des "plots actifs", cette fois, liés à des applications aéronautiques. Il s'agit de suspensions actives de réacteurs développées par une société américaine pionnière dans ce domaine, la société Lord. L'objectif est d'atténuer le bruit transmis par voie solidienne dans la cabine.

### 1.5.1 Réduction du bruit se propageant dans un conduit de ventilation

Nous présentons une des toutes premières applications industrielles et commerciales réussies du contrôle actif [8, 14, 16]. En basses fréquences, ce contrôle se ramène à un problème d'ondes planes se propageant dans un milieu à une dimension. De plus, la perturbation est généralement périodique et son spectre n'est alors essentiellement constitué que d'une fréquence et de quelques harmoniques. Des applications industrielles existent depuis plusieurs années (cf figure 1.9).

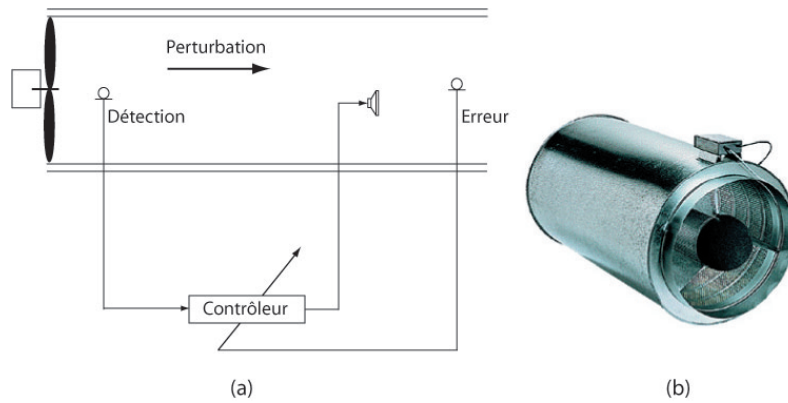


FIG. 1.9 – (a) Principe du contrôle actif du bruit dans un conduit, (b) Dispositif commercialisé (Document TechnoFirst [8])

### 1.5.2 Casque de protection auditive actif

Il s'agit également de l'une des applications les plus employées du contrôle actif [8–10]. Les casques actifs (cf figure 1.10) utilisent un contrôle feedback ou feedforward leur permettant d'atténuer les bruits stationnaires de basses fréquences du type moteur d'avion, turbine ...

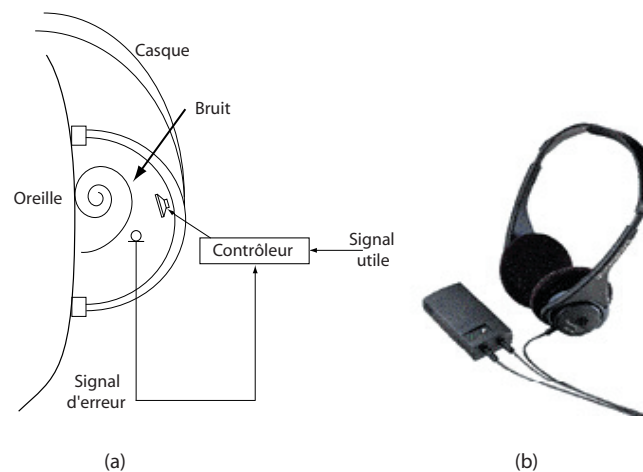


FIG. 1.10 – Casque de protection auditive actif : (a) Principe de fonctionnement, (b) Modèle commercialisé (document Sennheiser electronic [9])

### 1.5.3 Plots actifs

Les "plots actifs" sont en fait des suspensions actives (cf figure 1.11). Ce type de systèmes actifs est utilisé dans les cas complexes où les produits traditionnels passifs ne permettent pas d'éliminer les vibrations. Ils sont notamment utilisés pour stabiliser les cabines d'hélicoptère et éliminer les nuisances créées dans des bâtiments par les machines (chauffage, générateur, extracteur ...). Ils peuvent être également utilisés pour isoler des instrumentations de grande précision comme des spectromètres (cf figure 1.12).

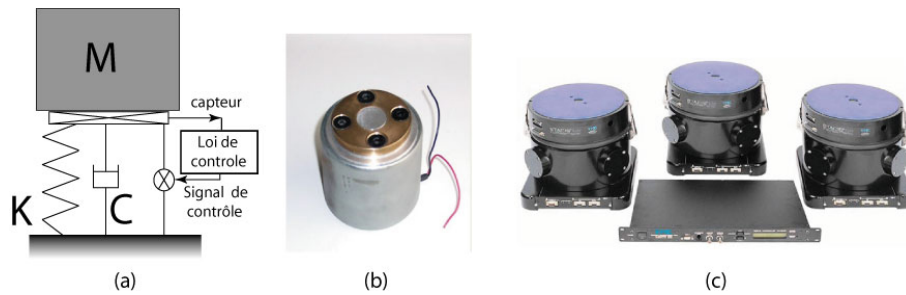


FIG. 1.11 – "Plots actifs" : (a) Principe de fonctionnement, Exemples commercialisés : (b) Document Technofirst S.A. [8] (c) document TMC [17]

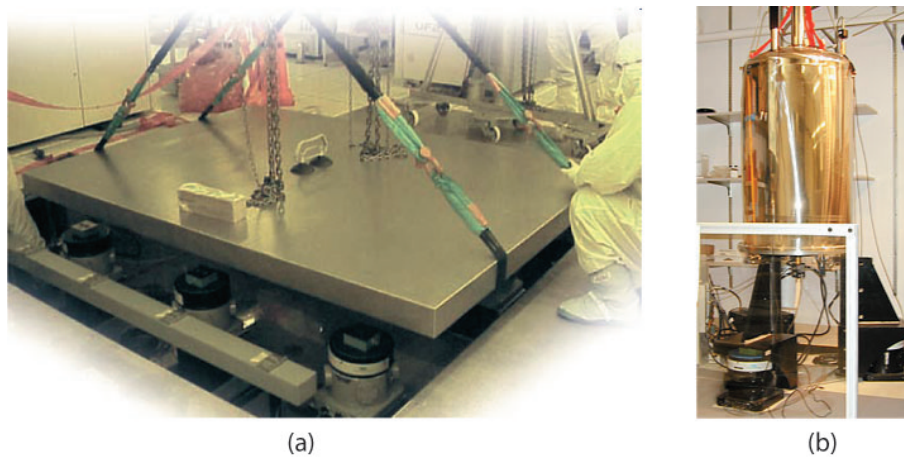


FIG. 1.12 – Implantations de "plots actifs" : (a) Plate-forme d'isolation en acier (b) Isolation d'un spectromètre (document TMC [17])

#### 1.5.4 Plates-formes actives multi-directionnelles

Il s'agit de plates-formes de type "robot Stewart" [18]. Le système est composé de six pieds de longueur variable qui permettent d'obtenir un plateau contrôlable sur six degrés de liberté. De manière générale, ces plates-formes ont été développées pour des usages purement aéronautiques (simulateurs de vol,...) et spatiaux (portes-satellites isolants, ...). Nous pouvons en distinguer trois modes d'utilisation :

- montage actif pour des éléments sensibles,
- montage isolant pour des sources générant des nuisances vibratoires,
- élément structural actif.

Bien que restant un vaste sujet exploré par de nombreuses équipes de recherche (The Jet Propulsion Laboratory [22], l'Université de Washington [20], Naval Postgraduate School [23], l'Université du Wyoming [24], l'Université Libre de Bruxelles [21] ...) une certaine activité commerciale s'est créée autour de ces systèmes (CSA Engineering Inc., ...).(cf figure 1.13)

#### 1.5.5 Réduction des vibrations d'un bras de satellite

Le contrôle actif de vibrations des structures flexibles est un thème de recherche qui s'est beaucoup développé ces dernières années. De nombreux travaux sont consacrés spécifiquement aux grandes structures, en vue d'applications aux futures stations spatiales



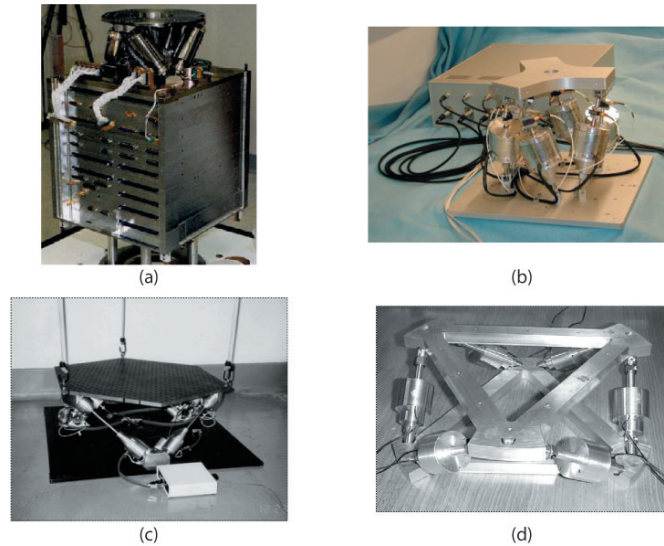


FIG. 1.13 – Exemples de plates-formes de type "Stewart" : (a) Isolation pour satellite ultra-sensible (document CSA Engineerong Inc. [19]),(b) Isolation d'un spectromètre (document CSA Engineerong Inc. [19]),(c) Plate-forme stewart de l'Université de Washington [20],(d) Plate-forme stewart de l'Univeristé Libre de Bruxelles [21]

(cf. figure 1.14). Ces structures sont caractérisées par des modes possédant un amortissement naturel faible (typiquement inférieur à 1 %) et se trouvant dans la bande passante des contrôleurs classiques (jusqu'à 500 Hz). De nombreuses études sont en cours pour appliquer à de telles structures des contrôles de type feedback [12, 25, 26].

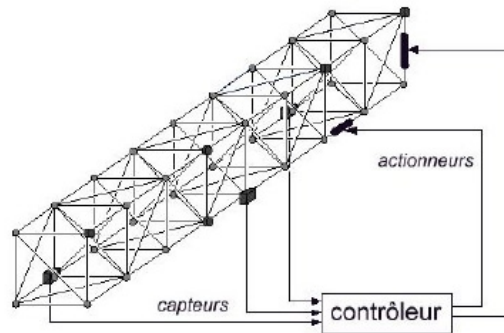


FIG. 1.14 – Bras de satellite équipé d'un dispositif de contrôle de vibrations.

### 1.5.6 Réduction des vibrations dans les ailes d'avions

Certains angles de vol induisent à haute vitesse des vibrations importantes en bout d'aile et des flottements, fatiguant la structure. Des travaux sont menés pour contrôler les deux premiers modes de flexion et de torsion avec un contrôle de type modal c'est à dire privilégiant certains modes propres, en utilisant des transducteurs piézoélectriques comme capteurs et comme actionneurs [27](cf. figure 1.15).

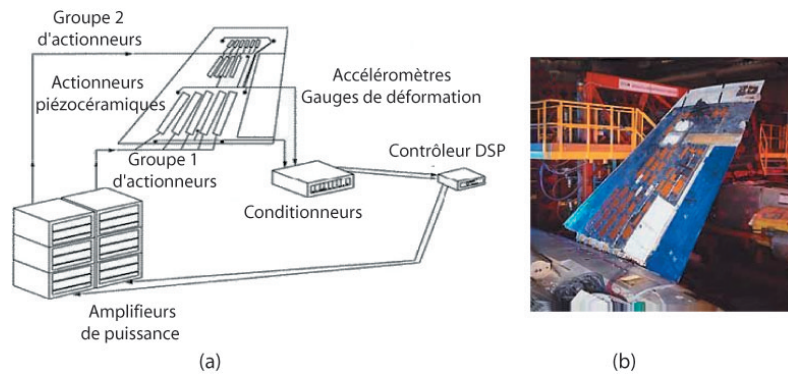


FIG. 1.15 – Dispositif de contrôle de vibrations d'une aile d'avion, (a) Principe, (b) Vue générale d'une aile équipée de transducteurs piézoélectriques (documents ACX-NASA-Boeing-US Air Force [27])

### 1.5.7 Contrôle actif du bruit rayonné par le fuselage d'un avion

Certains modes du fuselage engendrent un bruit basses fréquences significatif à l'intérieur de l'avion. Des dispositifs sont à l'étude pour contrôler ces modes avec un contrôle actif acoustique structural (ASAC). Le contrôleur est de type feedforward multi-voies. Il utilise des microphones comme capteurs et des couches piézoélectriques couplées au fuselage comme actionneurs structuraux [28].

### 1.5.8 Réduction du bruit rayonné par des équipements

#### Contrôle actif du bruit rayonné par les transformateurs

Le contrôle du bruit rayonné par les transformateurs électriques de puissance est une application typique du contrôle actif. Des dispositifs basés sur un contrôleur feedforward multi-voies sont réalisés afin d'atténuer le bruit rayonné à la fréquence fondamentale et aux fréquences harmoniques. Une installation classique utilise des actionneurs piézoélectriques en conjonction avec des microphones d'erreur [6].

#### Contrôle actif du bruit rayonné par les moteurs

Des dispositifs de contrôle actif sont réalisés pour atténuer le bruit rayonné par les moteurs. Le contrôleur est de type feedforward multi-voies. Il utilise des microphones comme capteurs et des haut-parleurs comme actionneurs de contrôle. Le signal de référence provient d'un tachymètre lié à l'arbre du moteur. Le contrôle réalisé atténue le bruit rayonné à la fréquence fondamentale et à la première harmonique. Des recherches en cours visent aussi à réduire le bruit rayonné par les réacteurs [29].

### 1.5.9 Suspension automobile active

Chaque suspension automobile a deux objectifs : préserver le confort des passagers tout en conférant un bon contrôle du véhicule. L'impression de confort est procurée par l'isolation des passagers du véhicule par rapport aux perturbations de la route. La contrôlabilité du véhicule est procurée, principalement, par le maintien de la caisse par rapport aux mouvements de roulis et de tangage et par la permanence du contact entre les pneus

et la route. Malheureusement, ces deux notions sont contradictoires. Il faut donc généralement effectuer un compromis. Pour les berlines, le confort est privilégié. Mais le résultat engendre des mouvements intempestifs de la caisse lors de la conduite. A l'inverse, les voitures de sport sont conçues pour réduire le tangage et le roulis. Mais, le confort s'en trouve sacrifié.

Les suspensions actives permettent d'atteindre ces deux objectifs simultanément. Elles peuvent être constituées soit d'un système oléopneumatique (comme dans la célèbre Citroën DS), soit d'un moteur électro-magnétique linéaire et d'un amplificateur de puissance pour chaque roue. Dans le second cas, des algorithmes mathématiques centralisés élaborent les signaux de contrôle à partir des mesures de capteurs situées autour de la caisse.

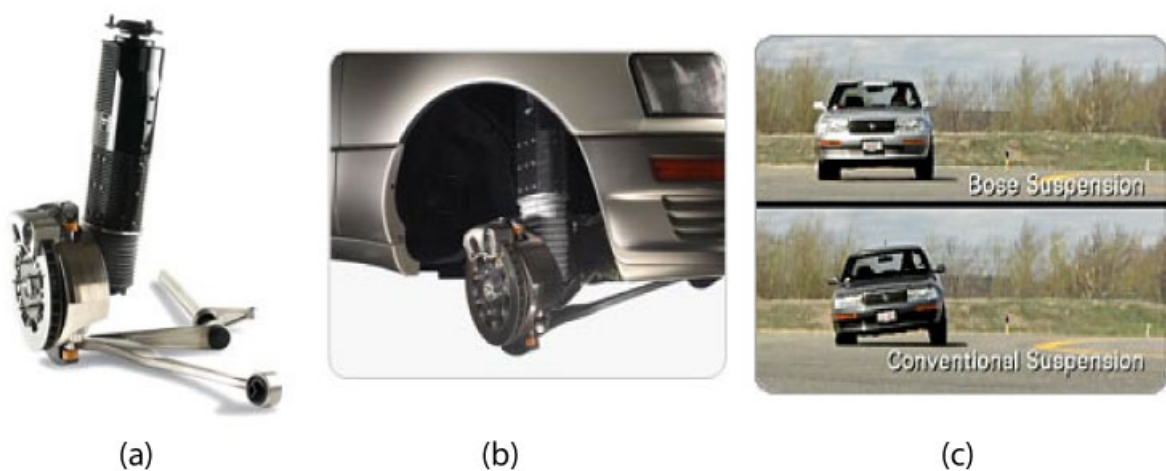


FIG. 1.16 – Dispositif de suspension automobile active : (a) Suspension active, (b) Mise en place du dispositif, (c) Comparatif de performances (documents Bose [10])

### 1.5.10 Applications aux structures de génie civil

Les bâtiments et les tours modernes tendent à être plus élancés, plus légers et à posséder un amortissement intrinsèque plus faible comparés à leurs homologues plus anciens. Ces structures sont ainsi exposées au vent excessif et aux oscillations induites par des tremblements de terre.

L'une des voies explorées pour atténuer ces vibrations est l'installation de systèmes amortissants passifs. Le dispositif d'atténuation est appelé Amortisseur à Masse Accordée Passif (PTMD)[30–32]. Il se compose d'un système masse-ressort auxiliaire possédant une période proche de celle des bâtiments (cf. figure 1.17).

Cependant, les amortisseurs à masse accordée passif ont les problèmes suivants :

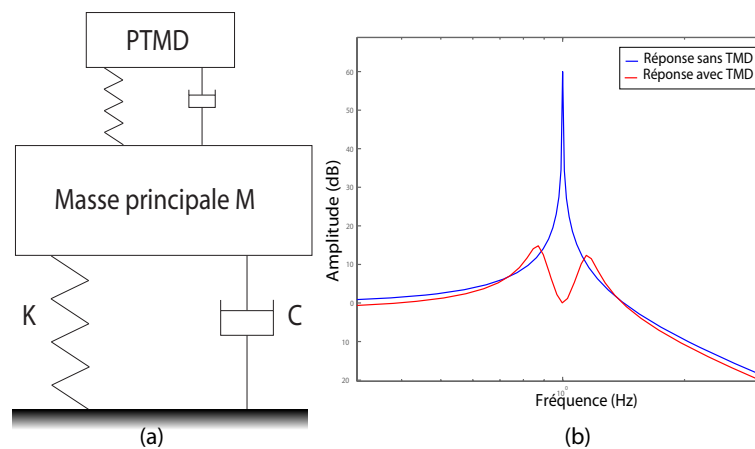


FIG. 1.17 – Amortisseur à masse accordée passif : (a) Schéma de principe, (b) Fonction de transfert caractéristique entre le déplacement du bâtiment et la force d'excitation.

- Les restrictions dues à la taille des systèmes auxiliaires limitent les effets du contrôle.
- L'ajustement de la fréquence du dispositif PTMD peut présenter des difficultés importantes. Notamment, lorsque sa fréquence est hors de la gamme de fréquence du bâtiment. Il s'en suit une baisse significative de performance dans le contrôle des vibrations.

Pour surmonter les difficultés mentionnées ci-dessus, un dispositif à Masse Accordée Actif (ATMD) a été développé [33–35]. Ce dispositif exige un algorithme de commande qui analyse les comportements dynamiques de la structures pour, ensuite, créer une force de commande qui pilote une masse (cf. figure 1.18).

Récemment, des investigations nouvelles ont proposé qu'un TMD actif soit lié à un TMD passif (APTMD). Il a été prouvé [36, 37] que ce type de systèmes composé d'APTMD peut produire une grande amélioration (cf. figure 1.19). En effet, un Amortisseur à Masse Accordée Hybride Actif-Passif (APTMD) donne accès aux évolutions suivantes :

- Comparé au système conventionnel actif, la taille du contrôleur est sensiblement plus petite ce qui constitue un avantage certain, une fois installé dans les structures.
- La force ou la puissance de commande exigée pour activer le dispositif est sensiblement plus faible pour une performance équivalente.

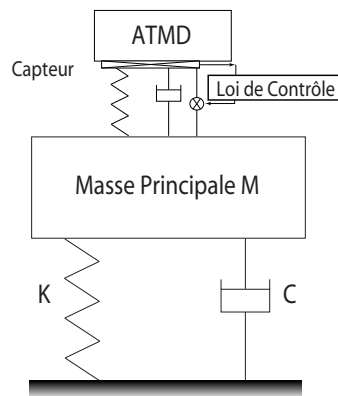


FIG. 1.18 – Principe d'un amortisseur à masse accordée actif.

- La stratégie passive fonctionne comme un filtre mécanique pour couper les vibrations du bruit haute fréquence du mécanisme actif avant d'atteindre la structure.

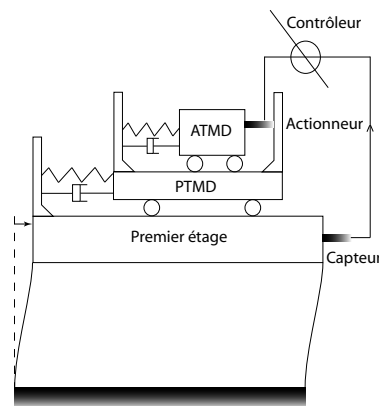


FIG. 1.19 – Schéma de montage d'un amortisseur à masse accordée hybride actif-passif sur un immeuble d'un étage.

## 1.6 Conclusion

Le principe du contrôle actif est ancien. Cependant, sa mise en oeuvre expérimentale au niveau industriel n'a pu être possible que très récemment. Les avancées technologiques notamment en électronique, en automatique et en informatique ont permis cette évolution. Le contrôle actif s'avère transposable à de nombreux domaines, établis ou en devenir (nanotechnologie, automobile, aérospatiale, génie civil ...). Leur diversité et leur variété donnent l'étendue des possibilités d'application qu'offrent le contrôle actif des structures.

A présent, il est nécessaire d'introduire les outils de modélisation des structures mécaniques. Ils constituent, en effet, une base essentielle de la conception et de l'optimisation des lois et des moyens de contrôle employés lors de l'établissement d'une boucle de rétroaction.

## Bibliographie

- [1] LUEG P. *Process of silencing sound oscillations.*, 1933. Germany, Patent DRP 655 508.
- [2] LUEG P. *Process of silencing sound oscillations.*, Juin 1936. USA, Patent 2 043 416.
- [3] OLSON H. F. and MAY E. G. Electronic sound absorber. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 25 :1130–1136, 1953.
- [4] OLSON H. F. Electronic control of noise and reverberation. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 28 :966–972, 1956.
- [5] CONOVER W. B. Fighting noise with noise. *Noise control*, Vol. 2 :78–82, 1956.
- [6] FULLER C. R. and VON FLOTOW A. H. Active control of sound and vibration. *IEEE Control Systems*, pages 9–19, Decembre 1995.
- [7] NELSON P. A. and ELLIOTT S. J. *Active control of sound*. London : Academic Press, 1992.
- [8] TECHNOFIRST S.A. *Produits commerciaux*, Janvier 2005. <<http://www.technofirst.fr>>.
- [9] SENNHEISER USA. *The product details*, Janvier 2005. <<http://www.sennheiser.com>>.
- [10] BOSE UNITED STATES. *The product details*, Juin 2005. <<http://www.bose.com>>.
- [11] FULLER C. R., ELLIOTT S. J., and NELSON P. A. *Active control of vibration*. London : Academic Press, 1996.
- [12] PREUMONT A. *Vibration control of active structures : An introduction. 2nd Edition*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [13] ERIKSSON L. J. Active sound and vibration control : A technology in transition. *Noise Control Eng. J.*, Vol. 44, n°1 :1–9, Janvier-Février 1996.
- [14] ROURE A. Self adaptative broadband active sound control systems. *J. Sound and Vibrations*, Vol. 1001 :429–441, 1985.
- [15] HANSEN C. H. and SNYDER S. D. *Active control of noise and vibration*. London : E and FN Spon, 1997.
- [16] ERIKSSON L. J., ALLIE M. C., BREMIGAN C. D., and GILBERT J. A. The use of active noise control for industrial fan noise. *ASME Winter Annual Meeting, Chicago*, paper N° 88, 1988.
- [17] TECHNICAL MANUFACTURING CORPORATION. *The product details*, Janvier 2005. <<http://www.techmfg.com>>.
- [18] STEWART D. A plateforme with six degrees of freedom. *in Proc. Inst. Mech. Eng.*, 180(15) :371–386.

- [19] CSA ENGINEERING INC. *The product details*, Janvier 2005. <<http://www.csaengineering.com>>.
- [20] THAYER D., VAGNERS J., VON FLOTOW A., HARDHAM C., and SCRIBNER K. Six-axis vibration isolation system using soft actuator and multiple sensors. *AAS*, 064 :497–506, 1998.
- [21] ABU HANIEH A., HORODINCA M., PREUMONT A., and VERSCHUEREN J. Ph. Stiff and soft stewart platforms for active damping and active isolation of vibrations. *In Actuator 2002, Bremen, Allemagne*, Juin 2002.
- [22] SPANOS J., RAHMAN Z., and BLACKWOOD G. A soft 6-axis active vibration isolator. *in Proc. American Control Conference, Seattle, Washington, USA*, Juin 1995.
- [23] TARANTI C., AGRAWAL B., and CRISTI R. An efficient algorithm for vibration suppression to meet pointing requirements of optical payloads. *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibition*, Août 2001.
- [24] McINROY J., O'BRIEN J., and NEAT G. Precise, fault pointint using stewart platform. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 4 :91–95.
- [25] JUNKINS J. L. *Mechanics and control of large flexible structures*. Washington DC : AIAA Press, 1990.
- [26] NURRE G. S., RYAN R. S., SCOFIELD H. N., and SIMS J. L. Dynamics and control large space structures. *J. Guidance, Control and Dynamics*, 7 :514–526, 1984.
- [27] ACTIVE CONTROL EXPERTS INC. *The product details*, Janvier 2005. <<http://www.acx.com>>.
- [28] GUIGOU C. and FULLER C. R. Form-pvdf smart skin for aircraft interior noise control. *In Proc. of SPIE's 1997, Symposium on Smart Structures and Materials, San Diego, Californie, USA*, Mars 1997.
- [29] SMITH J. P., BURDISSO R. A., and FULLER C. R. Experiments on active control of inlet noise from a turbofan jet engine using multiple circumferential control arrays. *In Proc. the Second AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, State College, P.A.*, Mai 1996.
- [30] KAYNAI A. M., VENEZIANO D., and BIGGS J. M. Seismic effectiveness of tuned mass dampers. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 107(8) :1465–1484, 1981.
- [31] SLADEK J. R. and KLINGNER R. E. Effect of tuned mass dampers on seismic response. *Journal of Structural Engineering*, 109(8) :2004–2009, 1983.
- [32] XU Y. L., KWOK C. S., and SAMALI B. Control of wind-induced tall building vibration by tuned mass dampers. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 40 :1–32, 1992.
- [33] NISHIMURA I., KOBORI T., SAKAMOTO M., KOSHIBA N., SASAKI K., and OHRUI S. Acceleration feedback method applied to active tuned mass damper. *In Proc. the First European Conference on Smart Structures and Materials, Glasgow*, pages 301–304, 1992.

- [34] ROORDAN J. Tendon control in tall structures. *Journal of th Structures Division*, 101(ST3) :505–521, 1975.
- [35] BOURQUIN F. Vers un contrôle actif des structures du génie civil. *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 83 :15–21, 1997.
- [36] NISHIMURA I., KOBORI T., SAKAMOTO M., YAMADA T., KOSHIBA N., SASAKI K., and OHRUI S. Active passive composite tuned mass damper. *In Proc. the Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control, San Francisco, CA*, 2 :737–748, 1993.
- [37] FUKUSHIMA I., SASAKI K., NISHIMURA T., KOSHIKA N., SAKAMOTO M., and KOBORI T. Development and application of active-passive composite tuned mass damper to high-rise building. *In Proc. the Pacific Conference on Earthquake Engineering, Australia*, pages 267–276, 1995.





# Chapitre 2

## Modélisation et contrôle des structures

Le contrôle actif dérive des théories d'automatique liées à l'asservissement des systèmes. La théorie classique est fondée explicitement sur une relation à une entrée / une sortie (Single Input / Single Output, SISO). Elle utilise un modèle linéaire, ou non linéaire, de la fonction de transfert du système, en termes de transformée de Laplace ou de transformée en  $z$ , pour la mise au point du contrôleur. Ces méthodes ont été élaborées et réalisées pour contrôler des processus "lents" et de peu de degrés de liberté. Par conséquent, dans le cadre de la dynamique des structures, cette théorie possède de fortes limitations liées à la non-prise en compte :

- de systèmes à plusieurs entrées / plusieurs sorties (Multi Input / Multi Output, MIMO).  
En effet, les calculs deviennent difficiles lorsque le nombre de degrés de liberté augmente [1],
- de l'ensemble de degrés de liberté de la structure,
- des non-linéarités de la structure,
- de la variation par rapport au temps de certains paramètres,
- des incertitudes.

Le contrôle moderne fut élaboré pour pallier ces lacunes. La théorie du contrôle moderne est une approche temporelle du comportement dynamique fondée sur une description en termes de variables d'état. Elle est construite à partir d'un système d'équations différentielles du premier ordre constituant une équation matricielle. Cette description s'est avérée particulièrement intéressante lors de l'avènement des ordinateurs à forts potentiels de calculs.

Dans ce chapitre, nous décrivons la démarche et les outils communément employés pour concevoir et décrire un système de contrôle actif des vibrations sur une structure mécanique.

### 2.1 Modélisation des systèmes mécaniques

Dans la conception d'un système de contrôle actif de vibrations, l'ingénieur ou le scientifique commence par développer un modèle de la structure étudiée. Il se doit de représenter correctement son comportement dynamique. Le modèle doit décrire entièrement le problème étudié sans ajouter de complexité inutile à l'analyse afin de ne pas alourdir les calculs postérieurs. Deux approches peuvent être employées au développement de modèles. En effet, ces derniers peuvent être établis par une approche numérique ou ex-

périmentale. La première méthode repose sur l'application des principes de physique et de mathématiques permettant de générer l'ensemble des équations décrivant les phénomènes physiques à étudier. En mécanique, nous utiliserons, par exemple, les méthodes éléments finis, méthode de Rayleigh Ritz [2], etc... La seconde approche consiste à identifier les fonctions de réponse en fréquence existant entre un ensemble d'entrées et de sorties mesurées expérimentalement sur le système. Plusieurs méthodes sont utilisées en mécanique. Nous citerons, par exemple, les méthodes liées à l'analyse modale [3].

La combinaison de ces deux démarches représente souvent la meilleure alternative pour décrire mathématiquement un système en vue de le contrôler.

En effet, il est évident, que l'utilisation, a priori, d'une modélisation numérique, sans recalage expérimental, ne permettra pas de contrôler efficacement une structure. Les différentes approximations effectuées introduisent une part d'incertitude dans le modèle obtenu. Elles pourront entraîner, le cas échéant, une déstabilisation du contrôle.

Ainsi, la conception et l'optimisation de stratégies de contrôle actif nécessitent avant tout, une bonne intégration des difficultés liées à la modélisation des systèmes physiques et des erreurs intrinsèques introduites par les méthodes utilisées.

Afin de choisir et de mettre en oeuvre une méthode de contrôle sur un système quelconque, il convient, après l'avoir modélisé, de définir ses variables caractéristiques.

Les hypothèses fondamentales ainsi schématisées permettront de définir la loi de contrôle adéquate, attachée bien souvent, à la connaissance du type d'équations du modèle et du type d'excitations induites par l'environnement.

## 2.2 Décomposition sur la base modale

L'un des problèmes majeurs du contrôle de structures continues est la gestion de l'infinité de degrés de liberté des modèles. De manière générale, les modèles obtenus, usuellement par une méthode "éléments finis", ne peuvent être utilisés en l'état. Le nombre de degrés de liberté doit être réduit. L'une des méthodes de réduction les plus simples d'emploi est la décomposition sur la base modale du système. Elle permet de conserver les informations les plus judicieuses sur le comportement de la structure. Néanmoins, cet espace demeure de dimension infinie. Il est, par conséquent, nécessaire de réduire le nombre de modes considérés pour décrire le système. Une troncature modale est à effectuer. Cette réduction peut engendrer des phénomènes d'instabilité du système. En effet, le comportement des modes résiduels, non modélisés, peut rendre instable la structure. C'est ce que l'on nomme couramment le phénomène de spill-over [4]. Cet aspect sera développé plus en avant dans la suite de ce chapitre.

Nous pouvons écrire, de manière très générale, les équations de mouvement correspondant à un système mécanique quelconque :

$$\begin{aligned} A(\mathbf{u}(x, t)) + \rho \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{u}(x, t)}{\partial t^2} &= \bar{F} & x \in V_0 \\ C_n(\mathbf{u}(x, t)) &= \bar{t} & x \in S_{V_0} \\ C_d(\mathbf{u}(x, t)) &= \bar{u} & x \in S_u \end{aligned} \quad (2.1)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{ll} V_0 & : \text{le domaine occupé par le corps élastique non déformé.} \\ S_{V_0} & : \text{la portion de surface sur laquelle les efforts sont imposés.} \\ S_u & : \text{la portion de surface sur laquelle les déplacements sont imposés.} \\ A & : \text{l'opérateur d'élasticité, auto-adjoint semi-défini positif} \\ C_d & : \text{l'opérateur lié aux conditions aux limites de Dirichlet,} \\ C_n & : \text{l'opérateur lié aux conditions aux limites de Neumann,} \\ \rho & : \text{la masse volumique de la structure,} \\ \mathbf{u} & : \text{le vecteur de déplacement de la structure} \\ \overline{F} & : \text{les forces de volume appliquées.} \\ \bar{t} & : \text{les efforts imposés sur } S_{V_0}. \\ \bar{u} & : \text{les déplacements imposés sur } S_u. \end{array} \right.$$

Considérons le cas d'un système linéaire. Les valeurs propres et vecteurs propres associés au système sont définis par le système homogène suivant :

$$\begin{aligned} A(\phi(x)) - \Omega^2 \cdot \rho \cdot \phi(x) &= 0 & x \in V_0 \\ C_n(\phi(x)) &= \bar{t} & x \in S_{V_0} \\ C_d(\phi(x)) &= \bar{u} & x \in S_u \end{aligned} \quad (2.2)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{ll} \phi(x) & : \text{la matrice des vecteurs propres normalisés du système homogène.} \\ \Omega & : \text{la matrice des valeurs propres du système homogène.} \end{array} \right.$$

Nous vérifions aisément l'orthogonalité des solutions propres en utilisant les expressions de l'énergie cinétique et de déformation du système. Nous considérons  $\phi_i$  et  $\omega_i$  les valeurs associées au  $i^{ieme}$  mode.

$$\begin{aligned} \int_{V_0} \rho \cdot \phi_j^T(x) \cdot \phi_i(x) dV &= \delta_{ij} \\ \int_{V_0} \phi_j^T(x) \cdot A(\phi_i(x)) dV &= \delta_{ij} \cdot \omega_i^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Nous pouvons donc projeter le mouvement du système sur la base orthonormée formée par les vecteurs propres. En conséquence, le mouvement peut s'écrire :

$$\mathbf{u}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \cdot \eta_i(t) = \phi(x) \cdot \eta(t) \quad (2.4)$$

avec

$$\eta(t) \quad : \text{le vecteur des coordonnées modales.}$$

### Exemple standard

Considérons un système mécanique non amorti. L'équation discrétisée suivant N degrés de liberté est la suivante :

$$M \cdot \ddot{q}(t) + K \cdot q(t) = F \cdot u(t) + E \cdot w(t) \quad (2.5)$$

avec

$$\begin{cases} M & : \text{la matrice de masse du système,} \\ K & : \text{la matrice de raideur du système,} \\ F & : \text{la matrice de localisation des efforts de contrôle.} \\ E & : \text{la matrice de localisation des efforts d'excitation.} \end{cases}$$

Les valeurs propres et vecteurs propres associés au système sont notés :

$$\Omega = (\omega_1, \dots, \omega_N)^T, \quad \phi = \{\phi_1, \dots, \phi_N\} \quad (2.6)$$

Ces valeurs sont données par la résolution du système conservatif :

$$\omega^2.M.\phi = K.\phi \quad (2.7)$$

A présent, projetons le vecteur des coordonnées généralisées, défini par l'équation (2.6), sur la base modale.

$$q(t) = \sum_{i=1}^N \phi_i \cdot \eta_i(t) = \phi \cdot \eta(t) \quad (2.8)$$

Les relations d'orthogonalité entre les vecteurs propres, normés par rapport à la matrice masse, nous donnent :

$$\begin{cases} \phi^T.K.\phi = \Omega^2 \\ \phi^T.M.\phi = I_{dentite} \end{cases} \quad (2.9)$$

Nous obtenons donc la relation suivante :

$$I_{dentite}.\ddot{\eta}(t) + \Omega^2.\eta(t) = \phi^T.F.u(t) + \phi^T.E.w(t) \quad (2.10)$$

Cette démarche de projection sur l'espace modal a été exhibée pour un cas idéal non amorti et donc conservatif. Naturellement, la réalité est toute autre. Tout système mécanique est fatalement non-conservatif. Pour vérifier le cadre de la méthode, il est essentiel de préciser les modélisations possibles du phénomène d'amortissement et des éventuelles limites qu'elles imposeraient à la méthode de projection modale.

## 2.3 Modélisation de l'amortissement

Nous savons que, pour représenter de façon réelle une structure, nous devons prendre en considération la dissipation d'énergie induite par le comportement du matériau, par la géométrie de la structure, par les liaisons ... [5]. C'est ce que l'on appelle l'amortissement. Or sa connaissance et sa modélisation reste relativement empirique. En outre, il existe plusieurs manières de le modéliser [6].

Pour tenir compte du phénomène, nous devons ajouter à la relation (2.11) un opérateur d'amortissement  $B(\mathbf{u}(x,t))$ . Il s'agit d'un opérateur introduisant la notion de comportement différé dans le temps. Cette notion est essentielle afin de considérer le caractère irréversible de l'amortissement. Dans le cadre de loi de comportement linéaire, nous pouvons inclure cet opérateur de la façon suivante :

$$\begin{aligned} A(\mathbf{u}(x,t)) + B(\mathbf{u}(x,t)) + \rho \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{u}(x,t)}{\partial t^2} &= \overline{F} & x \in V_0 \\ C_d(\mathbf{u}(x,t)) &= \bar{t} & x \in S_{V_0} \\ C_n(\mathbf{u}(x,t)) &= \bar{u} & x \in S_u \end{aligned} \quad (2.11)$$

Dans le cadre de modèles linéaires d'amortissement, nous pouvons citer deux cas classiques et largement employés :

- l'amortissement dit visqueux. Ce modèle se traduit par un opérateur d'amortissement proportionnel à la dérivée temporelle du vecteur de déplacement. Les facteurs d'amortissement modaux sont considérés linéaires par rapport à la fréquence du système. Par conséquent, les modes de la structure sont de plus en plus amortis dans le sens des fréquences croissantes.
- l'amortissement dit hystérétique. L'amortissement est pratiquement constant en fonction de la fréquence. Dans ce cas, l'opérateur est purement complexe et proportionnel au déplacement. En fait, nous ajoutons une raideur complexe qui n'a pas réellement de sens physique.

### Exemple standard

Considérons un système mécanique amorti avec  $C_a$  la matrice d'amortissement visqueux. L'équation discrétisée suivant  $N$  degrés de liberté et projetée sur la base des vecteurs propres est la suivante :

$$I_{\text{identite}} \cdot \ddot{\eta}(t) + \phi^T \cdot C_a \cdot \phi \cdot \dot{\eta}(t) + \Omega^2 \cdot \eta(t) = \phi^T \cdot F \cdot u(t) + \phi^T \cdot E \cdot w(t) \quad (2.12)$$

L'approche courante et intuitive de la notion de mode est de considérer des modes propres parfaitement découplés et constituant donc une base orthonormée. Dans ce cas, la matrice  $\phi^T \cdot C_a \cdot \phi$  est diagonale. Cependant, les systèmes réels présentent de l'amortissement dissipant l'énergie acoustique ou vibratoire de la structure de telle sorte que les modes sont couplés par cet amortissement. La matrice  $\phi^T \cdot C_a \cdot \phi$  est alors complète. Les vecteurs modaux ainsi liés font perdre beaucoup de son intérêt à l'approche modale. Cela entraîne une complication de la formulation du problème notamment par le couplage des équations modales [7] via cette même matrice. L'équation de mouvement du mode  $i$  s'écrit donc de la manière suivante :

$$\ddot{\eta}_i(t) + \sum_{k=1}^N \xi_k \cdot \omega_k \cdot \dot{\eta}_k(t) + \omega_k^2 \cdot \eta_k(t) = \phi_i^T \cdot F \cdot u(t) + \phi_i^T \cdot E \cdot w(t) \text{ pour } i=1, \dots, N \quad (2.13)$$

avec

$\xi_k$  : le facteur d'amortissement du mode  $k$

Toutes les équations modales sont couplées. Par conséquent, la recherche numérique de la solution devient problématique.

Cependant, dans le cas de structure faiblement amortie, l'hypothèse de diagonalité de la matrice d'amortissement peut être émise [7]. Nous obtenons donc l'équation de mouvement du mode  $i$  suivante :

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot \dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2 \cdot \eta_i(t) = \phi_i^T \cdot F \cdot u(t) + \phi_i^T \cdot E \cdot w(t) \text{ pour } i=1, \dots, N \quad (2.14)$$

Cette hypothèse se justifie si les conditions (2.15) du critère sont satisfaites.

$$\frac{2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i}{|\omega_i - \omega_j|} \ll 1 \text{ pour } \{i, j\} \in \{1, \dots, N\} \quad (2.15)$$

Il est clair que ces conditions sont respectées si la structure possède des modes propres distincts et des amortissements modaux faibles. C'est ce que l'on nomme l'hypothèse de Basile. Nous voyons clairement l'importance d'une connaissance expérimentale de la structure afin de construire un modèle fidèle et fiable. Pour la suite, nous considérons que les systèmes étudiés vérifient le critère (2.15).

## 2.4 Equations d'état

### 2.4.1 Formulation classique

Considérons un système dynamique continu discrétisé (par une méthode "éléments finis", par la méthode de Rayleigh-Ritz ...), à N degrés de liberté [8]. Nous notons :

$$\begin{cases} q(t) = [q_1(t) q_2(t) \dots q_N(t)]^t & : \text{le vecteur des coordonnées généralisées} \\ \dot{q}(t) = [\dot{q}_1(t) \dot{q}_2(t) \dots \dot{q}_N(t)]^t & : \text{le vecteur des vitesses généralisées} \\ \ddot{q}(t) = [\ddot{q}_1(t) \ddot{q}_2(t) \dots \ddot{q}_N(t)]^t & : \text{le vecteur des accélérations généralisées} \\ u(t) = [u_1(t) u_2(t) \dots u_k(t)]^t & : \text{le vecteur des forces imposées (y compris les forces de contrôle)} \end{cases}$$

Ce système peut être modélisé à partir de l'équation matricielle de Lagrange suivante :

$$\ddot{q}(t) = f(q(t), \dot{q}(t), u(t)) \quad (2.16)$$

**Remarque :** La fonction matricielle  $f$  peut être non-linéaire.

A présent, nous introduisons le vecteur d'état du système :

$$x(t) = \begin{pmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Les équations d'état du système peuvent se mettre sous la forme suivante en considérant la perturbation extérieure  $w(t)$  nulle :

$$\dot{x}(t) = a(x(t), u(t)) \quad (2.18)$$

avec

$$a(t) = \begin{pmatrix} \dot{q}(t) \\ f(q(t), \dot{q}(t), u(t)) \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Nous considérons un état d'équilibre  $x_e(t)$  solution de :

$$a(x_e(t), 0) = 0 \quad (2.20)$$

Nous pouvons linéariser, autour de  $x_e(t)$ , les équations du système. A partir de l'équation (2.18), nous obtenons l'équation généralisée décrivant la variation de l'état du système autour du point d'équilibre.

$$\dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \quad (2.21)$$

Nous pouvons également effectuer la linéarisation autour d'un point d'équilibre invariant par rapport au temps. Dans ce cas, les matrices A, de dimensions  $(2N, 2N)$ , et B, de dimensions  $(2N, 2L)$ , seront à coefficients constants. L'équation (2.21) est une formulation

de base largement utilisée dans le contrôle de système linéaire.

Prenons l'exemple d'un système mécanique classique, décrit par l'équation différentielle du second ordre (2.5) avec l'amortissement  $C_a$ .

Une équation d'état correspondante peut s'écrire, par exemple :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_{\text{identite}} \\ -M^{-1}.K & -M^{-1}.C_a \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}.F \end{bmatrix} .u(t) \quad (2.22)$$

Les équations différentielles fournies par la formulation en espaces d'état sont du premier ordre. Elles sont, par conséquent, plus aisées à manipuler mathématiquement.

Pour décrire le système du point de vue de sa sortie, il est courant de lui ajouter une seconde équation, appelée équation de sortie ou d'observation. Le système dynamique est alors complètement défini par les équations :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) + D.u(t) \end{cases} \quad (2.23)$$

avec

$$\begin{cases} y(t) = [y_1(t)y_2(t)...y_r(t)]^t : \text{le vecteur de mesure de dimension } R, \\ C : \text{la matrice de sortie du système, de dimensions } (R, 2N), \\ D : \text{la matrice de "feedthrough" du système, de dimensions } (R, L), \end{cases}$$

Le système ainsi formulé (2.23) est un problème largement étudié en automatique [9]. Nous nous emploierons, par la suite, à énoncer les différentes propriétés d'une telle formulation.

### 2.4.2 Formulation dans l'espace modal

Naturellement, nous pouvons utiliser le système obtenu par projection sur l'espace modal et le formuler dans l'espace d'état.

Nous introduisons le vecteur d'état du système :

$$X(t) = \begin{pmatrix} \eta(t) \\ \dot{\eta}(t) \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

**Remarque :** Afin de mieux conditionner les calculs, il est également possible d'employer le vecteur d'état du système suivant :

$$X(t) = \begin{pmatrix} \Omega.\eta(t) \\ \dot{\eta}(t) \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Ainsi, nous obtenons une matrice  $A_{modale}$  antisymétrique.

Nous considérons que l'hypothèse de Basile est vérifiée et que, pour simplifier les écritures, la perturbation extérieure  $w(t)$  est nulle. Grâce à l'équation (2.14), nous obtenons :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \eta(t) \\ \dot{\eta}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_{\text{identite}} \\ -\Omega^2 & -2.\xi.\Omega \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \eta(t) \\ \dot{\eta}(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \phi^T.F \end{bmatrix} .u(t) \quad (2.26)$$



De la même manière que précédemment, nous obtenons le système dynamique complet défini par les équations :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A_{modale} \cdot X(t) + B_{modale} \cdot u(t) \\ y(t) = C \cdot \begin{bmatrix} \phi & 0 \\ 0 & \phi \end{bmatrix} \cdot X(t) + D \cdot u(t) \end{cases} \quad (2.27)$$

## 2.5 Boucle de rétroaction

Nous venons de décrire le système en boucle ouverte c'est à dire le système reliant  $u(t)$ , l'entrée, aux sorties  $y(t)$ . Dans le cadre d'un contrôle en boucle fermée,  $u(t)$  est lié à la réponse  $y(t)$  du système. Nous pouvons distinguer deux types de contrôleur :

- l'un relié à l'état complet du système, c'est le contrôle en boucle fermée sur l'état,
- l'autre relié aux sorties du système.

La seconde procédure étant celle employée expérimentalement, nous privilégions son étude. L'entrée du système s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_c \cdot x_c(t) + B_c \cdot y(t) \\ u(t) = C_c \cdot x_c(t) + D_c \cdot y(t) \end{cases} \quad (2.28)$$

avec

$_c$  : l'indice précisant l'appartenance des données au contrôleur.

Si nous injectons cette relation dans le système (2.23), nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A + BD_c(I_{dentite} - DD_c)^{-1}C & BC_c + BD_c(I_{dentite} - DD_c)^{-1}DC_c \\ B_c(I_{dentite} - DD_c)^{-1}C & A_c + B_c(I_{dentite} - DD_c)^{-1}DC_c \\ (I_{dentite} - DD_c)^{-1} & (I_{dentite} - DD_c)^{-1}DC_c \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ x_c \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

soit, en notation synthétique

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{x}} \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{bf} & B_{bf} \\ C_{bf} & D_{bf} \end{bmatrix} \cdot \hat{x} \quad (2.30)$$

Les relations (2.29) et (2.30) possèdent leur équivalent dans l'espace modal.

## 2.6 Stabilité du système d'état

Le bon fonctionnement d'un processus de contrôle actif est conditionné par la stabilité comportementale du système en boucle fermée. Il est courant d'étudier les pôles du système afin d'en déterminer ses conditions de stabilité [9].

Les pôles d'un système d'état sont les valeurs propres de  $A$  en boucle ouverte et de  $A_{bf}$  en boucle fermée. **Le système est stable si et seulement si ses pôles sont à partie réelle négative.** Par conséquent, la stabilité du système est assurée si le contrôleur maintient tous les pôles dans le demi-plan complexe à partie réelle négative.

Nous savons que la matrice  $A$  est stable par définition. Par conséquent, la stabilité d'un système dépendra des matrices  $B$ ,  $C$  et des matrices du contrôleur. Cette remarque nous amène à deux réflexions cruciales sur le contrôle actif de structures. D'une part, la loi de contrôle joue naturellement un rôle essentiel dans la stabilité et l'efficacité de la stratégie de contrôle. Mais, d'autre part, les matrices  $B$  et  $C$  nous montrent l'importance de la conception des transducteurs et de l'optimisation de leur placement sur la structure. Ce problème est directement relié aux problèmes de contrôlabilité et d'observabilité du système. En effet, dans la pratique, si nous plaçons un capteur sur une ligne nodale, son utilité sur la transmission d'informations concernant ce mode devient plus que douteuse. De la même manière, si nous plaçons un actionneur sur une ligne nodale, il nous faudra une force infinie, donc irréalisable, pour interagir sur ce mode.

Par conséquent, les propriétés de contrôlabilité et d'observabilité sont fondamentales lors de la mise en oeuvre expérimentale d'une méthode de contrôle actif sur une structure mécanique. Elles assurent la faisabilité donc la viabilité du système ainsi contrôlé.

## 2.7 Observabilité et contrôlabilité

Dans le paragraphe précédent, nous avons mis l'accent sur l'importance des notions de contrôlabilité et d'observabilité dans les systèmes contrôlés. Nous rappelons que l'observabilité mesure l'aptitude d'une configuration particulière de capteurs à extraire les informations nécessaires à l'estimation de tous les états du système. De même, la contrôlabilité mesure l'aptitude d'une configuration choisie d'actionneurs à contrôler tous les états de la structure.

### 2.7.1 Observabilité

Les informations relatant le comportement vibratoire de la structure à contrôler sont, généralement, mesurées de manière ponctuelle par une série de capteurs. Par conséquent, le vecteur d'observation de l'équation (2.30) peut se mettre sous la forme suivante :

$$y(t) = [y_N(z_1, t), \dots, y_N(z_q, t)]^T \quad \text{avec} \quad y_N(z_q, t) = \sum_{i=1}^N \phi_i(z_q) \cdot \alpha_i(t) \quad (2.31)$$

où

$$\begin{cases} z_q & : \text{le vecteur des coordonnées du } q^{ieme} \text{ capteur, } q \in [1, \dots, Q]. \\ \alpha_i(t) & : \text{le paramètre lié à la mesure effectuée (déplacement, vitesse, accélération, ...).} \end{cases}$$

Chaque mode intervient dans le vecteur d'observation au travers de la valeur de la forme modale prise à l'emplacement du capteur. Il est donc évident que le placement des capteur est capital.

En définitive, l'observabilité représente le lien qu'il existe entre l'état du système et l'observation. Pour un système linéaire de dimension  $2N$ , De Larminat [9] définit ce concept de la façon suivante : **Un système linéaire est dit observable si l'état complet  $x(t_0)$  peut être déterminé à partir des mesures  $y(t)$  effectuées pour un temps  $t_0 \leq t \leq t_{final}$ . Si le système est observable à chaque instant  $t$ , on dit qu'il est complètement observable.**

### Critère d'observabilité de Kalman

Kalman nous fournit un critère reposant sur le rang de la matrice d'observabilité. Nous nommons matrice d'observabilité la matrice suivante :

$$O_o = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ \dots \\ C.A^{2N-1} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Selon le critère de Kalman, **le système est observable si et seulement si la matrice  $O$  est de rang  $2N$ .**

Ce critère est cependant difficile d'utilisation. En effet, il ne quantifie pas l'observabilité d'un système mais précise seulement si oui ou non le système est observable. De plus, les problèmes numériques liés à la taille des matrices manipulées sont limitants. Ce sont principalement pour ces raisons que l'utilisation de la matrice grammienne est privilégiée.

### Critère d'observabilité de la matrice grammienne

Ce critère quantifie la visibilité du mouvement par les capteurs. L'énergie mesurée par l'observateur est calculée. Cette énergie est évaluée pour le système sans effort imposé sollicité par des conditions initiales le déséquilibrant. La matrice grammienne partielle d'observabilité se définit par :

$$G_o(t) = \int_0^t \exp(A^T.t).C^T.C.\exp(A.t)dt \quad (2.33)$$

$G_o(t)$  est une quantité indépendante des conditions initiales choisies. Elle permet de quantifier l'énergie récupérée par les capteurs.

Selon le critère d'observabilité, **le système est observable si et seulement si la matrice  $G_o(t)$  est inversible pour un temps  $t$ .**

Plutôt que d'étudier l'inversibilité de la matrice pour mesurer la visibilité du système complet, il est intéressant de calculer les valeurs propres de  $G_o(t)$  pour pouvoir étudier la visibilité énergétique du système étudié.

### 2.7.2 Contrôlabilité

Les signaux de contrôle sont appliqués de manière ponctuelle par une série d'actionneurs. Certaines positions des actionneurs ne permettent pas de contrôler certains modes. Par conséquent, l'étude du positionnement des actionneurs est essentielle dans la capacité d'une structure à être contrôlée. Il a été démontré que contrôler un système nécessite de pouvoir contrôler chacun de ces modes [10].

Pour un système linéaire de dimension  $2N$ , la contrôlabilité est définie de la façon suivante : **Un système linéaire est dit contrôlable s'il existe une commande continue par morceaux  $u(t)$  permettant de conduire le système de son état initial  $x(t_0)$  à n'importe quel état final  $x(t_f)$  pour un intervalle de temps fini. Si la proposition est valable pour n'importe quel état initial  $x(t_0)$ , le système est dit complètement contrôlable.**

### Critère de contrôlabilité de Kalman

Comme pour le critère d'observabilité, Kalman nous fournit un critère reposant sur le rang de la matrice de contrôlabilité. Nous nommons matrice de contrôlabilité la matrice suivante :

$$C_c = \begin{bmatrix} B, & A.B, & \dots, & A^{2N-1}.B \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Selon le critère de Kalman, **le système est contrôlable si et seulement si la matrice C est de rang 2N.**

De la même manière que, pour l'observabilité, le critère est difficile d'utilisation. En effet, il ne quantifie pas la contrôlabilité d'un système mais précise seulement si oui ou non le système est contrôlable. Par ailleurs, les problèmes numériques pour extraire le rang de matrices de grande taille sont importants. Ce sont principalement pour ces raisons que l'utilisation de la matrice grammienne est privilégiée.

### Critère de contrôlabilité de la matrice grammienne

La matrice grammienne partielle de contrôlabilité est définie par :

$$G_c(t) = \int_0^t \exp(A.t).B.B^T.\exp(A^T.t)dt \quad (2.35)$$

Selon le critère de contrôlabilité, **le système est contrôlable si et seulement si la matrice  $G_c(t)$  est inversible pour un temps t.**

Comme pour l'observabilité, il est intéressant de calculer les valeurs propres de  $G_c(t)$  pour pouvoir étudier la visibilité énergétique du système étudié.

## 2.8 Stabilité et robustesse

### 2.8.1 Stabilité

Nous n'allons pas entrer dans les détails des théorèmes caractérisant la stabilité des systèmes bouclés, mais simplement souligner les problèmes que suscitent ces notions.

#### Stabilité au sens de Lyapunov

Comme nous l'avons exprimé auparavant, la stabilité se caractérise pour les systèmes linéaires par l'étude des valeurs propres des matrices du système bouclé (équations (2.29) et (2.30)). Cependant, il existe d'autres méthodes d'étude comme celle de Lyapunov [9, 11]. Cette approche, très générale, est destinée à l'analyse de la stabilité de systèmes linéaires ou non-linéaires. Elle peut aussi contribuer à la synthèse de lois de contrôle stables et performantes. Cette analyse est basée sur la construction d'une fonction dite de Lyapunov. Cette fonction doit constituer une mesure convenable de l'éloignement entre  $x$ , l'état du système et l'origine du repère choisi. Plus précisément, une fonction de Lyapunov  $V(x, t)$  est telle que :

$$\begin{cases} V(0, t) = 0 \\ \alpha(\|x\|) \leq V(x, t) \leq \beta(\|x\|) \end{cases} \quad (2.36)$$

$\alpha(\cdot)$  et  $\beta(\cdot)$  sont des fonctions de classe K, c'est à dire définies sur  $[0, +\infty[$ , continues, monotones non décroissantes, nulles à l'origine et indéfiniment croissantes. L'ensemble des fonctions quadratiques positives telles que  $V = x^T.P.x$ , avec P une fonction positive, représentent des fonctions de Lyapunov. Ainsi, si nous pouvons démontrer la décroissance monotone de cette fonction V le long d'une trajectoire du système libre, nous prouvons sa stabilité. Soit W la dérivée de V par rapport au temps, d'après la relation (2.18) cette fonction s'écrit :

$$W(x, t) = \frac{d}{dt}(V(x, t)) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \cdot a_i(x(t), 0) + \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2.37)$$

Nous pouvons démontrer alors deux théorèmes :

- **Si  $W(x, t) \leq 0$  pour tout  $x$  et  $t$ , la solution d'équilibre à l'origine, ou solution du système (2.18) libre sans second membre, est stable au sens de Lyapunov.**
- **Si  $W(x, t) \leq -\gamma(\|x\|)$ , où  $\gamma$  est une fonction de classe K, la solution d'équilibre à l'origine est stable asymptotiquement.**

Ce type d'analyse permet de conclure quant à la stabilité du système sans étudier en détail le comportement de chaque solution. La construction d'une fonction de Lyapunov n'est systématique que pour des systèmes linéaires stables. Nous obtenons ainsi, une méthode d'analyse simple nous informant sur la stabilité ou la non-stabilité du système. Dans le cadre non-linéaire, l'incapacité à construire une de ces fonctions décroissantes conduit à ne pas conclure quant à l'instabilité du système étudié.

En effet, considérons la version libre de l'équation linéaire décrivant l'évolution des variables d'état d'un système :

$$\dot{x}(t) = A.x(t) \quad (2.38)$$

Nous pouvons définir une fonction de Lyapunov pour la trajectoire  $x$  du système par la relation quadratique suivante :

$$v(x) = x^T.P.x \quad (2.39)$$

P est, bien entendu, choisie symétrique, définie, positive. En utilisant la relation (2.37), et en remarquant que  $V(x, t)$ , définie par la relation (2.39), ne dépend pas explicitement de  $t$ , nous pouvons écrire :

$$\frac{dV(x, t)}{dt} = \left( \frac{dV(x, t)}{dx} \right)^T \cdot \frac{dx}{dt} = x^T \cdot (A^T.P + P.A).x \quad (2.40)$$

Posons Q telle que :

$$Q = -A^T.P - P.A \quad (2.41)$$

Cette matrice Q est symétrique. Si, de plus, elle est positive alors, d'après le premier théorème exposé, le système est stable au sens de Lyapunov. Ainsi, pour A et P données, nous pouvons facilement calculer la matrice Q. Réciproquement, si l'on se donne une matrice Q symétrique, on peut toujours calculer la matrice P solution de l'équation de Lyapunov associée (2.41). Nous pouvons alors, montrer que P et Q sont définies positives

si et seulement si  $A$  ne possède que des valeurs propres à partie réelle négative. L'étude des solutions de l'équation de Lyapunov en fonction de  $Q$ , caractérise donc la stabilité du système. Nous pouvons aussi noter que la solution de l'équation (2.41) évalue également l'intégrale suivante :

$$\int_0^{+\infty} x^T(t) \cdot Q \cdot x(t) \cdot dt = x_0^T \cdot P \cdot x_0 \quad (2.42)$$

Cette relation sera très utile pour caractériser certaines propriétés des matrices de contrôle optimal (cf chapitre méthodes de stabilisation active).

La méthode de Lyapunov peut, alors, servir à la synthèse de loi de contrôle. En reprenant le système (2.18), nous pouvons choisir, a priori, une fonction  $V(x)$  de manière à forcer le système à devenir stable au sens de Lyapunov. Il suffit, pour cela, de trouver le retour d'état  $u = g(x(t))$  adéquat. Nous pouvons ainsi démontrer, pour un système linéaire, les lois de contrôle optimales. Les différentes propriétés de la méthode de Lyapunov sont largement développées dans la littérature [9, 12].

### Approche Classique

Souvent, lors de l'élaboration d'une stratégie de contrôle, la stabilité est inhérente à la méthode choisie et ne demande pas d'étude particulière. Cependant, la réalisation expérimentale de contrôleurs actifs sur des structures mécaniques, demande une analyse complémentaire de la stabilité de la stratégie envisagée. Il faudra, alors, analyser les effets de la procédure utilisée sur l'ensemble des degrés de liberté résiduels qui n'ont pas ou mal été pris en compte dans la modélisation. Deux stratégies sont alors possibles.

La première consiste à effectuer un montage où actionneurs et capteurs sont co-localisés (situés au même endroit). Alors nous pouvons écrire, en reprenant le système d'équations (2.23) :

$$C = B^T \quad (2.43)$$

Alors, en considérant qu'il n'existe pas de termes de feedthrough au niveau de la mesure ( $D=0$ ) dans l'équation (2.30), nous pouvons montrer que les valeurs propres de  $A_{bf}$  sont toutes à partie réelle négative, pour peu que le contrôleur soit bien calculé.

La seconde méthode consiste à jouer sur l'observabilité et la contrôlabilité pour rendre, si possible, inactif le contrôle sur certains degrés de liberté. Ainsi, la réduction du problème est effectuée, a priori, et ne nécessite pas de précautions particulières. Ce type d'analyse peut être effectué pour des systèmes linéaires ou non-linéaires à travers une méthode de Lyapunov.

Cependant, lorsque tout est dimensionné parfaitement, il peut y avoir des modifications de certains paramètres au cours du temps. La sensibilité de la stabilité en fonction de ces variations représente la robustesse de la méthode de contrôle. En fait, le principal problème de la réalisation industrielle de systèmes mécaniques avec contrôle actif, réside dans la gestion de cette inconnue. Il convient, pour résoudre cette difficulté, d'une part de calculer la sensibilité de la méthode par rapport à ces variations (l'efficacité robuste) et, d'autre part, de cibler et de confiner les risques (la stabilité robuste).

### 2.8.2 Robustesse

Que le modèle d'un système soit obtenu par une des techniques de représentation présentée ou suite à une phase d'identification expérimentale, il subsiste, en général, un écart plus ou moins important entre le système physique et le modèle :

- soit parce qu'il existe diverses non-linéarités qui n'ont pu être prises en compte dans la modélisation,
- soit parce la dynamique des capteurs et actionneurs, ou celle du système mécanique lui-même, n'a pu être complètement mesurée ou exprimée, notamment à très basse ou à haute fréquence,
- soit, enfin, parce que, même sur la plage de fréquences où les modes sont convenablement modélisés, certaines singularités telles que les zéros de transmission ne sont pas correctement restituées.

La commande de tout système flexible doit donc nécessairement être robuste vis-à-vis des erreurs de modélisation, le niveau de performance atteint en boucle fermée dépendant de la capacité à décrire ces incertitudes et à les prendre en compte au mieux dans la synthèse.

#### Spécifications confinant les performances du contrôle

Nous considérons  $G$ , la fonction du transfert d'un système en boucle ouverte, et  $H$ , la fonction de transfert du contrôleur. La fonction de transfert en boucle ouverte du système global est  $GH$  (cf figure 2.1).

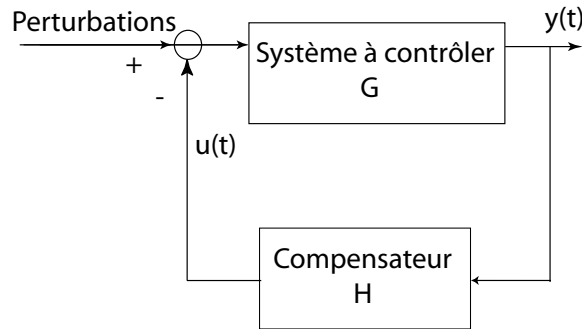


FIG. 2.1 – Boucle de rétroaction étudiée.

L'objectif général d'une boucle de contrôle par rétroaction (feedback) est de réduire la sensibilité aux paramètres extérieurs, l'erreur de traînage (précision du système) et les perturbations en basses fréquences ( $\omega < \omega_1$ ). Ces performances sont à atteindre avec un signal de capteur contaminé par un bruit hautes fréquences ( $\omega > \omega_2$ ) (cf figure 2.2).

La contrainte de conception du contrôle peut être mise sous la forme suivante :

$$|1 + GH(\omega)| \geq ps(\omega) \text{ avec } \omega \leq \omega_1 \quad (2.44)$$

où

$ps(\omega)$  : une fonction positive de performance.

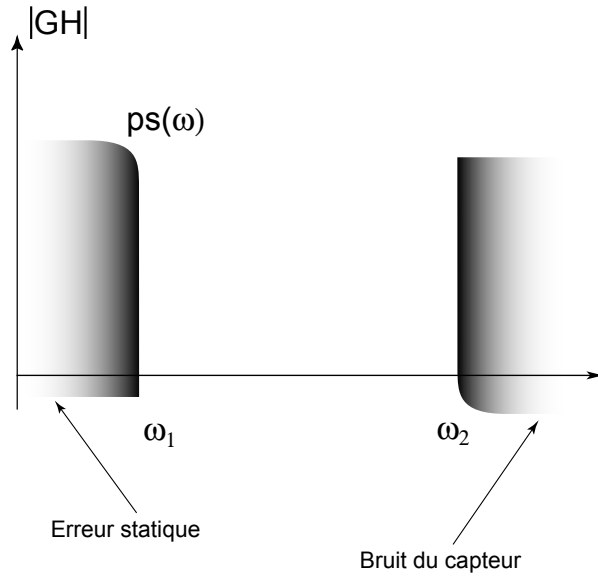


FIG. 2.2 – Spécifications d'une boucle de rétroaction [9].

$ps(\omega)$  est définie sur la bande de fréquences où la précision et le rejet des perturbations en basses fréquences sont effectifs. Nous avons également

$$|GH(\omega)| \ll 1 \text{ avec } \omega > \omega_2 \quad (2.45)$$

où  $\omega_2$  est la fréquence au delà de laquelle le bruit du capteur devient prépondérant et noie le signal contenant l'information.

Bien sûr, en complément, le système en boucle fermée doit être stable. Ainsi, les valeurs minimales pour les marges de gain ( $M_G$ ) et de phase ( $M_P$ ) doivent être également spécifiées. La marge de gain est la valeur par laquelle le gain doit être augmenté pour atteindre  $|HG| = 1$  (cf figure 2.3). La marge de phase, quant à elle, est la valeur par laquelle la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte excède  $-\pi$  lorsque  $|HG(\omega_c) = 1|$  (cf figure 2.4).  $\omega_c$  est appelée pulsation de coupure.



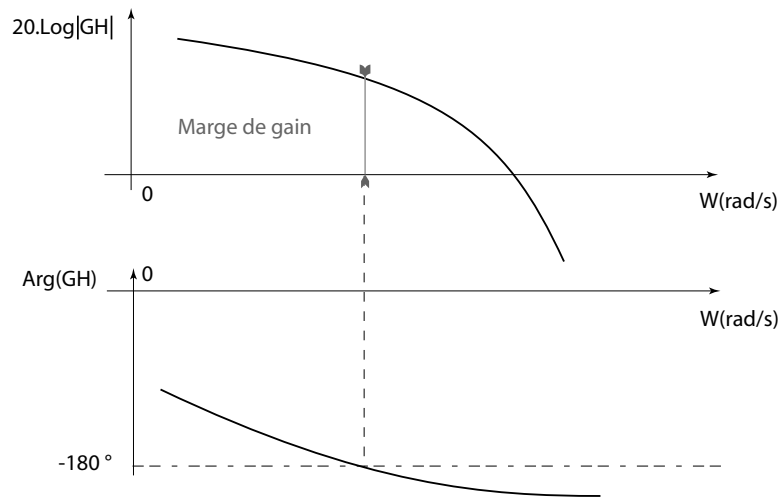


FIG. 2.3 – Définition de la marge de gain.

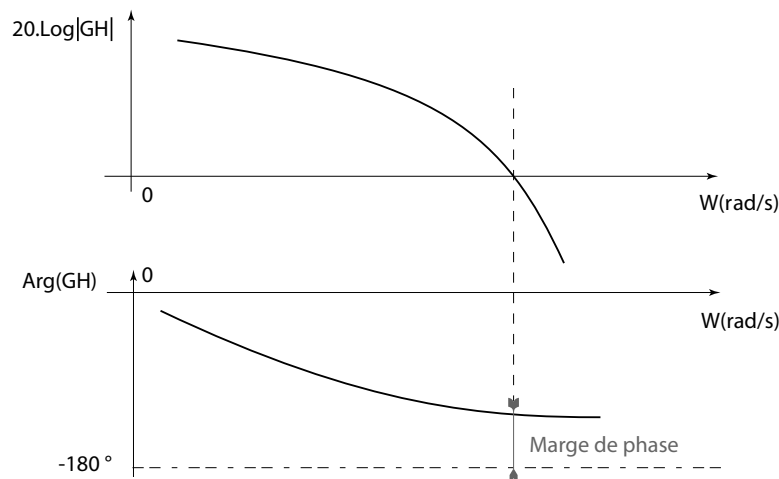


FIG. 2.4 – Définition de la marge de phase.

### Incertitude non-structurée et incertitude paramétrique

Les imperfections des techniques de modélisation et l'impossibilité de conserver des modèles d'ordre élevé conduisent à deux types d'incertitudes distincts : l'incertitude structurée ou paramétrique et l'incertitude non-structurée.

Dans le premier cas, l'incertitude sur le système physique est connue pour affecter des paramètres physiques spécifiques comme, par exemple, les fréquences propres ou l'amortissement. Elle concerne donc directement la partie modélisée de la dynamique du système. Par conséquent, ces incertitudes apparaissent directement dans la bande passante où nous effectuons l'étude. Pour être prises en compte dans l'élaboration d'une loi de contrôle, ces perturbations paramétriques doivent apparaître dans le modèle de manière explicite. Si nous reprenons la modélisation (2.23) sous forme de matrices d'état, les

matrices s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{nominal} & B_{nominal} \\ C_{nominal} & D_{nominal} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta A & \Delta B \\ \Delta C & \Delta D \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Dans le second cas, l'incertitude sera liée à l'existence d'une dynamique, généralement hautes fréquences, non représentée dans le modèle, qui conduit au risque de *spill-over*. Cette incertitude est caractérisée par une borne supérieure sur la norme de la différence entre la fonction de transfert du système réel  $G'(\omega)$  et son modèle  $G(\omega)$ . Nous pouvons écrire cette incertitude sous une forme additive

$$G'(\omega) = G(\omega) + \Delta G(\omega) \text{ avec } |\Delta G(\omega)| < l_a(\omega) \quad (2.47)$$

Mais, il est plus courant de considérer cette incertitude comme multiplicative au modèle :

$$G'(\omega) = G(\omega) \cdot [1 + L(\omega)] \text{ avec } |L(\omega)| < l_m(\omega) \quad (2.48)$$

où  $l_m(\omega)$  est une fonction positive définissant la borne supérieure de l'incertitude multiplicative. Habituellement,  $l_m(\omega)$  est considérée très petite en basses fréquences ( $l_m(\omega) \ll 1$ ) car le modèle est précis dans cette gamme.  $l_m(\omega)$  devient très grande ( $l_m(\omega) \gg 1$ ) en hautes fréquences à cause de la non prise en compte de la dynamique du système. Parce que  $l_m(\omega)$  définit seulement l'amplitude de l'incertitude, elle peut être associée à une distribution de phase. De plus, elle définit clairement la plus mauvaise situation possible. Évaluer  $l_m(\omega)$  n'est pas une tâche simple. Pour des structures flexibles de grandes dimensions, les modes non modélisés peuvent être utilisés pour évaluer l'incertitude associée.

### Performances robustes et stabilité robuste

La stabilité du système sera garantie en présence d'incertitudes si la distance d'instabilité  $|1 + GH|$  est toujours plus grande que l'incertitude  $\Delta GH$  (cf figure 2.5). La condition de robustesse de la stabilité est alors

$$|1 + GH| \geq |GH| \cdot l_m(\omega) \iff \frac{1}{l_m(\omega)} \geq \frac{|GH|}{|1 + GH|} \quad (2.49)$$

Normalement, cette condition ne sera jamais violée en basses fréquences où l'incertitude est faible et le gain de la boucle grand. En hautes fréquences, nous pouvons écrire :

$$\frac{|GH|}{|1 + GH|} \sim |GH| \quad (2.50)$$

Par conséquent, l'équation (2.49) se réduit à

$$\frac{1}{l_m(\omega)} \geq |GH| \quad (2.51)$$

Cette condition exprime la stabilité du gain. Elle n'est pas conservative si la phase est totalement inconnue. Multiplions la relation (2.49) par  $|GH|^{-1}$  pour obtenir la condition de stabilité modifiée :

$$|1 + (GH)^{-1}| \geq l_m(\omega) \quad (2.52)$$

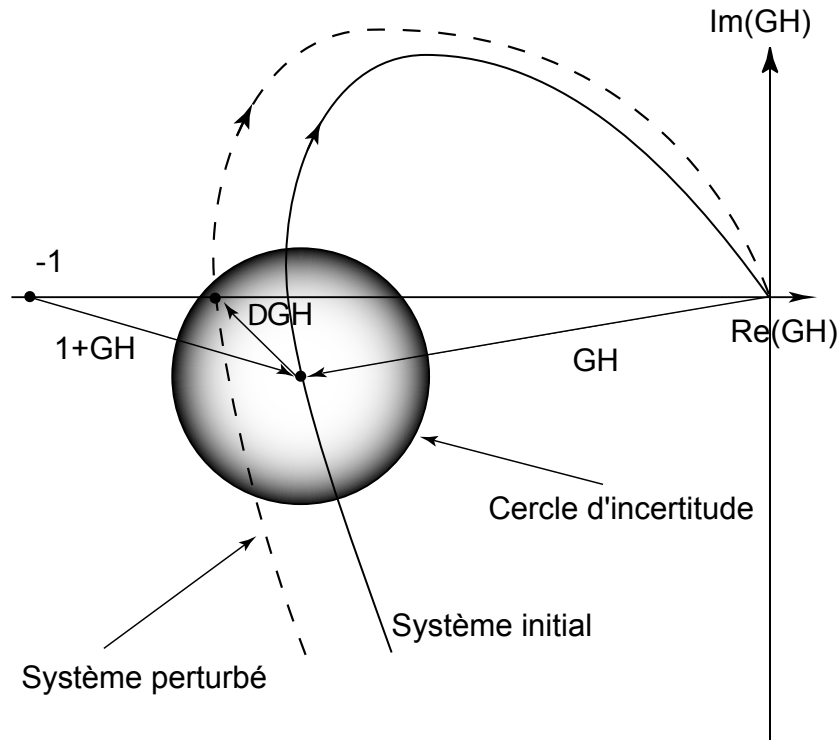


FIG. 2.5 – Diagramme de Nyquist des systèmes nominal et perturbé.

Maintenant, si nous voulons réaliser les performances avec le système perturbé, l'équation doit être remplacée par

$$|1 + (1 + L).GH(\omega)| \geq ps(\omega) \quad (2.53)$$

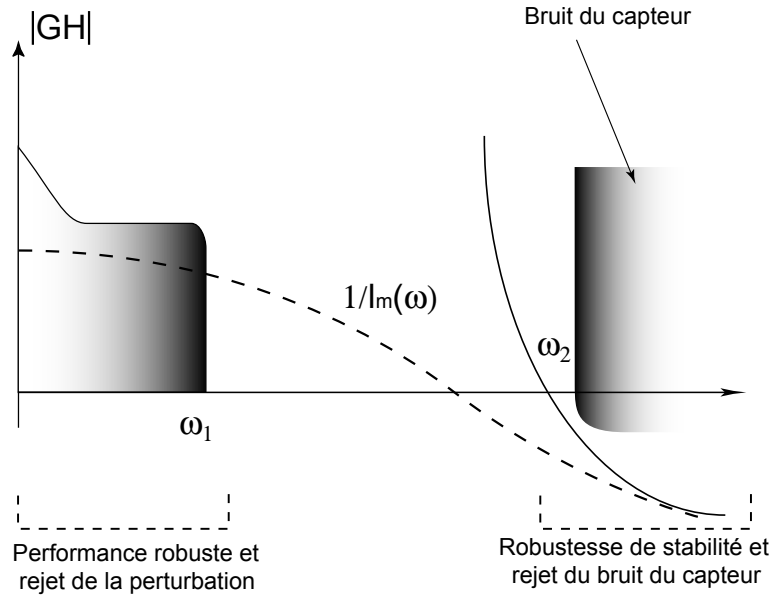
Cette équation sera satisfaite si

$$|1 + (1 - l_m(\omega)).GH(\omega)| \geq ps(\omega). \quad (2.54)$$

Par conséquent, une condition suffisante est donc

$$GH(\omega) \geq \frac{ps(\omega)}{1 - l_m(\omega)}. \quad (2.55)$$

Les conditions de conception sur  $|GH|$  sont données figure 2.6. La zone grisée en basses fréquences est écartée pour la performance robuste et celle en hautes fréquences pour la stabilité robuste.

FIG. 2.6 – Conditions de conception sur  $|GH|$ .

## 2.9 Phénomène de spill-over

Nous l'avons souligné précédemment, la mise en place d'une représentation numérique du contrôle demande la réduction du nombre de degrés de liberté du modèle. Cette troncature doit s'effectuer à un rang suffisamment élevé pour décrire les phénomènes étudiés sans trop de perte d'informations. Les systèmes de contrôle actif sont généralement employés pour réduire les vibrations, sur une plage de fréquences donnée. Par conséquent, le nombre de modes à prendre en compte se détermine naturellement.

Nous parlons de modes contrôlés pour les modes représentés dans le modèle et de modes résiduels pour ceux non représentés dans la modélisation adoptée pour le contrôleur. Le modèle tronqué n'étant plus totalement représentatif du système réel, il existe un risque d'instabilité dû à certains effets du contrôle sur les modes résiduels. Ce phénomène d'apparition d'instabilité sur des modes a priori non affectés par le contrôle, est connu sous le nom de contamination ou spill-over [13, 14].

Dans le cas, par exemple, d'un contrôle modal où un certain nombre de modes sont contrôlés, le système peut se mettre sous la forme décrite sur la figure 2.7, où l'indice  $r$  est lié aux modes résiduels, l'indice  $c$  est lié aux modes contrôlés et  $x$  représente le vecteur d'état modal.

Deux phénomènes dus aux effets de contamination peuvent apparaître :

- les modes résiduels peuvent être excités par le contrôle (*le spill-over de contrôle*),
- les signaux des capteurs incluent les réponses des modes résiduels dans leur mesure (*le spill-over d'observation*).

Les effets de spill-over se caractérisent alors par deux types de couplages résiduels différents :

- Le couplage entre les modes contrôlés et les modes résiduels. Nous soulignons que

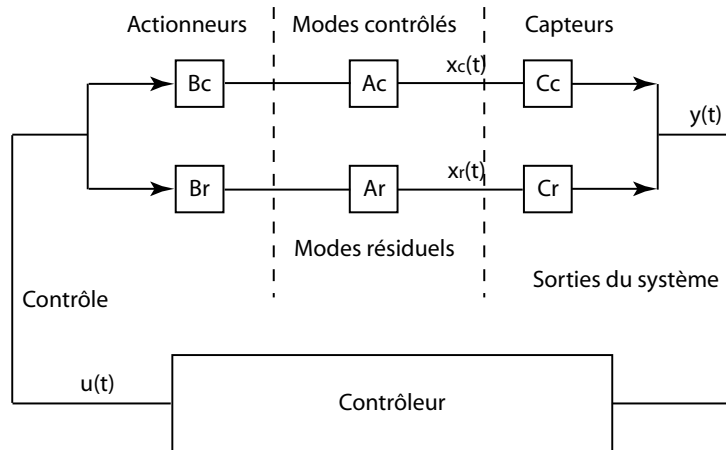


FIG. 2.7 – Mécanisme du phénomène de spill-over

deux aspects de ces couplages peuvent être séparés au niveau de l'optimisation : le spill-over d'observation et le spill-over de contrôle.

- Le second effet induit un contrôle résiduel en boucle fermée sur les modes résiduels [4]. Ce phénomène provient du couplage entre le spill-over d'observation et celui de contrôle. Cet effet est à la source des problèmes d'instabilité perturbant le contrôle.

La dynamique d'un système, avec une rétroaction sur son état, s'écrit, en boucle ouverte, sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c \cdot x_c(t) + B_c \cdot u(t) \\ \dot{x}_r(t) &= A_r \cdot x_r(t) + B_r \cdot u(t) \\ y(t) &= C_c \cdot x_c(t) + C_r \cdot x_r(t) + D \cdot u(t) \end{aligned} \quad (2.56)$$

Une parfaite connaissance des modes contrôlés est supposée. L'observateur d'état complet (ou observateur de Luenberger) est le suivant

$$\dot{\hat{x}}_c(t) = A_c \cdot \hat{x}_c(t) + B_c \cdot u(t) + K_c \cdot (y(t) - C_c \cdot \hat{x}_c(t)) \quad (2.57)$$

$(y(t) - C_c \cdot \hat{x}_c(t))$  est la différence entre la sortie du capteur et la sortie théorique prévue. La matrice de gain  $K_c$  est choisie afin que l'erreur entre l'état réel du système,  $x_c(t)$ , et l'état reconstruit,  $\hat{x}_c(t)$ , converge vers 0.

La boucle de rétroaction d'état s'écrit :

$$u(t) = -G_c \cdot \hat{x}_c(t) \quad (2.58)$$

Les interactions entre le système de contrôle et les modes résiduels peuvent être analysées en considérant le système formé par les variables d'état  $(x_c(t) \ e_c(t) \ x_r(t))^T$  où  $e_c(t) = x_c(t) - \hat{x}_c(t)$ . L'équation de comportement s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_c(t) \\ \dot{e}_c(t) \\ \dot{x}_r(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_c - B_c \cdot G_c & B_c \cdot G_c & 0 \\ 0 & A_c - K_c \cdot G_c & -K_c \cdot C_r \\ -B_r \cdot G_c & B_r \cdot G_c & A_r \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

L'équation (2.59) est le point de départ pour l'analyse du Spill-Over. Les termes prépondérants sont  $K_c.C_r$  et  $B_r.G_c$ . Ils résultent de la sortie du capteur et de la boucle de rétroaction. La sortie du capteur est contaminée par les modes résiduels via le terme  $C_r.x_r(t)$  (le spill-over d'observation). Le contrôle, quant à lui, excite les modes résiduels via la matrice  $B_r.u(t)$  (le spill-over de contrôle). La relation (2.59) montre que si  $C_r = 0$  ou  $B_r = 0$  alors les valeurs propres du système restent découplées. Il n'y a donc pas d'effet d'instabilité constaté. En revanche, si  $C_r \neq 0$  et  $B_r \neq 0$  c'est à dire si nous avons en même temps un spill-over d'observation et de contrôle, les valeurs propres du système se décalent de leur lieu de découplage. L'amplitude du changement du décalage dépend des termes de couplage  $K_c.C_r$  et  $B_r.G_c$ . Comme la marge de stabilité des modes résiduels est faible [14], même un petit décalage provoque l'instabilité. C'est ce que l'on nomme l'instabilité de Spill-Over. Il est à noter que tous les modes résiduels ne sont pas susceptibles de provoquer cette instabilité. Seuls les modes qui sont observables, contrôlables et proches de la bande de fréquences du contrôleur sont concernés.

Le risque de spill-over demande à être évalué et réduit autant que possible. Une optimisation des actionneurs et des capteurs a pour objectif de ne pas solliciter les modes résiduels, tout en observant au mieux les modes contrôlés. Elle passe par le dimensionnement et le positionnement de ces transducteurs. Nous tentons alors de réduire les coefficients des matrices  $B_r$  et  $C_r$ . Cette optimisation représente une étape essentielle dans la mise en oeuvre expérimentale du contrôle actif d'une structure. Le phénomène de spill-over est à l'origine de la plupart des échecs de contrôle de structures continues. La mise en oeuvre de la troncature modale doit donc s'effectuer avec précaution.

## 2.10 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons pu constater que la modélisation numérique d'un système en vue de concevoir une structure active requiert l'introduction de notions complexes telles que l'observation, la commande et l'activation. L'étude des lois mathématiques de contrôle en fonction de critères propres à chaque domaine d'application et surtout des réseaux de transducteurs est impérativement requise. En effet, la loi de contrôle ne conditionne finalement que partiellement les performances obtenues. La qualité du dimensionnement et du positionnement des capteurs et des actionneurs employés est fondamentale.

Nous voulons utiliser, comme transducteurs de contrôle, des matériaux piézoélectriques, sous forme minces ou massives. Il est donc nécessaire de comprendre les mécanismes physiques qui régissent le comportement de ces matériaux et les différentes modélisations employées pour le représenter. Par ailleurs, dans le cas des couches piézoélectriques minces, une attention particulière est à apporter à la phase d'usinage des dispositifs. Elle constitue, en effet, un des points cruciaux de leur niveau d'efficacité.

## Bibliographie

- [1] BANKS H. T., SMITH R. C., and WANG Y. *Smart material structures*. Masson and Wiley, 1996.

- [2] KIM C. S., YOUNG P. G., and DICKINSON S. M. On the flexural vibration of rectangular plates approaches by using simple polynomials in the rayleigh-ritz method. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 143, n°3 :379–394, 1990.
- [3] FOLTETE E. *Identification modale de structures linéaires et faiblement non-linéaires*. Thèse, Université de Franche-Comté, Novembre 1998.
- [4] COLLET M. *Contrôle actif des structures par couches piézoélectriques*. Thèse, Ecole Centrale de Lyon, Juin 1996.
- [5] LEMAITRE J. et CHABOCHE J. L. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, 1988.
- [6] GIBERT R.-J. *Vibrations des structures - Interactions avec les fluides - Sources d'excitation aléatoires*. Editions Eyrolles, 1988.
- [7] GERADIN M. et RIXEN D. *Théorie des vibrations - Applications à la dynamique des structures*. Masson, Paris, 2nd edition, 1996.
- [8] MEIROVITCH L. *Principles and techniques of vibrations*. Prentice-Hall Inc., 1997.
- [9] DE LARMINAT O. *Automatique - Commande de systèmes linéaires*. Hermes, Paris, 2nd edition, 1996.
- [10] RATIER L. *Stabilisation rapide des structures par contrôle actif, mise en oeuvre expérimentale*. Thèse, Ecole Normale Supérieure de Cachan, Décembre 2000.
- [11] ROBERTI V. *Contrôle de structures : théories et applications*. Thèse, Ecole Centrale de Lyon, Novembre 1994.
- [12] LEE E. B. and MARKUS L. *Foundation of optimal control theory*. SIAM Series of Applied Mathematics, 1968.
- [13] BALAS M. J. Active control of flexible systems. *J. Optimi. Th. Appl.*, Vol. 25 :415–436, 1978.
- [14] PREUMONT A. *Vibration control of active structures : An introduction. 2nd Edition*. Kluwer Academic Publishers, 2002.

# Chapitre 3

## Piézoélectricité : mécanismes, modélisations et dépositions

### 3.1 Définition

Le phénomène de piézoélectricité consiste en l'apparition ou la variation d'une polarisation à la surface de certains matériaux diélectriques anisotropes lorsqu'ils sont déformés sous l'influence d'une contrainte mécanique judicieusement appliquée. Cet effet est appelé effet piézoélectrique direct. Cette propriété est donc un phénomène intrinsèque à certains types de cristaux naturels comme le quartz ou la tourmaline, ou de matériaux artificiels comme le sulfate de lithium ou les céramiques traitées. L'effet piézoélectrique est réversible. Soumis à un champ électrique de direction convenablement choisie, ces matériaux se déforment. C'est ce que l'on nomme l'effet piézoélectrique inverse.

### 3.2 Historique

Bien que les premières observations qualitatives de cette propriété aient été faites par l'abbé René Just Haüy en 1817, la piézoélectricité a été véritablement mise en évidence à Paris en 1880 par Pierre et Jacques Curie sur le quartz. Ces derniers ont apporté à la fois une preuve expérimentale du phénomène et une théorie élaborée. Ils relient l'effet piézoélectrique à la géométrie atomique des cristaux et énoncent ses principales lois. Immédiatement, l'attention de plusieurs scientifiques se focalisa sur cette propriété. Nous pouvons citer Gabriel Lippmann, Wilhelm Gottfried Hankel, William Thomson (lord Kelvin) et surtout Woldemar Voigt. Celui-ci mena les premiers développements mathématiques de la piézoélectricité. Il y fait apparaître la théorie de l'élasticité des matériaux. A la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, la théorie de la piézoélectricité est presque complètement établie. Mais, à cette époque, elle n'est qu'une curiosité de laboratoire. Il faudra attendre la guerre de 1914-1918 pour la voir entrer dans la voie des applications industrielles. Paul Langevin eut l'idée d'exciter des lames de quartz par un signal électrique alternatif pour créer des ultrasons. Ceux-ci, réfléchis sur la coque des sous-marins ennemis, sont captés par d'autres cristaux piézoélectriques et font naître des tensions électriques alternatives faciles à détecter. Le sonar est né ainsi que la première utilisation conjuguée des effets piézoélectriques, direct et inverse. Walter Cady développera un peu plus tard les premiers oscillateurs radioélectriques stabilisés par un cristal de quartz. Il établit son schéma électrique équivalent. Dès lors, la piézoélectricité est associée à l'électronique naissante. Le



nom de Cady sera repris, par la suite, pour désigner un prix remis chaque année à une personnalité majeure de la piézoélectricité. C'est au cours de la seconde guerre mondiale que se développe l'industrie moderne de la piézoélectricité. Cinquante millions de résonateurs piézoélectriques à quartz sont alors fabriqués aux Etats-Unis. Sensiblement à la même époque, des cristaux synthétiques, ou céramiques, sont étudiés. Ils sont rendus anisotropes par application d'un champ électrique au cours de leur élaboration et présentent ensuite un effet piézoélectrique intense. Cette découverte donna lieu, ensuite, à de vastes recherches menant notamment à l'élaboration par frittage d'un mélange de Plomb, de Zirconium et de Titane plus connu sous le sigle PZT.

### 3.3 Mécanismes de la piézoélectricité

Les principes de symétrie de Curie (qui ont été justement formulés à propos de la piézoélectricité) montrent que la matière doit présenter une certaine dissymétrie intrinsèque pour que le phénomène puisse exister. Dans tout diélectrique, l'application d'un champ électrique entraîne un déplacement des charges liées à partir de leur position d'équilibre ; l'apparition ou la modification des moments dipolaires qui en résulte s'accompagne d'une variation des dimensions géométriques. Si la configuration cristalline du diélectrique présente un centre de symétrie, le phénomène est quadratique, proportionnel au carré du champ. Il s'agit le plus souvent d'une contraction, désignée par le terme d'électrostriction. Ainsi, un morceau de matière présentant un centre de symétrie ne peut-être piézoélectrique, ce qui exclut les gaz ainsi que les liquides ou solides isotropes.

Si la configuration cristalline est dépourvue de centre de symétrie, l'effet géométrique est du premier degré : c'est l'effet piézoélectrique inverse, d'amplitude très supérieure à celle de l'électrostriction. Dans la plupart des cas, une polarisation à l'échelle macroscopique existe souvent dans le matériau. Il est alors dénommé polaire. Cette polarisation est susceptible de varier non seulement sous l'effet d'une contrainte (piézoélectricité directe), mais aussi par suite de changements de température, donnant naissance à l'effet pyroélectrique. Tout corps pyroélectrique est donc piézoélectrique, mais la réciproque n'est pas vraie car la pyroélectricité exige la présence préalable d'une polarisation macroscopique.

Dans certains matériaux pyroélectriques, la polarisation élémentaire peut s'inverser sous l'action d'un champ électrique appliqué ; ce sont les corps ferromagnétiques. Le titanate de baryum en est un exemple.

En résumé, les cristaux, selon leurs éléments de symétrie et leurs propriétés physiques, peuvent être classés comme ci-dessous :

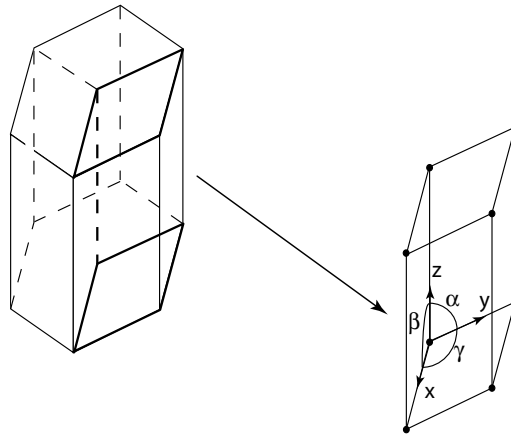
#### 3.3.1 Cas classique du quartz

Un modèle classique mettant en évidence le mécanisme de la piézoélectricité est fourni par le quartz. Forme cristalline de la silice ( $\text{SiO}_2$ ), le quartz appartient au système rhomboédrique (cf figure 3.1).

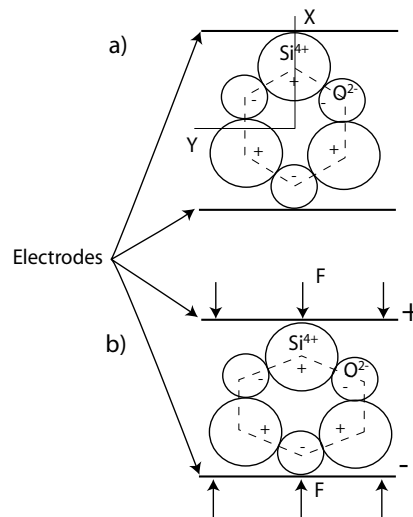
Pour schématiser la structure de l'édifice cristallin, on peut représenter la projection sur un plan perpendiculaire à l'axe  $\vec{Z}$  des trois molécules de  $\text{SiO}_2$  qui constituent une

|                            |   |                                  |
|----------------------------|---|----------------------------------|
| 32 classes<br>cristallines | - 21 classes non centrosymétriques<br>dont 20 sont piézoélectriques | - 10 classes non pyroélectriques |
|                            | - 10 classes pyroélectriques<br>(dont les ferroélectriques)         |                                  |
|                            | - 11 classes à centre de symétrie                                   |                                  |

TAB. 3.1 – Classement des cristaux par éléments de symétrie et par propriétés physiques [1].

FIG. 3.1 – Maille cristalline de type rhomboédrique avec  $\bar{x} = \bar{y} = \bar{z}$  et  $\alpha = \beta = 90^\circ$ ,  $\gamma = 120^\circ$ 

maille élémentaire. Les atomes d'oxygène y sont regroupés par deux faisant ainsi apparaître la forme hexagonale caractéristique du système cristallin.

FIG. 3.2 – Schéma de la projection d'une maille élémentaire de quartz suivant l'axe  $\vec{Z}$  : a) en l'absence de contrainte, b) dans le cas d'une compression mécanique selon l'axe  $\vec{X}$ .

En l'absence de contraintes, les barycentres des charges positives et négatives des

molécules coïncident : le moment dipolaire résultant est nul. Si l'on exerce une force de compression  $\vec{F}$  suivant l'axe  $\vec{X}$ , la structure se déforme : une contraction suivant  $\vec{X}$  et un allongement suivant  $\vec{Y}$ . Les barycentres ne coïncident plus. Il apparaît un moment dipolaire et donc des charges électriques superficielles : c'est l'effet piézoélectrique direct (cf figure 3.2).

### 3.3.2 Les céramiques piézoélectriques

Mis à part le quartz, dont l'intérêt réside dans sa stabilité et sa raideur, les cristaux piézoélectriques ont été remplacés dans leurs différentes applications par des céramiques de fabrication plus facile et donc de coût moindre.

Les céramiques sont formées par agrégats de microcristaux piézoélectriques, en général ferroélectriques. Aucun effet piézoélectrique global n'y apparaît spontanément à cause de la diversité des orientations des microcristaux d'une part et des domaines de polarisation d'autre part. Une formation du matériau sous champ électrique, destinée à aligner la polarisation des domaines, est donc nécessaire pour faire apparaître une orientation privilégiée et, par conséquent, une piézoélectricité macroscopique.

On distingue trois modes de vibration fondamentaux dans une céramique piézoélectrique : le mode longitudinal, le mode transversal et les modes de cisaillement. La nature et l'efficacité de ces modes dépendent des dimensions de l'échantillon considéré mais également de la direction de polarisation  $\vec{P}$  et du champ électrique  $\vec{E}$  appliqué à la surface du matériau. Il est ainsi possible de privilégier un mode de vibration donné par un choix convenable de ces grandeurs. La figure 3.3 présente ces modes fondamentaux et les conditions d'excitation nécessaires à leur obtention.

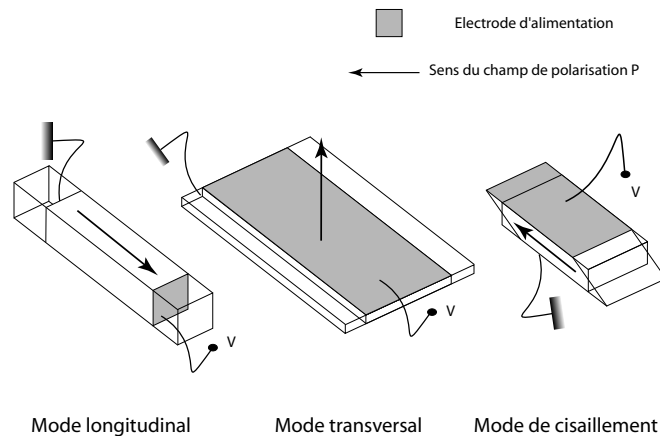


FIG. 3.3 – Modes de vibrations d'une céramique piézoélectrique

Les céramiques présentent plusieurs avantages :

- des modules piézoélectriques élevés (sensibilité),
- une forte permittivité diélectrique d'où une valeur élevée de la capacité du capteur ou actionneur et par suite une moindre influence des capacités parasites,
- une possibilité d'usinage ou de moulage dans des formes diverses,
- une direction de l'axe privilégié fixée selon les besoins,
- une robustesse mécanique,

- une température de Curie ajustable selon la composition. Il s'agit d'une température à partir de laquelle la polarisation de la céramique se relâche (équivalent à une température de recuit).

Leurs principaux inconvénients sont d'ordre thermique :

- des coefficients pyroélectriques importants,
- une variation thermique des modules piézoélectriques et des permittivités diélectriques,
- un hystérésis de température, c'est-à-dire une influence des antécédents thermiques sur les caractéristiques actuelles ; l'hystérésis en température est notablement atténuée par un vieillissement artificiel.

La piézoélectricité joue un rôle capital dans la conversion de signaux mécaniques en signaux électriques et inversement. Les cristaux piézoélectriques peuvent être employés comme oscillateurs mécaniques de fréquence élevée, l'énergie leur étant fournie par une tension synchrone. Les sources de fréquence stable sont indispensables à tous les systèmes actuels de télécommunication, les générateurs d'ultrasons... Il est également possible de constituer toutes sortes de capteurs et d'actionneurs. Ils constituent quelques exemples des nombreuses applications de la piézoélectricité.

## 3.4 Applications

Les applications de la piézoélectricité [1–3] sont de deux types : les unes sont statiques ou aperiodiques, c'est-à-dire qu'elles ne font pas appel à la résonance mécanique des composants piézoélectriques utilisés (mesure des pressions électro-acoustiques, mesure de forces statiques, ...); les autres font, au contraire, appel à cette résonance (génération ou filtrage des fréquences, génération d'ultrasons,...).

### 3.4.1 Mesure de pression, de force et Génération de déplacement, d'effort

Par l'utilisation de l'effet direct ou/et de l'effet indirect de la piézoélectricité, il est possible de concevoir des actionneurs et des capteurs capables de générer et de mesurer de grands efforts ou des déplacements d'une grande précision.

La mesure des pressions et des forces est l'application la plus évidente de l'effet direct piézoélectrique. Les corps piézoélectriques permettent des mesures de chocs, des mesures d'accélération ou de variations de pression. En effet, l'emploi de lames piézoélectriques dans certaines mesures permet de constituer des accéléromètres [4, 5] ou des gyroscopes [6]. De tels capteurs, petits, légers et robustes, ont de plus une fréquence de résonance propre élevée. Ils rendent possibles la détection et la mesure à large bande des accélérations (mobiles divers, engins, projectiles) et des vibrations de structures mécaniques.

Le premier effet employé dans la plupart des applications produits industriellement est l'effet longitudinal  $d_{33}$ . Il permet notamment de concevoir des moteurs à déplacement linéaire et des pistons de micropositionnement [7]. Une simple poutre avec un patch piezo-électrique peut être employée dans les appareils de microscopie à force atomique [8](ATM :

Atomic Force Microscopy) pour la mesure de position de l'extrémité sensible. Le second effet utilisé est l'effet transversal  $d_{31}$ . Une poutre faite de deux films piezoelectriques uniaxiaux avec des polarités opposées permet d'obtenir un actionneur/capteur en flexion. Ce type de dispositif peut être utilisé pour l'actionnement ou la mesure de déformation [9, 10]. Le troisième effet est l'effet de cisaillement produit par le coefficient  $d_{15}$ . Le coefficient  $d_{15}$  est intéressant à utiliser car sa valeur est très supérieure aux autres. Il conduit à la conception d'actionneur par torsion à grands efforts [11]. Un autre exemple d'application de cet effet est proposé par A. Benjeddou [12, 13]. L'architecture du dispositif consiste en une poutre sandwich où le coeur est remplacé par un matériau piézoélectrique. Le champ électrique est appliqué perpendiculairement à la direction de polarisation ce qui induit une déformation de cisaillement transverse.

Des détecteurs de gaz peuvent également être conçus en utilisant le principe des cavités résonantes. En effet, la fréquence de résonance perçue par le capteur dépend de la vitesse du son au travers du gaz dans la cavité [14].

### 3.4.2 Applications électro-acoustiques

Les têtes de lecture des Disk Compact ont constitué un débouché important pour les céramiques piézoélectriques. Celles-ci permettent la réalisation de capteurs sensibles et possédant une fréquence de résonance mécanique propre élevée, ce qui est indispensable à la reproduction fidèle des enregistrements. Les céramiques utilisées doivent être insensibles aux variations des conditions atmosphériques ambiantes. Des microphones et des hauts parleurs audio [15] constitués de matériaux piézoélectriques sont également employés.

### 3.4.3 Génération et réception de sons ou d'ultrasons

La génération et la réception de sons ou d'ultrasons font en général appel à la résonance du composant piézoélectrique utilisé, afin d'obtenir un bon rendement électroacoustique. Des pastilles de céramique piézoélectrique sont utilisées comme générateurs de sons (réveils, montres à quartz, signaux sonores de faible intensité). Les ultrasons produits par les céramiques sont en général situés dans la gamme de fréquences allant de 10 kHz à 1 GHz. Les fréquences atteignant 100 kHz sont utilisées dans les cuves de nettoyage. Le choix de la fréquence dépend du liquide nettoyant et de la nature des impuretés à éliminer. L'utilisation sous-marine des ultrasons répond à deux besoins : transmission et génération de signaux (téléphone sous-marin) et détection de corps (sonar). La fréquence choisie est fonction de ce que l'on cherche, banc de poissons ou sous-marin, et des conditions de propagation. Des transducteurs ultrasonores sont également très connus pour leurs applications dans l'imagerie médicale [16, 17]. Une onde ultrasonore est produite par un émetteur. Les intensités des ondes réfléchies par les différents organes du corps à diverses fréquences sont mesurées par un capteur en fonction du temps.

### 3.4.4 Applications radioélectriques

Les applications radioélectriques sont, peut-être, les plus importantes. Toutes se réfèrent à la fréquence de résonance du composant piézoélectrique utilisé : en général, c'est la stabilité de cette fréquence qui constitue le paramètre important. Aussi, pratiquement, seul le quartz, le plus stable des matériaux piézoélectriques connus, est employé. Quelques

réalisations de filtres de fréquence utilisant les céramiques ont cependant vu le jour. Elles sont réservées aux usages dits "grand public" où la qualité des performances est moins essentielle que le prix.

### 3.4.5 Équivalent électrique du résonateur piézoélectrique

Les électroniciens ont continué d'appeler "quartz" non pas le matériau naturel ou synthétique, mais le composant qui en est tiré, dont la coupe et les dimensions définissent une fréquence précise. La transformation des signaux électriques en signaux mécaniques et vice versa disparaît pour ces électroniciens devant l'intérêt du schéma électrique équivalent du "quartz" directement utilisable dans l'élaboration de schémas radio-électriques.

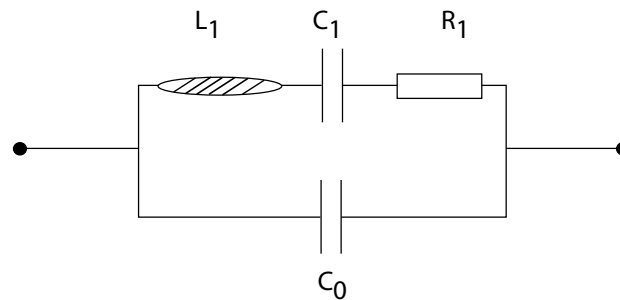


FIG. 3.4 – Schéma électrique équivalent d'un résonateur piézoélectrique

Ce schéma électrique équivalent comporte deux branches parallèles, formant un dipôle (cf figure 3.4). La première branche possède, en série, une inductance  $L_1$  (self mot-ionnelle), un condensateur  $C_1$  et une résistance  $R_1$  (résistance série). La seconde branche est constituée par un simple condensateur  $C_0$ , représentant la capacité statique inter-électrodes du "quartz". Aux basses et aux hautes fréquences, ce dipôle est pratiquement équivalent, du point de vue de l'impédance, à la capacité  $C_0$ . Au voisinage de la résonance mécanique, cette impédance prend d'abord une valeur purement ohmique faible ( $R_1$ ), devient selfique, redevient purement ohmique mais de valeur élevée, puis rejoint le comportement de  $C_0$ . Les deux fréquences pour lesquelles l'impédance est ohmique sont dites fréquence de résonance-série (impédance minimale) et fréquence d'antirésonance ou de résonance parallèle (impédance maximale). Les "quartz" résonant à basses fréquences (quelques kHz) ont des selfs équivalant à quelques milliers de henrys et des résistances série de quelques centaines de milliers d'ohms. Aux hautes fréquences (quelques MHz), ces valeurs sont respectivement de quelques millihenrys et de quelques ohms. Le facteur de qualité (Q) d'un "quartz" est usuellement compris entre 50000 et 500000. Il dépasse 2500000 pour certains types de "quartz" de haute qualité.

### 3.4.6 Générateurs de fréquences

Les générateurs de fréquences sont également appelés oscillateurs à "quartz", pilotes à "quartz", étalons secondaires ou standards de fréquences, suivant leur classe de stabilité. Ils sont constitués avant tout d'un "quartz", dont la fréquence de résonance-série est définie avec précision, et d'un dispositif électronique d'entretien. Celui-ci est, dans de nombreux cas, assimilable à un amplificateur non déphaseur. Le "quartz" est connecté entre la sortie et l'entrée de cet amplificateur. Le "quartz" lui-même n'a pas une stabilité

absolue : ses paramètres équivalents, donc sa fréquence, varient en fonction de la température (dérive thermique) et du temps. Les oscillateurs à "quartz" sont fréquemment inclus dans des enceintes thermostatiques. C'est ainsi que des stabilités de quelque  $10^6$  par jour peuvent être obtenues. Elles ne sont surpassées que par celles des horloges atomiques. Les oscillateurs, ou pilotes à "quartz", sont désormais des éléments indispensables aux télécommunications. Tous les émetteurs de radiodiffusion ou de télévision en possèdent, ainsi que tous les postes portables émetteurs-récepteurs. Depuis 1970, le "quartz" équipe la grande majorité des montres qui utilisent un résonateur à basses fréquences oscillant en flexion.

### 3.4.7 Filtres à "quartz"

Un filtre de fréquences est un quadripôle passif comportant en général des inductances et des capacités et qui a la propriété de laisser passer une certaine bande de fréquences et d'arrêter les autres. Cette propriété s'exprime par une "courbe de réponse" reliant la fréquence à l'atténuation. Les performances sont d'autant meilleures que le nombre de composants élémentaires est plus important. Les "quartz" présentent, en un seul composant, l'équivalent d'une inductance, de deux capacités et d'une résistance. Ils permettent donc la réalisation, dans un encombrement limité, de filtres aux performances particulièrement élevées. De plus, leur stabilité, beaucoup plus importante que celle de tout autre composant électronique, donne à ces filtres à "quartz" une qualité irremplaçable. Ces filtres ont constitué l'un des principaux débouchés de l'industrie du "quartz". Ils équipent tous les émetteurs-récepteurs à usage civil et militaire et de nombreux appareillages de mesure industriels et scientifiques.

### 3.4.8 Lignes de retard

Une ligne de retard est un composant permettant de créer un léger retard temporel afin de favoriser une autre action. De nombreux types de lignes de retard utilisent des vitesses de propagation d'ordre acoustique dans les solides (métaux-quartz fondus). À l'entrée et à la sortie de ces lignes de retard, sont placés respectivement un émetteur et un récepteur piézoélectriques [18].

## 3.5 Principaux matériaux piézoélectriques déposés en couches minces

### 3.5.1 L'oxyde de zinc (ZnO)

Le premier film de ZnO est réalisé par pulvérisation en 1965. En 1976, il est employé dans la réalisation de lignes de retard pour la télévision [18]. Il s'agit de la première utilisation commerciale d'un matériau piézoélectrique en couches minces. Le ZnO fut particulièrement apprécié pour ses propriétés piézoélectriques relativement importantes par rapport aux matériaux piézoélectriques non céramiques classiques et sa facilité à être gravé. Notons deux de ses plus grands avantages :

- nous avons la possibilité de cibler les zones où doivent être déposées les couches minces,
- la phase de polarisation est inutile puisqu'à la suite de la phase de dépôt le ZnO se trouve déjà polarisé.

### 3.5.2 Le Nitrure d'Aluminium (AlN)

L'AlN possède des propriétés piézoélectriques moins bonnes que le ZnO. Cependant, il présente une limite mécanique et une résistance contre les acides beaucoup plus importante. Ceci constitue un inconvénient indéniable lors de la phase de gravure mais un avantage certain pour le fonctionnement des micro-systèmes employés dans un environnement à contraintes sévères. D'autre part, la vitesse acoustique dans ce matériau est élevée ce qui en fait un candidat idéal pour des applications dans des gammes de fréquences supérieures au GHz. De plus, la résistivité électrique élevée disponible dans l'AlN, sa compatibilité avec le CMOS traitant, et sa constante à haute fréquence le rendent particulièrement attrayant dans des utilisations de résonateur. Toutes ces propriétés de l'AlN permettent également d'employer ce matériel pour des applications optiques, électroniques, et tribologiques. A l'instar du ZnO, deux des principaux avantages de l'AlN sont :

- la possibilité de cibler les zones où doivent être déposées les couches minces,
- l'inutilité de la phase de polarisation puisqu'à la suite de la phase de déposition l'AlN se trouve déjà polarisé.

### 3.5.3 Le Zirconate-Titanate de Plomb (PZT)

Les excellentes propriétés piézoélectriques des céramiques PZT ont été mises en évidence en 1954 [19]. Les coefficients de la matrice de couplage piézoélectrique sont en général dix fois supérieurs à ceux des matériaux non ferroélectriques comme le ZnO ou l'AlN. Les PZT présentent également des propriétés pyroélectriques qui permettent leur intégration dans des capteurs [20] de température ou infra-rouges. Cette propriété entraîne naturellement une grande sensibilité à la température. La variation des propriétés piézoélectriques qui en résulte peut constituer un inconvénient majeur dans certaines applications à environnement thermique changeant. Par ailleurs, les PZT possèdent une très grande constante diélectrique relative comparée aux autres matériaux piézoélectriques.

De manière générale, le dépôt de PZT est plus complexe à effectuer que pour les deux matériaux précédents. En effet, la présence de plusieurs métaux à déposer (Pb, Zr et Ti), la disparité des masses atomiques, en particulier entre le plomb et l'oxygène et la nécessité de travailler dans une atmosphère non réductrice sont les principales difficultés rencontrées lors de la déposition. De plus, il est nécessaire de maîtriser le rapport entre le titanate et le zirconium afin de privilégier le type d'application choisie. Enfin, la gravure du PZT est une phase compliquée du processus.

### 3.5.4 Matériau privilégié lors de la conception de structures

Les coefficients de couplage piézoélectrique du PZT sont beaucoup plus élevés que le ZnO et l'AlN. Il permet donc de générer des efforts importants nécessaires pour des applications en contrôle actif. Le PZT intégré sur silicium répond aux attentes des micro-systèmes. Par conséquent, nous optons pour l'emploi de ce matériau dans nos structures expérimentales.



## 3.6 Modélisation linéaire du phénomène

### 3.6.1 Equations constitutives

L'effet piezoélectrique peut être décrit par l'intermédiaire de quatre couples d'équations qui retranscrivent le couplage entre les effets mécaniques et électriques. Il est à noter que les termes pyro-électriques sont négligés.

$$\begin{aligned} T_i &= c_{ij}^E \cdot S_j - e_{mi}^t \cdot E_m & D_m &= e_{mi} \cdot S_i + \varepsilon_{mn}^S \cdot E_n \\ T_i &= c_{ij}^D \cdot S_j - h_{mi}^t \cdot D_m & E_m &= -h_{mi} \cdot S_i + \beta_{mn}^S \cdot D_n \\ S_i &= s_{ij}^E \cdot T_j + d_{mi}^t \cdot E_m & D_m &= d_{mi} \cdot T_i + \varepsilon_{mn}^T \cdot E_n \\ S_i &= s_{ij}^D \cdot T_j + g_{mi}^t \cdot D_m & E_m &= -g_{mi} \cdot T_i + \beta_{mn}^T \cdot D_n \end{aligned} \quad (3.1)$$

avec

$$\begin{cases} m, n & \text{les indices électriques variant de 1 à 3} \\ i, j & \text{les indices mécaniques variant de 1 à 6} \end{cases}$$

L'indice  $E$  indique que les valeurs considérées sont celles mesurées pour une déformation mécanique à champ constant (électrodes court-circuitées). L'indice  $D$ , quant à lui, signifie que la mesure a été faite à induction constante (électrodes en circuit ouvert). Enfin, l'indice  $T$  indique que les grandeurs électriques ont été mesurées à effort constant (éprouvette libre), et l'indice  $S$  à déformation constante (éprouvette encastree). L'ensemble des grandeurs caractérisant ces équations sont exprimées dans le tableau 3.2.

Ecrivons explicitement les tenseurs de contraintes et de déformations en utilisant la notation condensée de norme IEEE. Nous obtenons, sous forme vectorielle, les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{13} \\ T_{12} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ 2 \times S_{23} \\ 2 \times S_{13} \\ 2 \times S_{12} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

où

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.3)$$

et  $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3]^t$  est le vecteur de déplacement.

Les grandeurs électriques, champ et induction, et les grandeurs mécaniques, contrainte et déformation, sont reliées entre elles par les coefficients piezoélectriques  $d$ ,  $e$ ,  $g$  et  $h$ . Les relations suivantes traduisent ce lien :

$$d_{nj} = \varepsilon_{mn}^T g_{mj} = e_{ni} s_{ij}^E \quad (3.4)$$

$$e_{nj} = \varepsilon_{mn}^S h_{mj} = d_{ni} c_{ij}^E \quad (3.5)$$

$$g_{nj} = \beta_{mn}^T d_{mj} = h_{ni} s_{ij}^D \quad (3.6)$$

$$h_{nj} = \beta_{mn}^S e_{mj} = g_{ni} c_{ij}^D \quad (3.7)$$

| Type            |                | Définition  | Unité             | Dimensions |
|-----------------|----------------|---|-------------------|------------|
| Electrique      | D              | Densité de flux (ou déplacement) électrique   | $C.m^{-2}$        | 3x1        |
|                 | E              | Champ électrique  | $V.m^{-1}$        | 3x1        |
|                 | $\epsilon$     | Permittivité diélectrique   | $F.m^{-1}$        | 3x3        |
|                 | $\beta$        | Imperméabilité diélectrique   | $m.F^{-1}$        | 3x3        |
| Mécanique       | S              | Tenseur des déformations relatives  | Sans unité        | 6x1        |
|                 | T              | Tenseur des contraintes   | $N.m^{-2}$        | 6x1        |
|                 | s              | Tenseur de souplesse  | $m^2.N^{-1}$      | 6x6        |
|                 | c              | Tenseur d'élasticité  | $N.m^{-2}$        | 6x6        |
| Piézoélectrique | Effet direct   | $d_{ij}$ Densité de charges sur l'électrode normale à i<br>Contrainte suivant l'axe j<br>à champ constant           | $C.N^{-1}$        | 3x6        |
|                 |                | $e_{ij}$ Densité de charges sur l'électrode normale à i<br>Déformation relative suivant l'axe j<br>à champ constant | $C.m^{-2}$        | 3x6        |
|                 |                | $g_{ij}$ Champ électrique selon l'axe i<br>Contrainte suivant l'axe j<br>à induction constante                      | $V.m.N^{-1}$      | 3x6        |
|                 |                | $h_{ij}$ Champ électrique selon l'axe i<br>Déformation relative suivant l'axe j<br>à induction constante            | $V.m^{-1}$        | 3x6        |
|                 | Effet indirect | $d_{ij}$ Déformation relative l'axe j<br>Champ électrique suivant l'axe i<br>à effort constant                      | $m.V^{-1}$        | 3x6        |
|                 |                | $e_{ij}$ Contrainte suivant l'axe j<br>Champ électrique suivant l'axe i<br>à déformation constante                  | $N.m^{-1}.V^{-1}$ | 3x6        |
|                 |                | $g_{ij}$ Déformation relative l'axe j<br>Densité de charges sur l'électrode normale à i<br>à effort constant        | $m.V^{-1}$        | 3x6        |
|                 |                | $h_{ij}$ Contrainte suivant l'axe j<br>Densité de charges sur l'électrode normale à i<br>à déformation constante    | $N.C^{-1}$        | 3x6        |
|                 |                |   |                   |            |
|                 |                |   |                   |            |
|                 |                |   |                   |            |
|                 |                |   |                   |            |

TAB. 3.2 – Définitions des grandeurs de couplage piézoélectrique

avec

$$\begin{cases} m, n & \text{les indices électriques variant de 1 à 3} \\ i, j & \text{les indices mécaniques variant de 1 à 6} \end{cases}$$

Si nous considérons un domaine piézoélectrique, nous pouvons établir un système d'équations induit et les conditions aux limites qui lui sont associées.

Nous décrivons, dans le cas présent, l'effet piezoélectrique par l'intermédiaire des deux équations électro-mécaniques qui retranscrivent le couplage entre les effets mécaniques et électriques comme suit :

$$T = cS - e^T E \quad (3.8)$$

$$D = eS + \varepsilon E \quad (3.9)$$

Prenons le couple d'équations (3.8) et (3.9) en y injectant la relation (3.3) et  $E = -\nabla V$  avec  $V$  le potentiel électrique.

$$\begin{bmatrix} T \\ D \end{bmatrix} = \nabla \cdot \begin{bmatrix} c & -e^t \\ e & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ -V \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

La matrice  $9 \times 9$ , ainsi définie contient tous les paramètres matériaux liés au système.

Considérons un domaine piézoélectrique  $\Omega$  de bord  $\partial\Omega$ . D'après [21], l'équation d'équilibre élastodynamique du système s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \nabla \cdot T \\ \nabla \cdot D \end{bmatrix} = \nabla \cdot \begin{bmatrix} c & -e^t \\ e & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla \cdot \mathbf{u} \\ -\nabla \cdot V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \cdot \ddot{\mathbf{u}} - f \\ \rho_e \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Cette équation (3.11), associée aux conditions aux limites mécaniques et électriques, permettent de calculer, via un logiciel adapté comme femlab<sup>©</sup>, les composantes des déplacements  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  des ondes élastiques se propageant dans le substrat et le potentiel électrique  $V$ .

Les conditions aux limites électriques du système étudié s'écrivent de manière condensée :

- les conditions de Dirichlet.  
 $V = V_0$  spécifie le voltage au bord  $\partial\Omega$ . Comme le potentiel est une variable de résolution, nous devons définir cette valeur pour chaque limite du système pour que le modèle soit pleinement défini.
- les conditions de Neumann.  
 Soient  $q_v$  la densité volumique de charge et  $q_s$  la densité surfacique de charges telles que :

$$q_v = \text{Div} \vec{D} = \frac{\partial D_i}{\partial x_i} \quad (3.12)$$

$$q_s = [D_i] \cdot n_i$$

où

$$\begin{cases} n_i & \text{la normale sortant à } S : \text{surface totale du système,} \\ [D_i] & \text{la discontinuité du vecteur déplacement électrique à travers } S. \end{cases}$$

c'est à dire

$$[D_i] = (D_i)_{\text{exterieur}} - (D_i)_{\text{systeme}} \quad (3.13)$$

L'introduction des conditions aux limites électriques se révèle essentielle pour la précision de la modélisation et notamment dans le cas du contrôle passif de structures [7]. En effet, ces conditions engendrent des modifications de raideur qui influencent fortement les performances du système.

Par ailleurs, les équations (3.11) ne permettent pas d'obtenir un résultat analytique complet. Il existe donc un certain nombre d'hypothèses communément employées pour simplifier le problème.

### 3.6.2 Etat de l'art

Des outils numériques ont été développés pour obtenir analytiquement le comportement structural des matériaux piézoélectriques. Ces méthodes sont établies sous un certain nombre d'hypothèses. Il est à remarquer que ce nombre tend à diminuer drastiquement et à nous approcher d'une solution analytique complète.

Crawley [31] propose un modèle en déformation uniforme fondé sur l'interaction statique entre la poutre porteuse et les actionneurs PZT. Crawley et Anderson [32] distinguent la flexion en déformation uniforme de celle d'Euler-Bernoulli. Zhou et Tiersen [33] utilisent une méthode variationnelle sur des flexions et des extensions élémentaires de plaques composites afin d'analyser un film piézoélectrique mince incorporé dans une structure. Le couplage électro-mécanique induit et les équations aux dérivées partielles modélisant les effets, direct et inverse, générés par une couche piézoélectrique distribuée sont étudiés par Lee [23, 28, 29]. La théorie classique de lamination (Classical Lamination Theory, CLT) est ainsi proposée. Lee utilise les hypothèses de Kirchhoff-Love, un état plan de contrainte et un potentiel électrique constant au travers du film piézoélectrique dans le cas des structures piézocomposites. Une théorie classique de lamination modifiée (MCLT) est développée par Almajid [34] pour des poutres et des plaques. Dans cette formulation, tous les termes de couplage piézoélectrique sous un champ électrique appliqué sont inclus dans des constantes de raideur et piézoélectriques réduites. Weinberg [35] obtient une solution approximative de forme simple pour la flexion de multicouche piézoélectrique utilisant la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli, laquelle néglige l'effet de cisaillement transverse lors de la déformation de la poutre. L'une des plus fortes hypothèses dans toutes ces méthodes est que le champ électrique dans les couches piézoélectriques soit constant. Cette approximation est valide uniquement pour des matériaux possédant des coefficients de couplage électromécanique faibles. Or ce n'est pas le cas pour les céramiques piézoélectriques. Par conséquent, Tadmor et Kosa [27] étendent la formulation de Weinberg en incluant la variation du champ électrique dans l'épaisseur des couches. Wang and Quek [25] démontrent qu'un champ électrique linéaire dans le film piézoélectrique génère des erreurs de précision de calculs et cause la violation de l'équation d'équilibre de charge. Par conséquent, Krommer et Irschik [24] proposent une distribution quadratique du potentiel électrique suivant la direction de l'épaisseur. Benjeddou et Deü [26] considèrent tous les

composants du champ électrique et du champ de déplacement pour vérifier exactement l'équation d'équilibre électrique. La théorie de déformation de cisaillement du premier ordre et un potentiel électrique quadratique au travers de la couche piézoélectrique sont utilisés dans leur formulation.

### 3.6.3 Hypothèses de Kirchhoff-Love

Les hypothèses de Kirchhoff-Love sont utilisées de manière à définir simplement les équations de mouvement de systèmes contraint piézoélectriquement. Elles sont couramment employées et il semble important de les préciser pour les confronter à des modèles plus complets.

Définissons les hypothèses des "plaques de Kirchhoff-Love". Nous supposons que la couche piézoélectrique utilisée est de type "couche mince". Pour cela, son épaisseur doit être très petite comparée aux deux autres dimensions (soit un rapport supérieure à 100). Cette énoncé induit que nous pouvons considérer un état plan de contrainte dans la structure. Ensuite, les sections droites du système au repos, perpendiculaires au plan neutre, restent, au cours du chargement, droites et perpendiculaires au plan neutre (cf figure 3.5). Enfin, le chargement de la structure s'effectue perpendiculairement au plan neutre. Il est à noter que nous n'avons pas tenu compte des effets de bord dus à la répartition limitée des couches sur la structure porteuse. Par conséquent, nous supposons que l'effet piézoélectrique n'existe que dans le volume de matière compris entre deux électrodes.

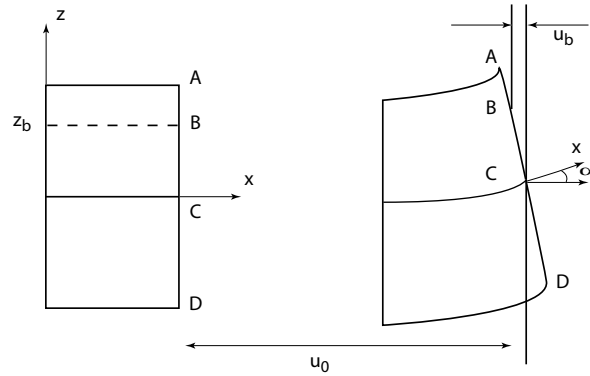


FIG. 3.5 – Coupe longitudinale d'une plaque de Kirchhoff-Love au cours d'un chargement.

Nous définissons la forme générale des déplacements  $u$ ,  $v$  et  $w$  respectivement suivant les axes  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ , de la manière suivante :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \cdot \frac{\partial w}{\partial x}(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \cdot \frac{\partial w}{\partial y}(x, y) \\ w(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \quad (3.14)$$

La seconde équation piézoélectrique, dite équation de charges, peut se simplifier sous la forme suivante, si  $E = [0 \ 0 \ E_3]^t$  :

$$D_3 = \varepsilon_{33} \cdot E_3 + d_{31} \cdot P_1(x, y) \cdot T_1 + d_{32} \cdot P_2(x, y) \cdot T_2 \quad (3.15)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{ll} z_0 & : \text{la distance entre la fibre neutre et la demie épaisseur de la couche.} \\ [c] & : \text{le tenseur d'élasticité.} \\ P_i & : \text{la fonction de localisation des effets piézoélectriques suivant l'axe } i. \\ & \text{et le profil de polarisation des couches piézoélectriques.} \\ E_3 = -V_3.h & : \text{la tension appliquée aux bornes du film.} \end{array} \right.$$

L'équation (3.15) exprime la relation entre le déplacement électrique  $D$ , le champ électrique  $E$  et certaines composantes du tenseur des efforts exprimés dans le plan médian de référence. Les fonctions  $P_1$  et  $P_2$  représentent, à la fois, la polarisation et la localisation spatiale de la couche piézoélectrique électrodée.

La relation entre la tension électrique  $V$  et la composante selon  $(Oz)$  du champ électrique,  $E_3$ , suppose un diélectrique mince où  $V$  ne varie pas suivant l'épaisseur de la couche. Cette hypothèse est communément admise pour effectuer une modélisation rapide de système faisant intervenir la piézoélectricité. Cependant, il a été largement démontré dans la littérature [24–27] que cette simplification amène à des erreurs et notamment à la non-résolution de l'équation de charges définissant le flux de déplacement électrique.

### 3.7 Réflexions sur la prise en compte de l'effet de cisaillement dans les couches piézoélectriques minces

Dans la modélisation sous hypothèses de type Kirchhoff-Love, les effets de cisaillement des couches piézoélectriques ne sont pas prises en considération. En effet, il semble évident, pour des couches épaisses, que les effets de cisaillement des couches et les variations des champs électriques dans l'épaisseur du piézoélectrique soient non négligeables. Mais, n'est-ce pas également le cas pour des films piézoélectriques "minces" ?



FIG. 3.6 – Dimensions de la poutre étudiée.

Prenons le cas d'une poutre encastée-libre sur laquelle un film piézoélectrique mince est déposé (cf figure 3.6). Nous étudions, dans une configuration statique, la déflexion en

bout de poutre pour trois modèles différents :

- une modélisation complète sans hypothèse simplificatrice en utilisant l'équation de base énoncée en (3.11) et les conditions aux limites mécaniques et électriques attendues.
- une modélisation complète mais en ne considérant que le terme  $e_{31}$  dans la matrice de couplage piézoélectrique.
- une modélisation reprenant les hypothèses de Kirchhoff-Love.

Nous prenons, comme données numériques, une poutre en aluminium de 5 mm de longueur, de 1 mm de largeur et d'une épaisseur de 50  $\mu\text{m}$ . Le piézoélectrique est une céramique PZT possédant une matrice de couplage standard (cf Annexe 2.1), de 1 mm de longueur et de largeur. Nous faisons varier, pour l'étude, son épaisseur de 2  $\mu\text{m}$  à 100  $\mu\text{m}$ . Une tension  $V$  est appliquée aux bornes de la couche PZT et nous mesurons le déplacement  $y$  en  $x = L$ .

Nous obtenons pour les différentes épaisseurs de piézoélectrique, le graphique comparatif (3.7). Il apparaît clairement une dérive entre les modèles complets et de Kirchhoff-Love au fur et à mesure que l'épaisseur de film augmente. Il s'agit d'un résultat logique comme nous l'expliquions précédemment. Focalisons-nous sur les épaisseurs de couches excitatrices que l'on peut considérer comme minces par rapport à l'épaisseur de la poutre hôte. Le tableau 3.3 récapitule ces données. Nous observons un facteur 2 entre le modèle complet sans hypothèse simplificatrice et celui de Kirchhoff. Ce ratio intervient directement sur l'efficacité, constatée au niveau du modèle, de la couche activatrice. En définitive, l'effet du coefficient de Poisson est supérieur à celui du  $d_{33}$  sur l'efficacité de l'actionnement.

|   | 2 $\mu\text{m}$ | 4 $\mu\text{m}$ | 6 $\mu\text{m}$ | 8 $\mu\text{m}$ | 10 $\mu\text{m}$ |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| déflexion pour le modèle complet ( $\mu\text{m}$ )              | 68.5            | 133.6           | 194.6           | 251             | 302.2            |
| déflexion pour le modèle avec $d_{31} \neq 0$ ( $\mu\text{m}$ ) | 55.3            | 108.5           | 159             | 206.2           | 249.8            |
| déflexion pour le modèle de Kirchhoff ( $\mu\text{m}$ )         | 37.8            | 70.6            | 98.7            | 122.4           | 142.3            |
| Rapport entre les modèles complet et de Kirchhoff               | 1.81            | 1.89            | 1.97            | 2.05            | 2.12             |

TAB. 3.3 – Valeur de la deflection statique pour des épaisseurs minces de film

Lorsque nous voulons évaluer les possibilités d'un dispositif microtechnique incluant des piézoélectriques, il est indispensable de procéder à une modélisation complète ou prenant en compte les phénomènes de cisaillement. En effet, la dérive constatée dans le cas d'un modèle simplificateur communément utilisé ne peut être considérée comme négligeable.

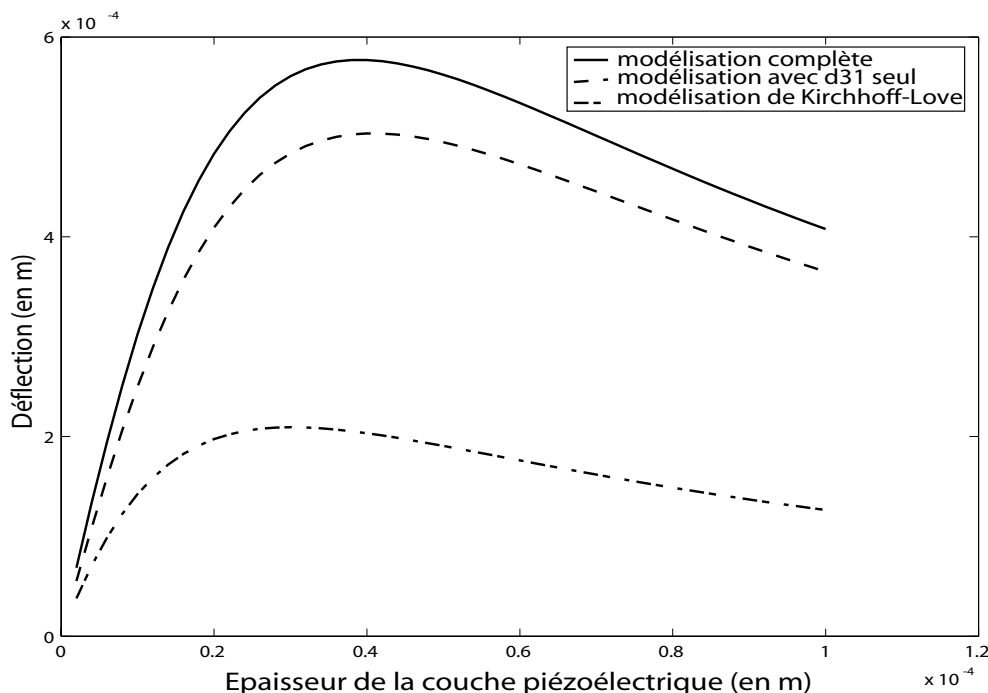


FIG. 3.7 – Graphique comparatif de la déflexion statique pour différentes configurations numériques.

### 3.8 Modélisation non-linéaire des matériaux ferroélectriques

Nous l'avons vu précédemment, les applications avancées des matériaux céramiques demandent de grandes forces ou de grands déplacements. Dans certains cas (les couches minces ou les actionneurs avec une forme d'électrodes complexe), des hauts niveaux de contrainte, de déformation ou de champ électrique sont observés. Dans de telles conditions, la série classique d'équations linéaires n'est plus valide. La déformation irréversible engendrée et la dégradation des propriétés piézoélectriques du matériau se mettent alors en place. Par conséquent, des lois constitutives non linéaires sont nécessaires. La ferroélectricité peut être caractérisée par trois phénomènes typiques : l'hystérésis diélectrique, la courbe en ailes de papillon (c'est à dire la courbe du champ électrique en fonction de la déformation) et l'hystérésis ferroélastique. Nous notons que tous ces phénomènes ont la même interprétation microscopique : le processus de changement des domaines de polarisation [36].

La modélisation du comportement des céramiques ferroélectriques est une activité de recherche en pleine expansion. Deux approches sont possibles.

Du point de microélectromécanique, les cristaux orientés de manière aléatoire sont identifiés [37, 38]. Ces éléments peuvent être subdivisés en domaines ferroélectriques, dans lesquels la polarisation et la déformation sont homogènes. La réponse moyenne du matériau polycristallin est calculée à partir de la réponse de chaque grain par une méthode d'homogénéisation adéquate. Cependant, la principale limitation de ces modèles est l'importance du nombre de grains nécessaires pour obtenir une simulation précise. En utilisant



une analogie avec la plasticité cristalline, des lois de comportement ont été développées pour modéliser le mouvement des domaines [39, 40].

Du point de vue phénoménologique, des variables internes sont nécessairement identifiées. En effet, l'établissement du modèle requiert, à la fois, la connaissance du chargement en cours et l'histoire de l'orientation des domaines ferroélectriques. Bassiouny *et al* [41, 42] propose une formulation fondée sur la théorie thermodynamique des processus irréversibles, des concepts issus de l'élastoplasticité. Une formulation simplifiée liant la déformation rémanente à la polarisation rémanente est également énoncée [43]. Toutes ces méthodes nécessitent le calcul d'un module de plasticité.

## 3.9 Techniques de déposition

### 3.9.1 Etat de l'art

Il existe plusieurs techniques de déposition de couches minces sous vide [44–46]. Elles se répartissent, de manière classique et principalement, en deux grandes familles : les méthodes chimiques et les méthodes physiques (cf figure 3.8). Les méthodes chimiques se scindent en deux classes : les dépôts en solution et ceux en phase vapeur. Il est à noter que les méthodes physiques permettent d'obtenir des films de dépôts épitaxiés c'est à dire avec orientation cristallographie préférentielle.

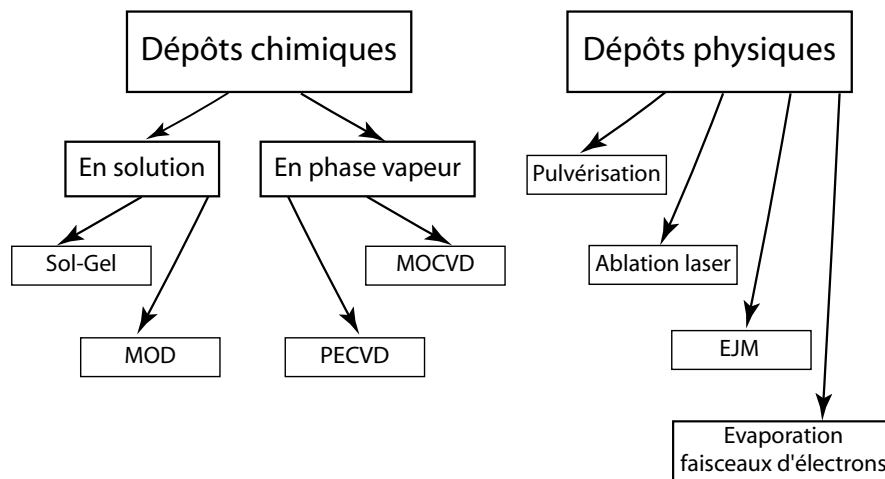


FIG. 3.8 – Synthèse des principales techniques de déposition de couches minces.

### La méthode Sol-Gel

La méthode Sol-Gel est un processus émanant de la physico-chimie des gels [47]. Dans ce procédé, l'idée de base est simple. Une solution, constituée à partir d'un solvant et d'un mélange de précurseurs moléculaires du PZT, homogène à l'échelle moléculaire, est étalée en une couche uniforme sur un substrat. Le solvant est ensuite évaporé. Enfin, ce gel est cristallisé par un traitement thermique.

## La méthode MOD

Dans le processus de déposition d'organométalliques (Métal-Organic Deposition, MOD) [48, 49], une solution contenant un solvant à base d'alcool et des organo-métalliques est formée. La suite de la méthode est équivalente au processus Sol-Gel.

## La méthode MOCVD

La déposition chimique d'organométalliques en phase vapeur (Metal-Organic Chemical Vapor Deposition, MOCVD) [50, 51] est une technique héritée de la micro-électronique où de nombreux dépôts de surface sont réalisés en CVD (Chemical Vapor Deposition) comme le polysilicium ou la silice à basse température (LTO). Ce procédé consiste à mettre un composé volatil du matériau à déposer en contact avec le substrat. Par exemple, dans le cas du PZT, les éléments volatils sont des ions métalliques contenus dans des organo-métalliques [52, 53]. Ces organo-métalliques sont obtenus sous forme gazeuse en utilisant un gaz porteur (généralement, l'azote). Le substrat est, quant à lui, porté à la température de cristallisation du mélange. Les réactions chimiques de formation du dépôt s'activent dès le contact entre le composé volatil et le substrat.

## La méthode PECVD

La méthode de déposition chimique en phase vapeur par effet photonique (Photonic Effect Chemical Vapor Deposition, PECVD) [54, 55] a le même déroulement que la méthode MOCVD. En revanche, la réaction de cristallisation des espèces gazeuses contenant le matériau à déposer sous forme de molécules volatiles est activée par effet photonique et non par effet thermique.

## La méthode par pulvérisation cathodique

La méthode par pulvérisation cathodique [56, 57] est basée sur l'ionisation d'un gaz (le plasma) sous faible pression. Les ions formant ce gaz (par exemple, l'argon) sont accélérés sous l'action d'un champ électrique  $E$  et vont percuter une cible constituée du matériau que l'on souhaite déposer. Ces ions assez lourds et énergétiques arrachent des atomes à la cible qui vont ensuite se condenser sur le substrat.

## La méthode par ablation laser

Dans le processus par ablation laser (Pulsed Laser Deposition, PLD) [58, 59], il s'agit d'une évaporation sous vide. L'énergie est apportée par l'impact d'un faisceau laser pulsé de puissance élevée, typiquement laser eximère ou laser YAG. Un avantage considérable est de pouvoir utiliser des cibles de très petites dimensions, l'ablation se produisant sur une surface de quelques millimètres carrés. Le laser provoque un arrachement de matière. Le plasma ainsi formé est collecté par substrat. Cette méthode présente l'avantage de ne nécessiter aucune source thermique polluante à l'intérieur de l'enceinte, ce qui est une avancée très significative pour les dépôts effectués dans un environnement ultravide.

## La méthode d'Epitaxie par Jet Moléculaire

Le processus d'Epitaxie par Jet Moléculaire (Molecular Beam Epitaxy, MBE) [60, 61], consiste à placer dans une enceinte à ultravide, des creusets contenant les composés

dont on veut contrôler la croissance. Par simple chauffage des creusets, les composés s'évaporent et se déposent lentement sur le substrat choisi. On peut ainsi faire croître des couches monocristallines de quelques épaisseurs atomiques. Le contrôle des épaisseurs est obtenu par la mesure du temps d'évaporation. Il est possible d'alterner les composés et de réaliser ainsi des structures en "sandwich" ou multicouches aux propriétés nouvelles.

### La méthode par évaporation à faisceau d'électrons

Il s'agit d'une technique [62, 63] dérivée de celles utilisant les éléments à déposer en phase vapeur. La différence se focalise sur la façon de chauffer les composants à évaporer. En effet, cette phase est effectuée à l'aide d'un faisceau d'électrons focalisé.

### Les autres méthodes

- L'électrophorèse (ElectroPhoretic Deposition, EPD) [64],

Dans ce processus, un composant est d'abord copié comme échantillon conducteur sur une feuille de plastique par photolithographie conventionnelle. Cet échantillon est alors immergé dans une solution de particules stable, dispersée et électrostatiquement chargée.

Une tension est appliquée entre l'échantillon conducteur et une contre-électrode dans la solution. Le courant ainsi créé traverse la solution, et attire les particules vers l'échantillon conducteur. Le courant crée un environnement électrochimique sur la surface qui précipite les particules sur l'échantillon. Ce dépôt peut être monocouche ou constituer de plusieurs milliers de particules d'épaisseur. L'échantillon conducteur photolithographiquement produit peut être réutilisé à plusieurs reprises pour créer plusieurs dépôts.

- La synthèse hydrothermale [65],

Le principe de cette méthode consiste à introduire les réactifs et un solvant dans une bombe de digestion. La bombe est ensuite chauffée pour augmenter la pression dans l'enceinte. Pour effectuer le dépôt de films piézoélectriques, la procédure s'effectue en deux étapes successives : la nucléation puis la croissance cristalline.

La première étape (processus de nucléation) est celle pendant laquelle le substrat réagit avec la solution mélangée contenant les précurseurs du matériau piézoélectrique. Ensuite, la croissance cristalline est favorisée afin d'obtenir le film piézoélectrique désiré.

Par rapport aux méthodes classiques de dépôt (sol-gel, pulvérisation, ablation laser ...), la méthode hydrothermale présente, potentiellement, plusieurs avantages : la faible température de dépôt, un taux de dépôt relativement élevé et la possibilité d'effectuer un dépôt sur un substrat non plan quelque soit sa géométrie.

### 3.9.2 Démarche privilégiée

Pour la réalisation des micro structures étudiées au cours de ce programme de recherche, la démarche de déposition du matériau choisi - le PZT - est celle de la méthode Sol-Gel. Nous allons décrire précisément chaque étape du processus de fabrication de

micro-dispositifs [66] (cf figure 3.9).

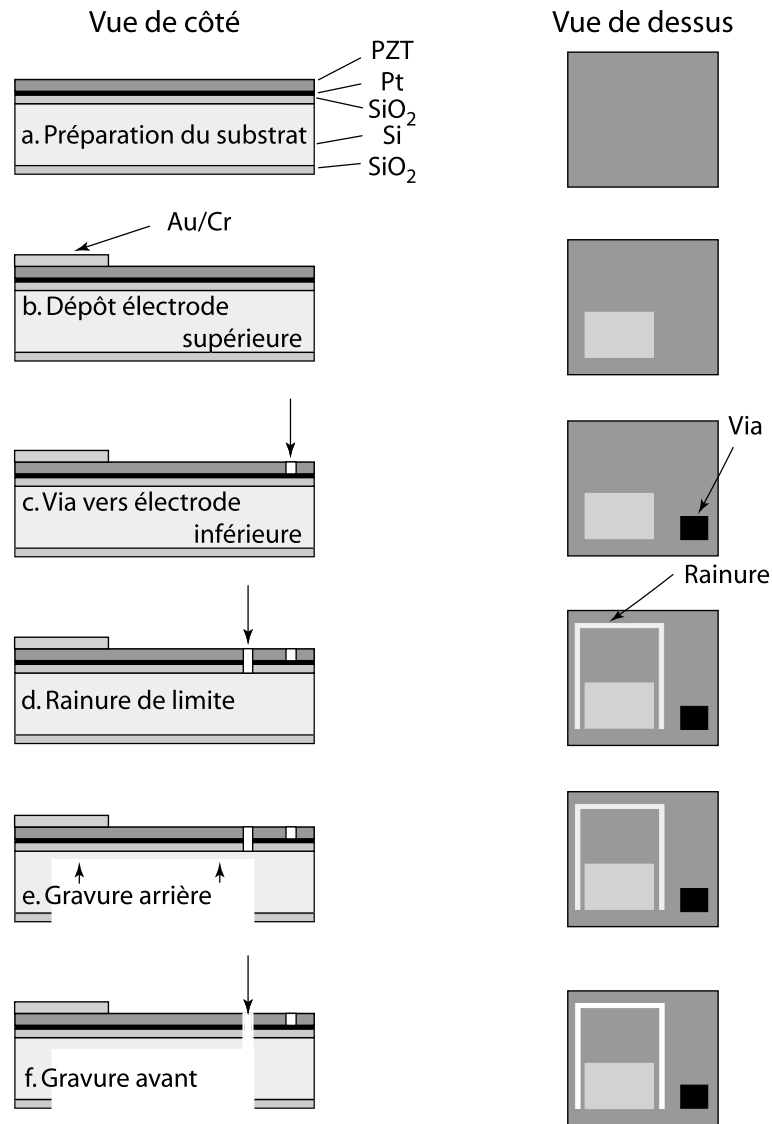


FIG. 3.9 – Processus générique appliqué de la micro fabrication d'un cantilever.

### Préparation du substrat

Il faut, dans un premier temps, préparer le substrat c'est à dire la galette (wafer) de silicium de 200 mm de diamètre et de 390  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. Le wafer employé doit posséder une couche de dioxyde de silicium ( $\text{SiO}_2$ ). Pour cela, il est oxydé thermiquement. Ensuite, il est poli sur ses deux faces pour atteindre le niveau de planéité attendu. On nomme la structure ainsi formée un wafer de silicium sur isolant (silicon on isolator wafer, SOI wafer).

Ensuite, une première série de couches est déposée sur la face avant du wafer (cf figure 3.9 (a)). Cette série est composée, du wafer vers l'extérieur, d'une couche d'adhésion ( $T_i/T_i\text{O}_2$ ) de 10 nm d'épaisseur, de l'électrode inférieure en platine ( $\text{Pt}$ ) de 100 nm d'épaisseur et d'une couche de germination ( $\text{PbTiO}_3$ ) de 10 nm d'épaisseur facilitant la

déposition de la couche de matériau piézoélectrique. Ces couches sont déposées en phase vapeur sur le substrat. Il est à noter que l'électrode inférieure joue un rôle majeur sur la texture, la qualité et les propriétés de la couche de PZT déposée.

Le film piézoélectrique (PZT 53/47) est déposé sur la couche de germination par la méthode Sol-Gel. Pour obtenir une couche d'épaisseur uniforme, la méthode de la tournette (spin coating) est utilisée. Elle permet d'étaler la solution contenant les précurseurs par la mise en rotation du substrat. A l'issue de ce dépôt, le film est traité thermiquement afin d'éliminer les solvants les plus volatils et conduire à la transformation de la solution (sol) en gel polymérique (gel). Puis, le gel est recuit pour la densification afin d'obtenir l'oxyde cristallin. L'épaisseur d'un film, après un passage, est d'environ 60 nm. Il faut donc 32 couches simples pour obtenir une épaisseur finale de 2  $\mu m$ . Une grande vigilance est requise à chaque étape de la procédure de dépôt. L'utilisation d'une solution stable dans le temps, filtrée et de viscosité adaptée et d'une surface uniforme est un facteur prépondérant pour la qualité du dépôt. Les traitements thermiques subits impliquent un retrait de la couche. Ils nécessitent une adéquation satisfaisante des coefficients de dilatation respectifs de la couche sol-gel et du substrat pour limiter les contraintes pouvant générer des craquelures.

### Déposition de l'électrode supérieure

A présent, l'électrode supérieure est déposée. Plusieurs alliages peuvent être employés (Au/Cr ou Pt) (cf figure 3.9 (b)). Cependant, le Au/Cr possède deux avantages par rapport au platine :

- La mise en forme de l'électrode nécessite uniquement une photolithographie. Cette méthode est très simple d'emploi et permet d'obtenir une résolution à l'échelle du micron.
- Ce matériau ne nécessite pas de recuit après la déposition.

Dans ce processus, l'or est déposé par effet Joule et le chrome par la méthode d'évaporation à faisceau d'électrons. La forme de l'électrode est obtenue par photolithographie en utilisant une couche photorésistante négative. La photolithographie est une technique permettant de projeter, à l'aide d'une source lumineuse, une image au travers d'un masque. Celui-ci contient la forme souhaitée. La projection s'effectue sur un support photosensible afin d'y imprimer la forme voulue.

### Gravure d'un via vers l'électrode inférieure

Pour dégager un accès vers l'électrode inférieure, il est nécessaire de graver un via au travers les différentes couches déposées (cf figure 3.9 (c)). Cette gravure est effectuée par voie humide. Il s'agit d'un moment critique de la microfabrication du MEMS. Les contours du lieu gravure sont protégés par un matériau photorésistant dont la forme lui a été donnée au travers d'un masque par un processus de photolithographie. En dépit du manque de contrôle de la gravure et des problèmes générés sur le masque photorésistant, la gravure humide est une méthode très simple, très rapide et peu onéreuse. Cependant, elle est destinée à des structures MEMS de grand surface ( $> 50 \mu m \times 50 \mu m$ ). A cause des grandes concentrations d'acide chlorhydrique utilisées généralement dans la solution de gravure, toutes les couches telles que celle d'adhésion de l'électrode inférieure sont attaquées de manière non sélective. Des phénomènes de délamination sont ainsi observés.

Il est à noter que la tolérance géométrique de la gravure est évaluée à environ dix fois la valeur de l'épaisseur de PZT déposé (pour  $2\text{ }\mu\text{m}$  de PZT, la tolérance est de  $20\text{ }\mu\text{m}$ ).

### Rainurage limitant les contours de la structure

Les contours de la structure sur la face avant du wafer sont rainurés au travers des couches de PZT, de Platine et de  $\text{SiO}_2$  (cf figure 3.9 (d)). Les contours de gravure sont protégés par un matériau photorésistant. Une gravure humide est utilisée jusqu'à l'électrode inférieure. En effet, le platine est un métal noble inerte chimiquement. Par conséquent, il faut employer une technique de gravure sèche. Il s'agit de mécanismes plus physiques que chimiques avec un bombardement d'ions et la formation de composants volatils résultants.

### Gravure de la face arrière du wafer

La gravure par la face arrière du wafer est effectuée pour définir l'épaisseur finale de la structure voulue (cf figure 3.9 (e)). La précision et l'uniformité de l'épaisseur sont des facteurs déterminants dans les structures sensibles. La tolérance généralement admise sur l'épaisseur est de l'ordre de  $0.2\text{ }\mu\text{m}$ . La méthode la plus communément utilisée pour les gravures profondes de silicium est connue sous le nom de "processus Bosch" [67]. Par, alternativement, des étapes de gravure chimique et de passivation des contours du front gravure par polymérisation, une gravure profonde anisotrope peut être obtenue.

### Gravure en face avant pour libérer la structure

La dernière étape de fabrication de la structure est la libération de ses contours par une ultime gravure par voie humide (cf figure 3.9 (f)).

A chaque étape du processus, une multitude de défauts, décrits en figure 3.10, peut apparaître : des rugosités indésirables entre chaque couche déposées, des variations d'épaisseur préjudiciables à la qualité du dispositif, des contraintes résiduelles modifiant les comportements mécaniques de la structure, des craquelures favorisant la délamination des couches, des défauts internes aux couches (pores, cavités, ...) diminuant la densité du film piézoélectrique déposé et, donc, ses propriétés.

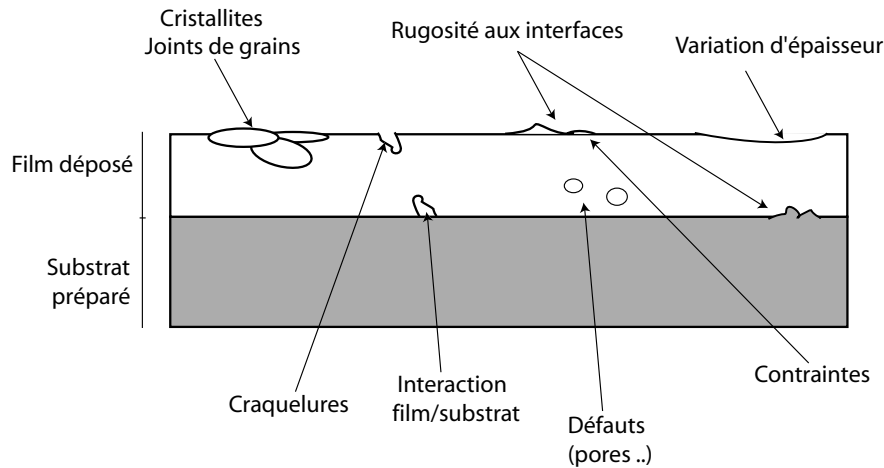


FIG. 3.10 – Schéma de l'ensemble des défauts susceptibles d'apparaître lors de la déposition d'une couche mince.

## 3.10 La Polarisation des céramiques piézoélectriques

### 3.10.1 Principe

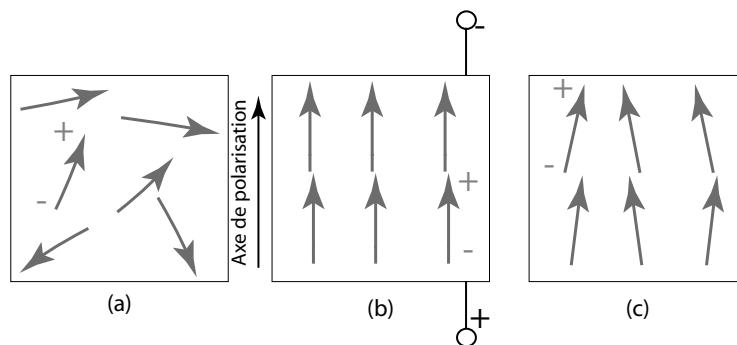


FIG. 3.11 – La polarisation d'une céramique piézoélectrique : (a) l'orientation aléatoire des domaines de polarisation, (b) la polarisation sous un champ électrique, (c) la polarisation rémanente après l'étape de polarisation.

Les domaines de polarisation des céramiques PZT, après la phase de déposition, possèdent des orientations aléatoires (cf figure 3.11 (a)). Il n'y a donc pas encore d'effet piézoélectrique au niveau macroscopique. Il faut donc procéder à une phase de polarisation afin d'orienter les dipôles de manière à faire apparaître une polarisation rémanente selon un axe privilégié.

Le changement d'orientation des dipôles (cf figure 3.11 (b)), lors de l'application du champ électrique, est explicable par le principe de moindre énergie dépensée. Les domaines s'orientent pour opposer le moins de résistance possible au champ électrique appliqué. La polarisation est effectuée à chaud pour profiter d'une agitation atomique plus favorable au repositionnement des dipôles.

La polarisation rémanente (cf figure 3.11 (c)) se comprend mécaniquement par la nécessité de lutter contre les domaines voisins pour se réorienter.

Le fait de refroidir la céramique à la fin de la polarisation contribue à augmenter la polarisation rémanente en figeant la structure atomique dans son état polarisé.

### 3.10.2 Phénomène de dépolarisation

La dépolarisation peut se produire sous l'action d'une contrainte ou par un traitement thermique. En effet, il existe une température au-delà de laquelle la céramique perd toute polarisation : la température de Curie. En faisant subir un recuit à la céramique à une telle température, nous la ramenons à son état de polarisation aléatoire initial.

### 3.10.3 Moyens de polarisation

Pour polariser une céramique, il faut appliquer un champ électrique aux bornes de ces électrodes. Communément, le champ électrique est une rampe de tension. Ce type de contrainte électrique permet un meilleur taux de réorientation des dipôles. Conjointement à la montée en tension, une montée en température est couramment utilisée afin d'augmenter la mobilité des domaines. Cette température doit cependant être inférieure à la température de Curie pour ne pas relaxer complètement la céramique. L'utilisation d'une tension alternative de fréquence proche d'un des modes de résonance de la céramique peut également faciliter la polarisation.

La température, le champ électrique appliqué et la forme de ce champ sont des paramètres prépondérants pour la valeur de la polarisation rémanente.

### 3.10.4 Mesures des courbes d'hystérésis

Il n'est pas possible d'accéder directement à la mesure de la polarisation, mesure nécessaire au tracé des diverses courbes caractéristiques (cf figure 3.12). Par conséquent, nous mesurons la charge aux bornes de la céramique pour déduire la polarisation de celle-ci.

Nous obtenons ainsi une mesure indirecte de la polarisation  $P$  ( $C.mm^{-1}$ ). De plus, si nous relevons en même temps la mesure du champ électrique appliqué  $E$  ( $V.mm^{-1}$ ), nous pouvons tracer le cycle d'hystérésis de la polarisation sur lequel on repère aisément la polarisation rémanente pour un champ nul et le champ coercitif pour lequel la polarisation devient différente de 0.

Il est à noter que ce cycle d'hystérésis est différent pour chaque type de céramiques et pour chaque condition de polarisation.

### 3.10.5 Domaines piézoélectriques

A partir des courbes situées sur la figure 3.12, nous pouvons délimiter les zones de validité de la théorie linéaire de la piézoélectricité (zones bleues). Il apparaît clairement qu'au-delà de la valeur du champ coercitif  $E_c$  les relations deviennent fortement non-linéaires. Par conséquent, hors de ces zones, il convient d'appliquer la théorie non-linéaire de la ferroélectricité.



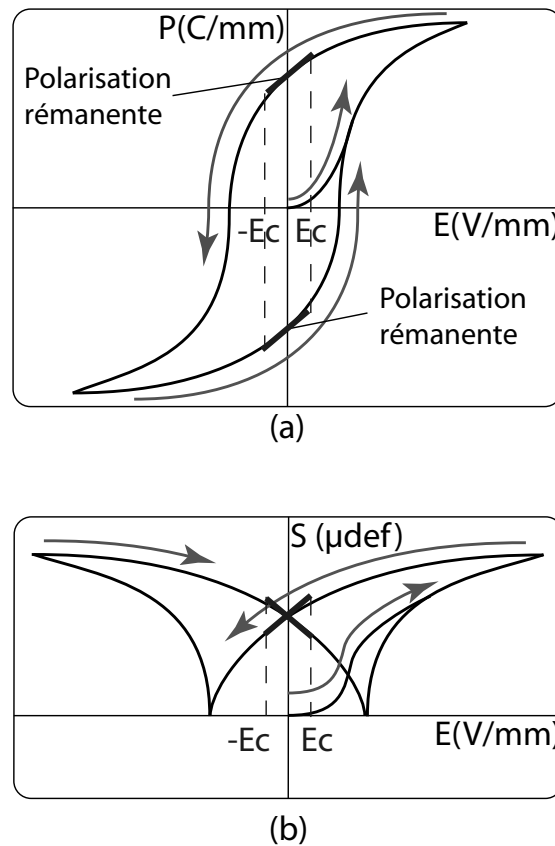


FIG. 3.12 – Les effets du champ électrique ( $E$ ) sur la polarisation ( $P$ ) et l'effet de traction/compression correspondant ( $S$ ) d'un élément de céramique : (a) la courbe d'hystérésis en fonction de la polarisation, (b) l'effet de traction/compression relatif selon la direction de polarisation.

### 3.11 Conclusion

Les nouvelles technologies liées aux microtechniques et à la science des matériaux ont donné un nouvel essor à la piézoélectricité. Elles ont notamment permis son application et son expansion à une multitude de domaines de recherche. La déposition de couches minces piézoélectriques nous permet de concevoir des dispositifs d'actionnement et de prise d'informations nécessaires à l'élaboration de structures actives au niveau micromécanique.

Un ensemble d'outils indispensables à la mise en place d'une boucle de contrôle par le biais de transducteurs piézoélectriques a été présenté. Nous abordons, dans la suite de ce manuscrit, les deux problématiques physiques qui peuvent être dégagées de la thématique du contrôle actif :

- **La stabilisation active de structures.** Il s'agit de modifier le comportement intrinsèque des structures pour améliorer leur stabilité dynamique.
- **L'isolation active de structures.** L'objectif est de limiter le transfert vibratoire entre un support et un élément sensible ou vibrant.

## Bibliographie

- [1] ASCH G. et al. *Les capteurs en instrumentation industrielle - 5e édition*. Dunod, 1998.
- [2] MURALT P. PZT thin films for microsensors and actuators : where do we stand? *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Frequency Control*, Vol. 47 :903–915, 2000.
- [3] MURALT P. Ferroelectric thin films for micro-sensors and actuators : a review. *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 10 :136–146, 2000.
- [4] BABOROWSKI J., HEDIGER S., MURALT P., and WUETHRICH C. Fabrication and characterization of micromachined accelerometers based on PZT thin films. *Ferroelectrics*, Vol. 224 n°1-4 :283–290, March 1999.
- [5] TRUCHOT P. *Définition et modélisation analytique et numérique de structures vibrantes en quartz en vue de la réalisation de micro-capteurs à sortie fréquentielle*. Thèse, Université de Franche-Comté, Juillet 1995.
- [6] BEL O. *Gyromètre deux axes micro-usiné*. Thèse, Université de Franche-Comté, Octobre 2001.
- [7] PREUMONT A. *Vibration control of active structures : An introduction. 2nd Edition*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [8] MIYAHARA Y., FUJII T., WATANABE S., TONOLI A., CARABELLI S., YAMADA H., and BLEULER H. PZT cantilever for non-contact atomic force microscopy. *Appl. Surface Science*, Vol. 140 :428–431, 1999.
- [9] HWANG W. S. and PARK H. C. Finite element modeling of piezoelectric sensors and actuators. *AIAA Journal*, Vol. 31 n°5 :930–937, 1993.
- [10] TZOU H. S. and ZE R. Analysis of piezoelastic structures with laminated piezoelectric triangle shell elements. *AIAA Journal*, Vol. 34 n°1 :110–115, 1996.
- [11] GLAZOUNOV A. E., ZHANG Q. M., and KIM C. Piezoelectric actuator generating torsional displacement from  $d_{15}$  shear strain. *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 72 :2526, 1998.
- [12] BENJEDDOU A., TRINDADE M. A., and OHAYON R. A unified beam finite element model for extension and shear piezoelectric actuation mechanisms. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 8 n°12 :1012–1025, 1997.
- [13] BENJEDDOU A., TRINDADE M. A., and OHAYON R. New shear actuated smart structure beam finite element. *AIAA 98*, Vol. 37 n°3 :378–383, 1999.
- [14] MECEA V. Tunable gas sensors. *Sensors and Actuators B*, Vol. 265 n°15-16, 1993.
- [15] LEE S. S. and WHITE R. M. Piezoelectric cantilever acoustic transducer. *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 230 n°72, 1998.
- [16] BERNSTEIN J. J., FINBERG S. L., HOUSTON K., NILES L. C., CHEN H. D., CROSS L. E., LI K. K., and UDAYAKUMAR K. Micromachined high frequency ferroelectric sonar transducers. *IEEE Tran. UFFC*, Vol. 44 n°5 :960–969, 1997.

- [17] BABOROWSKI J., LEDERMANN N., and MURALT P. Piezoelectric micromachined transducers (pMUT's) based on PZT thin films. *In Proc. IEEE Ultrasonic Symposium, Munich, Germany*, Vol. 2 :1051–1054, 2002.
- [18] FUJISHIMA H. Surface acoustic wave VIF filters for TV using ZnO sputtered films. *In Proc. 30<sup>th</sup> Ann. Symp. on Frequency Control*, Washington : Electronic Industries Assoc. :119–112, 1976.
- [19] JAFFE B., ROTH R. S., and MARZULLO S. Piezoelectric properties of lead zirconate lead titanate solid solution ceramics. *J. Appl. Phys.*, Vol. 25 :809–810, 1954.
- [20] SHORROCKS N. M., PATEL A., WALKER M. J., and PARSONS A. D. Integrated thin films PZT pyroelectric detector arrays. *Microelectronic-Engineering*, Vol. 29, n°1-4 :59–66, 1995.
- [21] LEWIS J.A. The effect of driving electrode shape on the electrical properties of piezo-electric crystals. *The Bell system technical journal*, pages 1259–1280, Sept 1961.
- [22] COLLET M. *Contrôle actif des structures par couches piézo-électriques*. Thèse, Ecole Centrale de Lyon, Juin 1996.
- [23] LEE C. K. Theory of laminated piezoelectric plates for the design of distributed sensors/actuators. part I : Governing equations and reciprocal relationship. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 87 n° 3 :1144–1157, 1990.
- [24] KROMMER M. and IRSCHIK H. On the influence of the electric field on free transverse vibrations of smart beams. *Smart Materials and Structures*, Vol. 8 :401–410, 1999.
- [25] WANG Q. and WUEK S. T. Flexural vibration analysis of sandwich beam coupled with piezoelectric actuator. *Smart Materials and Structures*, Vol. 9 :103–109, 2000.
- [26] BENJEDDOU A. and DEU J. F. A two-dimensional closed-form solution for the free-vibrations analysis of piezoelectric sandwich plates. *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 39 :1463–1486, 2002.
- [27] TADMO E. B. and KOSA G. Electromechanical coupling correction for piezoelectric layered beams. *J. Microelectromech. Syst.*, Vol. 12 n°6 :899–906, 2003.
- [28] LEE C. K. and MOON F. C. Laminated piezopolymer plates for torsion and bending sensors and actuators. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 85 n° 6 :2432–2439, 1989.
- [29] LEE C. K., CHIANG W. W., and O'SULLIVAN T. C. Piezoelectric sensor/actuator pairs for critical active damping vibration control. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 90 n° 1 :374–384, 1991.
- [30] LEE C. K. and O'SULLIVAN T. C. Piezoelectric strain rate gages. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 90 n° 2 :945–953, 1991.
- [31] CRAWLEY E. F. and DE LUIS J. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures. *AIAA Journal*, Vol. 25 n°10 :1373–1385, 1987.

- [32] CRAWLEY E. F. and ANDERSON E. H. Detailed models of piezoceramic actuation of beams. *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, Vol. 1 :4–25, 1990.
- [33] ZHOU Y. S. and TIERSEN H. F. An elastic analysis of laminated composite plates in cylindrical bending due to piezoelectric actuators. *Smart Mater. Struct.*, Vol. 3 :255–265, 1994.
- [34] ALMAJID A., TAYA M., and HUDNUT S. Analysis of out-of-plane displacement and stress field in a piezocomposite plate with functionnally graded microstructure. *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 38 :3377–3391, 2001.
- [35] WEINBERG M. S. Working equations for piezoelectric actuators and sensors. *J. Microelectromech. Syst.*, Vol. 8 :529–533, December 1999.
- [36] WALTER V., DELOBELLE P., and LE MOAL P. A nonlinear electromechanical model for ferroelectric materials : Applications to sotf-PZT thick film screen-printed on alumina substrate. *IEEE tran. on ultrasonics, ferroelectrics and frequency control*, Vol. 50 n°5 :471–480, 2003.
- [37] HWANG J. E., HUBER J. E., McMEEKING R. M., and FLECK N. A. The simulation of switching in polycrystalline ferroelectric ceramics. *J. Appl. Phys.*, Vol. 84 n° 3 :1530–1540, 1998.
- [38] CHEN W. and LYNCH C. S. A micro-electro-mechanical model for polarization switching of ferroelectrics. *J. Appl. Phys.*, Vol. 46 n° 15 :5303–5311, 1998.
- [39] HUBER J. E., FLECK N. A., LANDIS C. M., and McMEEKING. A constitutive model for ferroelectric polycrystals. *J. Mech. Phys. Sol.*, Vol. 47 :1663–1697, 1999.
- [40] HUBER J. E. and FLECK N. A. Multi-axial electrical switching of a ferroelectric : theory versus experiment. *J. Mech. Phys. Sol.*, Vol. 49 :785–811, 2001.
- [41] BASSIOUNY E., GHALEB A. F., and MAUGIN G. A. Thermodynamical formulation for coupled electromechanical hysteresis effects, part I and II. *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 26 :1279–1295, 1988.
- [42] BASSIOUNY E. and MAUGIN G. A. Thermodynamical formulation for coupled electromechanical hysteresis effects, part III and IV. *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 27 :975–987, 1989.
- [43] McMEEKING R. M. and LANDIS C. M. A phenomenological multiaxial constitutive law for switching in polycrystalline ferroelastic ceramics. *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 40 :1553–1577, 2002.
- [44] WALTER V. *Caractérisation et modélisation électromécanique de dépôts de couches épaisses PZT sérigraphiées sur substrat d'alumine. Application au contrôle de forme et à l'amortissement actif d'un bimorphe.* Thèse, Université de Franche-Comté, Décembre 2001.
- [45] DEFAY E. *Elaboration et caractérisation de couches minces piézoélectrique de  $Pb(Zr,Ti)O_3$  sur silicium pour applications aux microsystèmes.* Thèse, Institut Nationale des Sciences Appliquées de Lyon, Novembre 1999.

- [46] BOCH P. *Propriétés et applications des céramiques*. Paris, Hermès science publications, 2001.
- [47] AOKI K., FUKUDA Y., NUMATA K., and NISHIMURA A. Dielectric properties of (111) and (100) lead-zirconate-titanate films prepared by sol-gel technique. *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 33, n°9B :5155–5158, 1994.
- [48] EICHORST D. J. and BARON C. J. Effects of platinum electrode structures on crystallinity and electrical properties of mod-prepared pzt capacitors . *In Proc. Spring Meeting of the Materials Research Society, San Francisco, CA, USA*, pages 201–208, April 1993.
- [49] CHANG J.-F. and DESU S. B. Characterization of MOD [metallorganic deposition] PLZT and PNZT films. *Ceramic transactions*, Vol. 155 n°67 :25, July 1992.
- [50] LIU Y., GORLA C. R., LIANG S., EMANETOGLU N., LU Y., SHEN H., and WRABACK M. Ultraviolet detectors based on epitaxial zno films grown by moved. *Journal of Electronic Materials*, Vol. 29 n°1 :69–74, 2000.
- [51] HAHN B., HEINDEL G., PSCHOOR-SCHOBBERER E., and GEBHARDT W. MOCVD layer growth of ZnO using DMZn and tertiary butanol. *Semicond. Sci. Tech.*, Vol. 13 :788–791, July 1998.
- [52] FOSTER C. M., BAI G. R., and CSENCITS R. Single-crystal Pb(Zr,Ti)O<sub>3</sub> thin films prepared by metal-organic chemical vapor deposition : Systematic compositional variation of electronic and optical properties. *J. Appl. Phys.*, Vol. 81, n°5 :2349–2357, 1997.
- [53] TATSUMI T. Broad spectrum of current material research. *MRS Bulletin*, Vol. 24, n°3 :67, 1999.
- [54] KIM J. W., KIM S. T, CHUNG S. W., SHIN J. S., NO K. S., WEE D. M., and LEE W. J. Preparation of pzt thin films ecr pecvd. *Mater. Res. Soc. Symp. Proc.*, Vol. 343 :493–498, 1994.
- [55] ZHAO J. S., PARK D.-Y., SEO M. J., HWANG C. S., HAN Y. K., YANG C. H., and OH K. Y. Metallorganic cvd of high-quality pzt thin films at low temperature with new zr and ti precursors having mmp ligands. *Journal of The Electrochemical Society*, Vol. 151 n°5 :283–291, 2004.
- [56] VOSSEN J. L. and KERN W. *Thin film processes*. Ec. Academic press, 1978.
- [57] ZOZIME A. Thèse, Université de Paris-Sud, Centre d’Orsay, Décembre 1977.
- [58] ZHANG H. X., KARJALAINEN P., and UUSIMAKI A. Evaluation of PZT thin films on Ag coated Si substrates. *Journal of Electronic Materials*, Vol. 23, n°12 :1279–1284, 1994.
- [59] VISPUTE R. D., TALYANSKY V., TRAJANOVIC Z., CHOOPUN S., DOWNES M., SHARMA R. P., VENKATESAN T., WOODS M. C., LAREAU R. T., JONES K. A., and ILIADIS A. A. Growth of high-quality epitaxial ZnO films on alpha -al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. *Applied Physics Letters*, Vol. 70 n°20 :2735–2737, May 1997.

- [60] CHEN Y., BAGNALL D. M., KOH H., PARK K., HIRAGA K., ZHU Z., and YAO T. Plasma assisted molecular beam epitaxy of ZnO on c-plane sapphire : Growth and characterization. *Journal of Applied Physics*, Vol. 84, n°7 :3912–3918, October 1998.
- [61] P. FONS, K. IWATA, S. NIKI, A. YAMADA, and K. MATSUBARA. Preparation of gallium-doped ZnO films by oxidized zns films. *Journal of Crystal Growth*, Vol. 201-202 :627–632, May 1999.
- [62] BOUCHIER D. Thèse, Université de Paris-Sud, Centre d’Orsay, Décembre 1985.
- [63] BOSSEBOEUF A. Thèse, Université de Paris-Sud, Centre d’Orsay, Décembre 1989.
- [64] VAN TASSEL J. and RANDALL C. F. Electrophoretic deposition and sintering of thin/thick films. *Journal of the european Society*, Vol. 19 :955–958, 1999.
- [65] SHIMOMURA K., TSURUMI T., OHBA Y., and DAIMON M. Preparation of lead zirconium titanate thin film by hydrothermal method. *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 30, n°9B :2174–2177, 1991.
- [66] BABOROWSKI J. Microfabrication of piezoelectric MEMS. *Journal of Electroceramics*, Vol. 12 :33–51, 2004.
- [67] LARMER F. and SCHILP A. Patent US6284148 : Methode for anisotropic etching of silicon, USA, 2001.



## Deuxième partie

Les méthodes de stabilisation active  
versus les méthodes d'isolation active





Le problème avec les faits,  
c'est qu'il y en a beaucoup trop.  
**Samuel McChord Crothers**



# Chapitre 4

## Méthodes de stabilisation active

### 4.1 Introduction

Dans le cadre des méthodes de stabilisation, l'objectif est de modifier le comportement intrinsèque des structures afin d'en améliorer leur stabilité dynamique. En définitive, nous agissons essentiellement sur le taux de dissipation de l'énergie vibratoire dans le système de manière active ou, le cas échéant, passive. Au cours d'un cycle de fonctionnement, la puissance moyenne injectée par le contrôleur dans la structure doit être négative pour la stabiliser. En effet, le cycle est composé de phases durant lesquelles le contrôleur injecte de l'énergie et d'autres où, au contraire, il en dissipe. Par conséquent, nous recherchons la loi de contrôle et la configuration géométrique des transducteurs nous permettant d'étendre les phases de dissipation d'énergie et ainsi d'obtenir la puissance moyenne négative la plus basse possible.

Observons le cas simple d'une poutre élancée (cf figure 4.1 (a)). L'actionneur de contrôle injecte une force dans la structure et le capteur, placé en vis-à-vis, nous donne le déplacement du point considéré. Afin d'augmenter le facteur d'amortissement de la poutre, la loi de contrôle est un Proportionnel-Dérivé en variables de Laplace  $\frac{G.b.s}{s+b}$ .

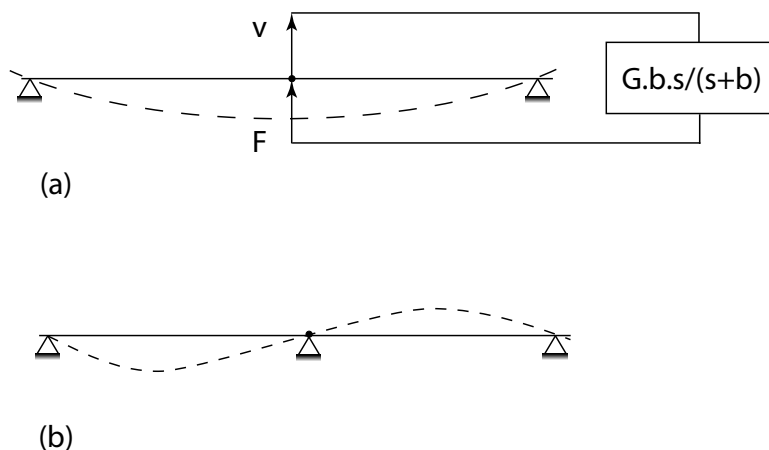


FIG. 4.1 – Etude du contrôle d'une poutre élancée (a) configuration initiale, (b) cas d'un gain de contrôle infini. Les structures au repos (ligne continue) et les premières formes modales sont représentées.

Intuitivement, il semblerait logique que, plus nous injectons un grand gain de contrôle,

plus la structure est amortie. Malheureusement, la réalité est plus complexe. Pour s'en convaincre, nous traçons le lieu d'Evans de la structure (cf figure 4.2). Ce diagramme nous donne l'évolution des pôles dans le plan complexe en fonction du gain de contrôle. Une remarque s'impose naturellement à nous. Lorsque le gain de contrôle est infini, les fréquences propres de la poutre sont identiques aux zéros de la structure initiale. Ces fréquences correspondent aux résonances du système avec un appui au point d'observation (cf figure 4.1 (b)). Il existe donc un gain pour lequel l'énergie dissipée par le contrôleur est optimale au sens du critère choisi c'est à dire l'amortissement induit  $\xi$  est optimal. En effet, le gain optimal pour un mode n'est pas le même pour les autres.

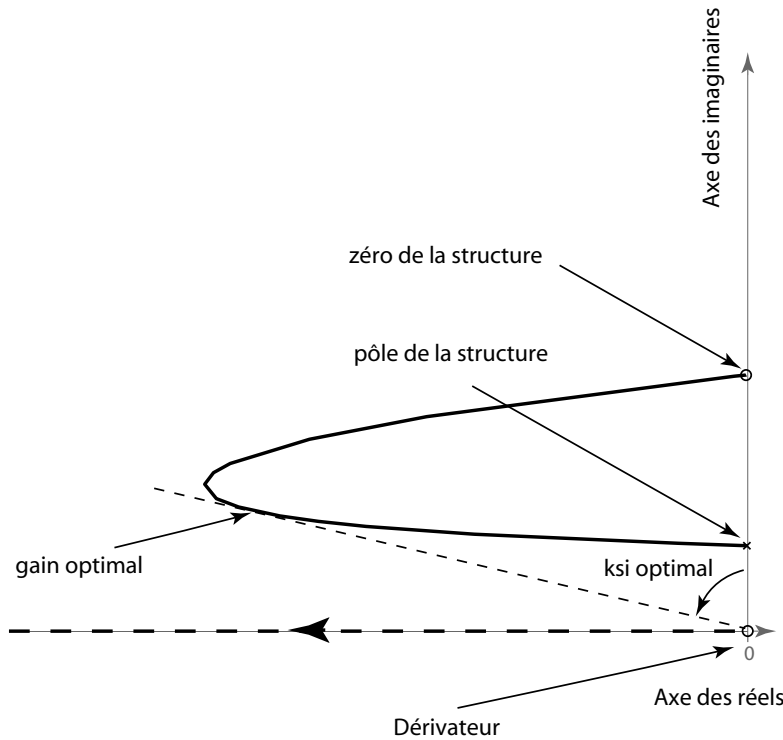


FIG. 4.2 – Lieu d'Evans de la poutre élanée.

Suivant la remarque précédente, il convient, dans ces problèmes liés à la stabilisation, d'optimiser les échanges énergétiques entre la structure et le contrôleur. Cette tâche se situe, non seulement, au niveau du placement et de la forme des transducteurs mais aussi au niveau des lois de stabilisation mises en oeuvre.

## 4.2 Panorama des lois de contrôle

Nous présentons, dans cette partie, un panorama non exhaustif des lois de contrôle existantes. Leur théorie et leurs limitations sont présentées.

### 4.2.1 Contrôle optimal

Soit un système dont le comportement est régi par l'équation d'état :

$$\dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \quad (4.1)$$

$$y(t) = G.x(t) \quad (4.2)$$

De façon générale, le problème du contrôle optimal linéaire quadratique consiste à déterminer le contrôle  $u(t)$  qui minimise un indice de performance  $J$  défini comme suit :

$$J = \min_{u(t)} \left( \int_0^{+\infty} x^T(\tau).Q.x(\tau) + u^T(\tau).R.u(\tau)d\tau \right) \quad (4.3)$$

où

$$\begin{cases} x & \text{obéit à l'équation d'équilibre 4.1} \\ Q & : \text{la matrice des états du système semi définie positive.} \\ R & : \text{la matrice des commandes du système (R>0).} \end{cases}$$

Une construction choisie de  $Q$  peut favoriser le contrôle de certains états. De la même façon, les éléments de  $R$  peuvent privilégier un actionneur de contrôle ou limiter les signaux de commande sur un autre. Ainsi, les matrices  $Q$  et  $R$  ont une influence prépondérante sur le calcul de la matrice de gains.

Dans le cadre de la stabilisation de système mécanique, il faut diminuer l'énergie mécanique de la structure c'est à dire construire un contrôle  $u(t)$  qui minimise cette énergie. Néanmoins, le contrôle possède un coût énergétique. Il s'agit de l'énergie de réalisation de la consigne de contrôle par les amplificateurs de puissance. De manière à éviter le risque de saturation de l'énergie de contrôle, le contrôle optimal linéaire quadratique consiste à minimiser simultanément l'énergie mécanique et de contrôle en déterminant le contrôle  $u(t)$  ad hoc. Nous pouvons le traduire de la manière suivante :

$$J = \min_{u(t)} \left( \int_0^{+\infty} E_m(\tau) + E_c(\tau)d\tau \right) \quad (4.4)$$

où

$$\begin{cases} E_m & : \text{l'énergie mécanique du système.} \\ E_c & : \text{l'énergie de contrôle.} \end{cases}$$

Cette méthode s'applique à tout système dynamique linéaire. La matrice des gains de contrôle minimisant l'indice quadratique  $J$  est appelée matrice optimale. Cette matrice est de la forme  $G = -R^{-1}.B^t.P$  avec  $P$  la solution de l'équation de Riccati associé à la relation (4.1) (cf chapitre 2). La méthode présentée ci-dessus est appelée contrôle LQR (Régulateur Quadratique Linéaire ou Linear Quadratic Regulator).

Le contrôle est fondé sur la rétroaction de variables d'état considérées comme accessibles. Si les mesures sont incomplètes ou corrompues par du bruit de type Gaussien, la méthode reste valide en remplaçant les états par des estimations de ceux-ci. Des estimateurs du type filtre de Kalman sont alors utilisés [1–3]. Dans ce cas, nous parlons de contrôle LQG (Régulateur Gaussien Quadratique Linéaire ou Linear Quadratic Gaussian). Du point de vue de la stabilité, un dispositif de contrôle actif utilisant la méthode LQR possède théoriquement de remarquables propriétés [2]. Dans la réalité, les temps de calcul, qui peuvent être vus comme un déphasage fonction de la fréquence, réduisent la stabilité du système bouclé. La bande passante du contrôleur doit donc être limitée dans des proportions dépendant de la vitesse de calcul du contrôleur.

Pratiquement, le nombre de degrés de liberté que traite un contrôleur ne pouvant être que fini, la représentation d'un système continu tel qu'une poutre nécessitera l'utilisation d'un vecteur d'état réduit à un nombre fini de variables d'état. Le modèle n'est alors plus représentatif du système réel et d'éventuelles instabilités du contrôle sur les degrés de liberté non modélisés peuvent survenir. C'est le phénomène de spill-over que nous avons décrit au chapitre 2.

### 4.2.2 Contrôle modal

Nous l'avons remarqué précédemment, le problème majeur du contrôle optimal est le grand nombre de degrés de liberté à gérer. Pour pallier cette difficulté, L. Meirovitch [3] propose le concept de contrôle dans l'espace modal indépendant (IMSC, Independent Modal Space Control). Il consiste à préférer résoudre des équations algébriques non couplées à défaut de l'équation matricielle de Riccati. Chaque mode est spécifiquement contrôlé indépendamment des autres. Cela impliquerait d'avoir accès à, au moins, autant de paires de transducteurs qu'il existe de modes à contrôler. En effet, il est nécessaire d'avoir une estimation de l'intensité modale. Cependant, les couches piézoélectriques minces permettent de passer outre ce problème grâce à leurs propriétés de filtrage. Il est, néanmoins, nécessaire d'étudier avec soin le positionnement de ces couches afin d'éviter les problèmes dus aux lignes nodales.

Prenons l'exemple d'équation de mouvement d'un système mécanique projetée sur l'espace des modes propres :

$$I_{\text{identite}} \cdot \ddot{\eta}(t) + \phi^T \cdot C_a \cdot \phi \cdot \dot{\eta}(t) + \Omega^2 \cdot \eta(t) = \phi^T \cdot F \cdot u(t) + \phi^T \cdot E \cdot w(t) \quad (4.5)$$

Si  $R$ , la matrice des commandes du système, et  $\phi^T \cdot C_a \cdot \phi$  sont des matrices diagonales, nous obtenons les matrices  $G$  et  $H$  optimales suivantes [4] :

$$\begin{cases} G = \Omega^2 - \Omega \cdot (\Omega^2 + R^{-1})^{\frac{1}{2}} \\ H = \phi^T \cdot C_a \cdot \phi - ((\phi^T \cdot C_a \cdot \phi)^2 + R^{-1} + (2 \cdot \Omega \cdot (-\Omega + (\Omega^2 + R^{-1})^{\frac{1}{2}})))^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (4.6)$$

Nous accédons ainsi directement à l'expression de chaque contrôle modal. Il s'agit du grand avantage de cette méthode. Cependant, elle nécessite un réseau important de transducteurs capables de mesurer et d'actionner chaque mode de manière indépendante par rapport aux autres. De plus, les filtres réels ainsi construits ne sont naturellement pas idéaux. En effet, ils ne permettront pas de filtrer les modes résiduels. Nous aurons éventuellement des effets d'instabilité dus aux phénomènes de spill-over. Par conséquent, il est essentiel d'optimiser le placement et la forme des transducteurs de manière à réduire au maximum les nombres de transducteurs utiles et de maximiser leur efficacité.

### 4.2.3 Contrôle non-linéaire

Les stratégies de contrôle non-linéaires sont employées dans les deux cas principaux décrits ci-dessous.

- La structure à contrôler possède un comportement fortement non-linéaire ou tellement complexe que l'établissement d'un modèle n'est pas faisable. Les stratégies classiques ont alors peu ou pas d'effets sur le système mécanique. Par conséquent,

il est nécessaire de proposer une méthode parallèle permettant de gérer cette difficulté. Une stratégie utilisant des règles de contrôle établies grâce aux théories de la logique floue (fuzzy logic) peut être une réponse satisfaisante au problème posé [5, 6]. L'intérêt de l'utilisation de la logique floue est le passage d'un raisonnement classique binaire à un raisonnement en variables approximatives. Généralement, il nous faut deux variables d'entrée : l'entrée à contrôler et sa dérivée. Un contrôleur flou classique se décompose en trois étapes principales :

1. **la fuzzification** des entrées. Il s'agit de l'évaluation des fonctions d'appartenance des variables en entrée. Cette première étape du traitement du problème consiste donc à modéliser chacune des entrées du système par des courbes donnant les degrés d'appartenance à différents états identifiés.
  2. **le moteur d'inférence**. Les fonctions de sortie sont évaluées grâce au tableau des règles. Elles établissent le comportement du contrôleur (loi de contrôle) en sortie en fonction des entrées constatées.
  3. **la défuzzification**. Elle consiste en l'évaluation de la sortie du contrôleur flou avec, par exemple, le calcul du centre de gravité. Cette étape traduit la sortie du moteur d'inférence en variables applicables sur les actionneurs employés sur la structure.
- Les actionneurs employés pour contrôler la structure ont une gamme d'efforts admissibles très réduite. L'exemple classique est le cas d'une valve pilotant la viscosité d'un amortisseur. Il existe donc deux positions accessibles : ouvert ou fermé. Les stratégies classiques ne sont naturellement plus adaptées à ce type de système. Une loi de contrôle optimale construite suivant les règles d'un contrôle dit Bang-Bang peut résoudre cette problématique [7, 8]. Nous considérons un contrôle optimal  $\nu(t)$ , appartenant à un ensemble  $\Upsilon$  borné par les limites des actionneurs ( $\|\nu(t)\| \leq \nu_{max}$ ). Il a été démontré qu'il peut être atteint grâce à un contrôleur  $\nu_{bang}(t)$  dont les valeurs sont réduites aux frontières de  $\Upsilon$  ( $\|\nu_{bang}(t)\| = \nu_{max}$ ).

#### 4.2.4 Contrôle par placement des pôles

Nous avons montré dans le chapitre 2 que la stabilité du système en boucle fermée est régie par l'expression  $(A - B.G(I - D.G)^{-1}.C)$ . En effet, la stabilité du système est assurée si le contrôleur maintient tous les pôles dans le demi-plan complexe à partie réelle négative. Par ailleurs, plus la valeur de la partie réelle des pôles est éloignée de l'axe des imaginaires pures, plus le système est amorti et, donc, dynamiquement stable. Le contrôle par placement des pôles consiste, comme son nom l'indique, à calculer les pôles désirés et la matrice de gains  $G$  nécessaire pour y accéder.

Les difficultés de la méthode résident dans le nombre important d'entrées et de sorties à gérer par le contrôleur et par le fait qu'il n'existe pas forcément d'application bijective entre les pôles choisis et la matrice de gains  $G$ . De plus, la complexité mathématique à mettre en oeuvre limite l'utilisation de cette technique notamment en dynamique des structures.



### 4.2.5 Contrôle de Komornik

Il s'agit d'une loi de contrôle par retour d'état permettant d'agir en temps réel sur une structure flexible de manière simple et efficace [9, 10]. Son approche suppose la contrôlabilité exacte des équations aux dérivées partielles de mouvement modélisant le système considéré et est fondée sur l'inversion de la matrice grammienne de contrôlabilité. L'idée de la méthode est de contraindre l'énergie de la structure par le biais d'un taux de décroissance. De nombreuses variantes de cette méthode ont été élaborées, notamment pour le contrôle en déplacement d'un réglé sur une de ses frontières [11].

## 4.3 Amortissement actif colocalisé

Les stratégies précédemment présentées ont pour objectif d'atteindre la valeur optimale de la puissance moyenne de contrôle. Cependant, il demeure un problème évident de robustesse. En fait, comment garantir, qu'au cours de son cycle de vie, le contrôleur n'évoluera pas défavorablement jusqu'à provoquer l'instabilité du système ?

L'approche classique réside dans l'augmentation de l'amortissement structural soit par contrôle actif soit, le cas échéant, par l'addition de matériaux passifs. Nous présentons des méthodes de dissipation d'énergie inconditionnelles, donc robustes, afin de stabiliser le système sur lequel elles sont appliquées. De plus, elles ne nécessitent pas l'établissement d'un modèle. Il n'y a donc pas de problèmes de Spill-over ni de robustesse à redouter.

Les stratégies d'amortissement actif représentent la plus grande partie des applications courantes de stabilisation de structures par contrôle actif. Du point de vue énergétique, ces méthodes de stabilisation sont des sources ponctuelles de dissipation ajoutées au système. Dans leur version colocalisée, ces stratégies sont théoriquement intrinsèquement stables. Une paire d'actionneur et de capteur est dite colocalisée lorsqu'elle est physiquement au même endroit sur la structure et énergétiquement conjuguée comme, par exemple, une force et un déplacement. Cette configuration amène une alternance entre les pôles et les zéros de la fonction de transfert associée au système (cf figure 4.2). Cette propriété garantit la stabilité du système. En effet, les extrema de phase de la structure restent dans un intervalle de longueur  $\pi$  (cf figure 4.3).

Depuis plusieurs années, de nombreuses études ont analysé différentes approches d'amortissement actif fondées sur deux stratégies principales : l'Integral Force Feedback (Rétroaction par retour de force intégrée) [12] et sa version duale, la stratégie Direct Velocity Feedback (Rétroaction directe par retour de vitesse) [13]. Ces stratégies ont pour vocation d'accroître l'opérateur d'amortissement dans l'équation de mouvement de la structure. Les différences se localisent sur les types de grandeurs physiques des paires d'actionneur et de capteur colocalisées employées. Les schémas d'implantation de ces stratégies en vue de l'établissement d'un amortissement actif sont largement exposés dans l'ouvrage d'André Preumont [12] (cf tableau 4.1).

### 4.3.1 Propriétés de l'amortissement colocalisé

Dans leur version colocalisée, les stratégies IFF et DVF garantissent la stabilité du système en boucle fermée. Cette propriété émane de l'introduction systématique d'une

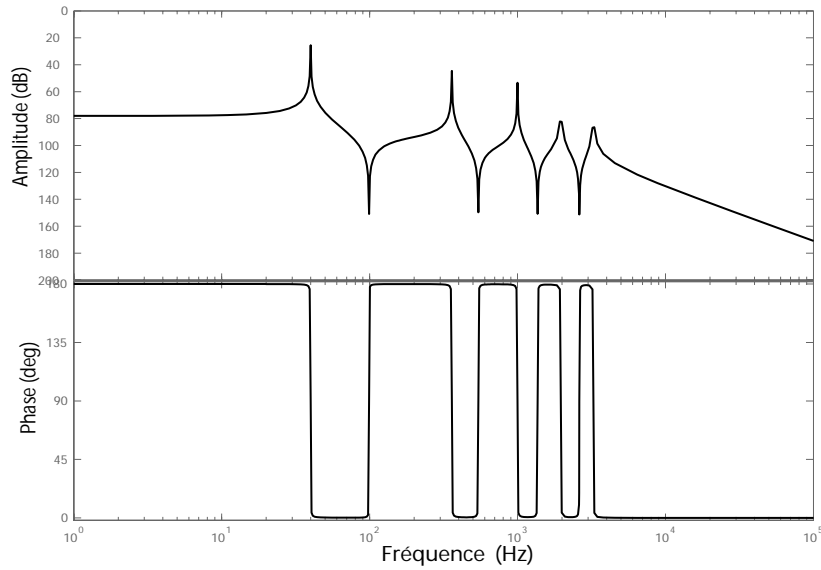


FIG. 4.3 – Diagramme de Bode de la poutre élanée entre le déplacement et la force de contrôle.

| Grandeur physique | Actionnement par force                  | Actionnement par cisaillement   | Actionnement par déplacement        |
|-------------------|---|---|-------------------------------------|
| Déplacement       | Direct Velocity F.<br>$\frac{g.s}{s+a}$ |   |                                     |
| Vitesse           | Direct Velocity F.<br>$g$               |   |                                     |
| Accélération      | Direct Velocity F.<br>$\frac{g}{s}$     |   |                                     |
| Déformation       |   | Positive Position F.<br>$\frac{-g.\omega_f^2}{s^2+2.\xi_f.\omega_f.s+\omega_f^2}$ |                                     |
| Force             |   |   | Integral Force F.<br>$-\frac{g}{s}$ |

TAB. 4.1 – Stratégies de contrôle actif colocalisées en fonction des grandeurs physiques des actionneurs et des capteurs (exprimées en variables de Laplace) [12]

dissipation d'énergie dans la structure via le contrôle.

La méthode IFF nécessite une mesure de force  $\mathbf{t}(x_0, t)$  en un point de la structure et un actionnement en déplacement au même point  $\mathbf{u}^{IFF}(x_0, t)$ . Dans le cas du DVF, la mesure d'entrée est une vitesse  $\dot{u}(x_0, t)$  et l'actionneur délivre une force  $\mathbf{t}^{DVF}(x_0, t)$ .

Etablissons le bilan énergétique de ces contrôleurs :

- L'Integral Force Feedback

$$\mathbf{u}^{IFF}(x, t) = -g_{IFF} \cdot \int F(t) dt \quad (4.7)$$

avec  $g_{IFF}$  un gain de contrôle positif.

Alors la puissance injectée par le contrôleur dans la structure s'écrit :

$$P(t) = F(t) \cdot \dot{\mathbf{u}}^{IFF}(x, t) = -g_{IFF} \cdot F^2(t) \leq 0 \quad \forall t \quad (4.8)$$

Nous avons ainsi introduit un dissipateur robuste sur la structure par une stratégie IFF. La puissance dissipée est ici proportionnelle au carré de la force émise par le capteur au point de contrôle.

– Le Direct Velocity Feedback

$$\mathbf{u}^{DVF}(x, t) = -g_{DVF} \cdot \dot{u}(x, t) \quad (4.9)$$

avec  $g_{DVF}$  un gain de contrôle positif.

Alors la puissance injectée par le contrôleur dans la structure s'écrit :

$$P(t) = \mathbf{u}^{DVF}(x, t) \cdot \dot{u}(x, t) = -g_{DVF} \cdot \dot{u}^2(x, t) \leq 0 \quad \forall t \quad (4.10)$$

Nous avons également introduit un dissipateur robuste sur la structure par une stratégie DVF. L'énergie dissipée est ici proportionnelle au carré de la vitesse de la structure au point de contrôle.

Les équations (4.8) et (4.10) indiquent clairement que l'énergie du système mécanique homogène contrôlé décroît. La stabilité et la robustesse du système sont ainsi assurées quelque soit le temps  $t$  considéré.

Les lois de contrôle sont théoriquement toujours stables sous l'hypothèse que le contrôle est instantanément appliqué. Dans les faits, le retard d'application du contrôle doit être très faible par rapport au temps de réponse de la structure. Nous l'avons observé précédemment la puissance du contrôle est inconditionnellement négative. Par conséquent, la stabilité est assurée. De plus, aucune erreur de modèle ou de phénomènes de spill-over ne sont à craindre puisque l'établissement d'un modèle n'est pas nécessaire à l'application de ces stratégies.

De nombreux travaux précisent les conditions d'utilisation et les caractéristiques de ces méthodes. De nombreux exemples ont été étudiés dans la littérature [12, 14–19].

### 4.3.2 Théorie de l'amortissement colocalisé

La méthode IFF nécessite une mesure de force en un point de la structure et un actionnement en déplacement au même point  $\mathbf{u}^{IFF}(x, t)$ . Dans le cas du DVF, la mesure d'entrée est une vitesse et l'actionneur délivre une force  $\mathbf{t}^{DVF}(x, t)$ .

Considérons, les équations de mouvement correspondant à un système mécanique amorti quelconque :

$$\begin{aligned} A(\mathbf{u}(x, t)) + B(\mathbf{u}(x, t)) + \rho \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{u}(x, t)}{\partial t^2} &= \overline{F} & x \in V_0 \\ C_n(\mathbf{u}(x, t)) &= \bar{t} & x \in S_{V_0} \\ C_d(\mathbf{u}(x, t)) &= \bar{u} & x \in S_u \\ \left\{ \begin{array}{ll} C_n(\mathbf{u}(x, t)) = \bar{t} + \mathbf{t}^{DVF}(x, t) & x \in S_c \\ C_d(\mathbf{u}(x, t)) = \bar{u} + \mathbf{u}^{IFF}(x, t) & x \in S_c \end{array} \right. & & (4.11) \end{aligned}$$

où

$S_c$  : le bord du domaine sur lequel le contrôle est appliqué.

Les lois de contrôle s'écrivent, dans le cas général,

$$\begin{cases} \mathbf{t}^{DVF}(x, t) = -g_{DVF} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}(x, t)}{\partial t} & x \in S_c \\ \mathbf{u}^{IFF}(x, t) = -g_{IFF} \cdot \int C_n(\mathbf{u}(x, t)) dt & x \in S_c \end{cases} \quad (4.12)$$

De cette manière, nous sommes capables de modifier l'opérateur d'amortissement pour tout  $x \in S_c$ .

### 4.3.3 Limitations de l'IFF-DVF

Ces stratégies sont, malheureusement, non-optimales. Ce manque d'efficacité provient principalement de la localisation spatiale de l'effet amortissement. En effet, le contrôleur se comporte comme un amortisseur visqueux local qui n'observe que la vibration du point où il est implanté ( $x \in S_c$ ). Il est donc essentiel d'étudier la forme et le placement des transducteurs sur la structure à contrôler. Cette phase d'optimisation permet d'atteindre au plus près le taux critique d'amortissement que ce type de stratégies ne peut dépasser [12].

De plus, la colocalisation parfaite n'est pas possible. L'efficacité du contrôle est conditionnée par la distance entre l'actionneur et le capteur. Plus cette distance est importante moins le contrôle est efficace [20].

## 4.4 Méthodes d'optimisation primales - duales

Des techniques d'optimisation et d'analyse de sensibilité ont été développées pour améliorer l'efficacité des actionneurs et des capteurs, notamment de type piézoélectrique, afin de mieux contrôler le comportement des structures. Un panorama de ces méthodes d'optimisation, plus précisément sur l'optimisation géométrique, est donné. Puis, une méthode d'adaptation d'un critère est présentée et décrite. Cette adaptation nécessite le passage dans l'espace dual afin de se retrouver dans le cadre d'acceptation du critère originel.

### 4.4.1 Etat de l'art

Les processus d'optimisation peuvent être appliqués à deux niveaux : soit sur l'efficacité des lois du contrôle actif soit sur la forme et le placement des capteurs et des actionneurs.

Les lois de contrôle actif ont été largement étudiées pour stabiliser des structures mécaniques simples comme des poutres [21, 22], des plaques [23, 24] ou des coques [25, 26] au cours de ces dix dernières années. Une description des propriétés des diverses lois de contrôle est présentée dans le livre d'André Preumont [12]. Un récapitulatif des avantages et des inconvénients de ces approches y est formulé. Suivant les travaux de Lions [27] sur la contrôlabilité exacte des équations aux dérivées partielles, de nouvelles stratégies dédiées au contrôle des structures mécaniques complexes ont été développées comme, par

exemple, les lois de contrôle de type Komornik [9, 10].

Il est également possible d'optimiser le placement et la forme des couches piézoélectriques employées. C'est sur ce point que, ces dernières années, les plus grands efforts se sont concentrés. Crawley et de Luis [28] ont émis l'idée d'un critère pour trouver le lieu optimal d'un actionneur piézoélectrique pour une poutre encastrée-libre. Baz et Poh [29] ont résolu le problème de l'optimisation, à la fois, du placement d'un actionneur possédant une taille pré-définie et de la tension optimale nécessaire au contrôle. L'utilisation de la méthode de contrôle dans l'espace modal indépendant modifié (Modified Independent Modal Space Control, MIMSC) où l'énergie des divers modes de la structure est estimée à partir de l'histoire des vibrations. Une fois cette valeur déterminée, les gains de rétroaction modaux optimaux du contrôleur sont calculés et seulement les modes possédant une haute énergie sont contrôlés. Devasia *et al* [30] ont considéré le problème de l'optimisation de placement et de taille des actionneurs piézoélectriques distribués sur une poutre uniforme. Trois critères de performance sont étudiés :

- Cas de l'amortissement passif. La partie réelle des valeurs propres du système est maximisée en fonction des paramètres géométriques de la structure et des patches de contrôle.
- Cas du régulateur quadratique linéaire (LQR). Une fonction coût quadratique, construite avec la solution de l'équation algébrique de Riccati [31] et les conditions initiales du système, est maximisée.
- Cas de la grammienne de contrôlabilité. La contrôlabilité de tous modes est maximisée.

Dhingra et Lee [32] ont étudié l'influence du placement des paires de capteurs et d'actionneurs et des gains de rétroaction sur la conception optimale des structures activement contrôlées. Pour le cas de l'optimisation du placement de l'actionneur, différentes fonctions coût et mesures d'efficacité ont été également employées. Quelques chercheurs [33, 34] ont également proposé de maximiser le critère de contrôlabilité en utilisant une mesure de la matrice grammienne. Une fonction de coût quadratique tenant compte de l'erreur de mesure et de l'énergie de commande [35, 36] a été, de plus, considérée. Des recherches ont été menées [37] sur l'influence de l'épaisseur d'un piézo-actionneur sur le contrôle des vibrations d'une poutre encastrée-libre en utilisant la théorie des poutres de Euler-Bernoulli. Meric et Saigal [38] ont dérivé les expressions de sensibilité de forme pour des structures linéaires avec un champ mécanique et élastique couplé. De plus, la nature continue des structures permet de choisir où les patches piézoélectriques sont à placer pour être les plus performants possibles. Crawley [28] a tenté de trouver le placement optimal des actionneurs piézoélectriques en déterminant le lieu de plus haute déformation moyenne sur la structure au cours du mouvement à contrôler. Les auteurs de [39] trouvent le placement pour des paires d'actionneur-capteur piézoélectrique colocalisées sur une plaque mince encastrée à ces quatre bords. Cette optimisation est effectuée en déterminant le lieu de haute sensibilité de position pour chaque mode. Plusieurs chercheurs [4, 40, 41] utilisent l'optimisation quadratique des performances pour trouver la position optimale des actionneurs et des capteurs piézoélectriques pour la suppression effective des vibrations structurales.

Comme nous pouvons le constater dans la littérature, la plus grande attention a été portée à l'optimisation géométrique de paires d'actionneur et de capteur tel que leur placement, leur taille aussi bien que leur épaisseur. Mais l'optimisation de systèmes de contrôle considérant conjointement le placement et la taille des patches piézoélectriques et

les gains de contrôle de la boucle rétroaction du système c'est à dire de l'énergie nécessaire au contrôle n'a été que rarement étudiée [20, 42].

#### 4.4.2 Optimisation de l'amortissement colocalisé

Nous proposons d'adapter un critère [42], développé pour le cas de l'IFF, afin d'optimiser les paramètres géométriques des patches piézoélectriques utilisées lors d'une stratégie DVF. Cette démarche est intéressante car le DVF est une stratégie non causale. Il n'existe pas de système d'état associé. Cette méthode de contrôle est, par conséquent, difficilement "optimisable" dans sa formulation primale.

Le critère prend en compte à la fois l'efficacité du contrôle en termes de facteur d'amortissement maximal et l'énergie dépensée par la stratégie de contrôle. Nous employons les propriétés de dualité des stratégies IFF et DVF [43] afin de se placer dans le cadre d'acceptation du critère d'optimisation originel. L'ensemble de la démarche est appliqué au cas test de la poutre élanée sur laquelle est implantée une paire d'actionneur-capteur piézocéramique idéalement colocalisée (cf figure 4.4).

Nous considérons une poutre de type Euler-Bernoulli (cf figure 4.4) sur laquelle nous plaçons un actionneur et un capteur piézoélectriques parfaitement colocalisés. La condition  $h \gg h_p$  nous permet de faire l'hypothèse de l'invariance des paramètres caractéristiques de la poutre (module d'Young, masse volumique, moment quadratique, etc...).

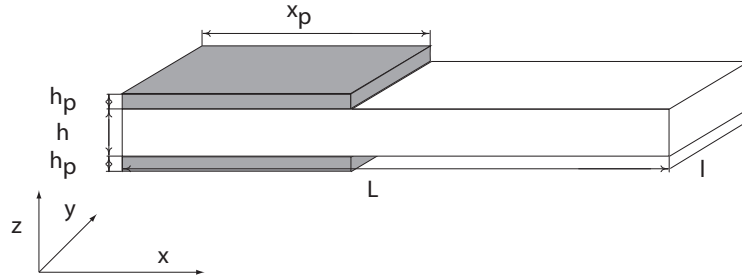


FIG. 4.4 – Système mécanique étudié : une poutre encastree-libre avec deux patches piézoélectriques colocalisés.

#### Mise en équations

Afin de simplifier les calculs analytiques, nous utilisons les hypothèses de Kirchhoff-Love. Cependant, nous gardons à l'esprit les restrictions précédemment énoncées. La mise en équations du système primal est effectuée à partir de l'équation générique suivante [4] :

$$E.I. \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho.S. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = \frac{h}{2} . e_{31} . l . V . \frac{\partial^2 P(x, x_p)}{\partial x^2} \quad (4.13)$$

$$+ \begin{cases} w(0,t) = 0 & \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial x^2} = 0 & \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x^3} = 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{ll} E & : \text{le module d'Young (N.m}^{-2}\text{).} \\ I & : \text{le moment quadratique (m}^4\text{).} \\ w(x, t) & : \text{le mouvement suivant l'axe } \vec{z} \text{ (m).} \\ \rho & : \text{la masse volumique du système (Kg.m}^{-3}\text{).} \\ S & : \text{l'aire d'une section (m}^2\text{).} \\ l & : \text{la largeur de la poutre (m).} \\ e_{31} & : \text{le coefficient piézoélectrique des couches PZT (N.m}^{-1}\text{.V}^{-1}\text{).} \\ V & : \text{le potentiel électrique appliqué aux bornes de l'actionneur (V).} \\ P(x, , x_p) & = H(x) - H(x - x_p) \end{array} \right.$$

La fonction de polarisation P représente, à la fois, la polarisation et la localisation de la couche piézoélectrique sur laquelle se situe l'électrode supérieure.

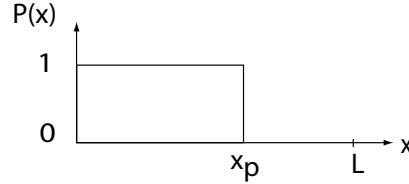


FIG. 4.5 – Distribution de Heaviside de polarisation et de localisation du matériau piézo-électrique

Après l'application de la définition de la distribution de Heaviside P, nous obtenons donc l'équation suivante :

$$E.I. \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho.S. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = \frac{h}{2}.e_{31}.l.V.(\delta(x) - \delta(x - x_p)) \quad (4.15)$$

De plus, les conditions aux limites de la structure étudiée sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} w(0, t) = 0 & \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial x^2} = 0 & \frac{\partial^3 w(L, t)}{\partial x^3} = 0 \end{array} \right. \quad (4.16)$$

## Formulation faible du problème primal

### Formulation faible globale

Nous considérons un déplacement virtuel admissible  $\forall \tilde{w} \in \{H_2[0, L]/\tilde{w}(0) = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x}(0) = 0\}$

$$\int_0^L E.I. \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} \cdot \tilde{w} dx + \int_0^L \rho.S. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \cdot \tilde{w} dx = \frac{h}{2}.e_{31}.l.V. \int_0^L (\delta(x) - \delta(x - x_p)) \cdot \tilde{w} dx \quad (4.17)$$

Nous procédons à une double intégration par parties et nous obtenons, après application des conditions aux limites (4.16), l'équation suivante :

$$\int_0^L E.I. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{w}(x, t)}{\partial x^2} dx + \int_0^L \rho.S. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \cdot \tilde{w} dx = -\frac{h}{2}.e_{31}.l.V. \left( \frac{\partial \tilde{w}(x_p, t)}{\partial x} \right) \quad (4.18)$$

### Formulation faible par décomposition

A présent, nous décomposons la poutre en deux parties : l'une avec les patches piézoélectriques ( $[0 \ x_p]$ ) et l'autre nue ( $[x_p \ L]$ ).

#### – Poutre 1 ( $[0 \ x_p]$ )

Nous considérons un déplacement virtuel admissible  $\forall \tilde{w}_1 \in \{H_2[0 \ x_p]/\tilde{w}_1(0) = \frac{\partial \tilde{w}_1}{\partial x}(0) = 0\}$

$$\int_0^{x_p} E.I. \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} \cdot \tilde{w}_1 dx + \int_0^{x_p} \rho.S. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \cdot \tilde{w}_1 dx = 0 \quad (4.19)$$

Nous procédons à une double intégration par parties et nous appliquons la même démarche que précédemment et nous obtenons l'équation suivante :

$$E.I. \frac{\partial^3 w^-(x_p,t)}{\partial x^3} \cdot \tilde{w}_1(x_p) - E.I. \frac{\partial^2 w^-(x_p,t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial \tilde{w}_1(x_p)}{\partial x} + \int_0^{x_p} E.I. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial x^2} dx + \int_0^{x_p} \rho.S. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \cdot \tilde{w}_1 dx = 0 \quad (4.20)$$

#### – Poutre 2 ( $[x_p \ L]$ )

Nous considérons un déplacement virtuel admissible  $\forall \tilde{w}_2 \in H_2[x_p \ L]$

$$\int_0^{x_p} E.I. \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} \cdot \tilde{w}_2 dx + \int_0^{x_p} \rho.S. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \cdot \tilde{w}_2 dx = 0 \quad (4.21)$$

Après application de la méthode citée ci-dessus, l'équation résultante s'écrit :

$$-E.I. \frac{\partial^3 w^+(x_p,t)}{\partial x^3} \cdot \tilde{w}_2(x_p) + E.I. \frac{\partial^2 w^+(x_p,t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial \tilde{w}_2(x_p)}{\partial x} + \int_0^{x_p} E.I. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{w}_2}{\partial x^2} dx + \int_0^{x_p} \rho.S. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \cdot \tilde{w}_2 dx = 0 \quad (4.22)$$

#### – Assemblage

Nous additionnons les équations (4.20) et (4.22) et nous supposons que  $\tilde{w}_2(x_p) = \tilde{w}_1(x_p) = \tilde{w}(x_p)$  et  $\frac{\partial \tilde{w}_2}{\partial x}(x_p) = \frac{\partial \tilde{w}_1}{\partial x}(x_p) = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x}(x_p)$ . Ainsi, nous obtenons la relation suivante,  $\forall \tilde{w} \in H_2[0 \ L]/\tilde{w}(0) = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x}(0) = 0$  :

$$\tilde{w}(x_p) \cdot (E.I. \frac{\partial^3 w^-(x,t)}{\partial x^3} - E.I. \frac{\partial^3 w^+(x,t)}{\partial x^3}) + \frac{\partial \tilde{w}(x_p)}{\partial x} \cdot (E.I. \frac{\partial^2 w^+(x,t)}{\partial x^2} - E.I. \frac{\partial^2 w^-(x,t)}{\partial x^2}) + \int_0^L E.I. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x^2} dx + \int_0^L \rho.S. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \cdot \tilde{w} dx = 0 \quad (4.23)$$

### Comparaison entre les deux formulations faibles

Si nous comparons (4.18) et (4.23), nous avons accès à la forme variationnelle suivante,  $\forall \tilde{w} \in \{H_2[0, L]/\tilde{w}(0) = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x}(0) = 0\}$  :

$$\tilde{w}(x_p) \cdot (E.I. \frac{\partial^3 w^-(x,t)}{\partial x^3} - E.I. \frac{\partial^3 w^+(x,t)}{\partial x^3}) + \frac{\partial \tilde{w}(x_p)}{\partial x} \cdot (E.I. \frac{\partial^2 w^+(x,t)}{\partial x^2} - E.I. \frac{\partial^2 w^-(x,t)}{\partial x^2}) + \int_0^L E.I. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x^2} dx + \int_0^L \rho.S. \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \cdot \tilde{w} dx = 0 \quad (4.24)$$



Nous pouvons choisir  $\tilde{w}(x_p) = 0$ .

$$\frac{h}{2} \cdot e_{31} \cdot l \cdot V \cdot \left( \frac{\partial \tilde{w}(x_p, t)}{\partial x} \right) = \frac{\partial \tilde{w}(x_p)}{\partial x} \cdot \left( E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 w^+(x, t)}{\partial x^2} - E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 w^-(x, t)}{\partial x^2} \right) \quad (4.25)$$

$$\iff \frac{h}{2} \cdot e_{31} \cdot l \cdot V = \left( E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 w^+(x, t)}{\partial x^2} - E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 w^-(x, t)}{\partial x^2} \right) \quad (4.26)$$

Il apparaît clairement que le patch piézoélectrique actionneur injecte un saut de moment.

### Récapitulatif du système primal

Nous pouvons scinder le système d'équations en considérant les parties de la poutre avec et sans couches piézoélectriques.

$$\begin{array}{cc} \text{Poutre 1 } (]0 \ x_p[) & \text{Poutre 2 } (]x_p \ L[) \\ E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 w_1(x, t)}{\partial x^4} + \rho \cdot S \cdot \frac{\partial^2 w_1(x, t)}{\partial t^2} = 0 & E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 w_2(x, t)}{\partial x^4} + \rho \cdot S \cdot \frac{\partial^2 w_2(x, t)}{\partial t^2} = 0 \end{array} \quad (4.27)$$

$$w(0, t) = \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 w(L, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (4.28)$$

Les conditions de continuité au point de jonction  $x_p$  sont les suivantes :

$$\begin{array}{cc} w_1(x_p) = w_2(x_p), & \frac{\partial w_1}{\partial x}(x_p) = \frac{\partial w_2}{\partial x}(x_p), \\ \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}(x_p) = \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2}(x_p) + \frac{h}{2 \cdot E \cdot I} \cdot e_{31} \cdot l \cdot V, & \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}(x_p) = \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2}(x_p) \end{array} \quad (4.29)$$

De plus, l'information émise par le capteur dans le système primal est proportionnelle à la rotation de la section située en  $x = x_p$ . Elle peut se mettre sous la forme générale  $y = \beta \cdot \frac{\partial w(x_p)}{\partial x}$ .

$y$  est proportionnel à une rotation. L'actionneur injecte un moment de flexion en ce même point. Par conséquent, la loi de contrôle à mettre en place est du type Direct Velocity Feedback. La force de contrôle s'écrit donc  $u = -G \cdot \frac{\partial y}{\partial t}$  avec  $G$  le gain de contrôle positif.

### Formulation duale du problème

A présent, nous considérons comme variable le moment  $M_e = E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}$ . Nous établissons les équations découplées décrivant le système dual.

$$\begin{array}{cc} \text{Poutre 1 } (]0 \ x_p[) & \text{Poutre 2 } (]x_p \ L[) \\ E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 M_{e1}}{\partial x^4} + \rho \cdot S \cdot \frac{\partial^2 M_{e1}}{\partial t^2} = 0 & E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 M_{e2}}{\partial x^4} + \rho \cdot S \cdot \frac{\partial^2 M_{e2}}{\partial t^2} = 0 \end{array} \quad (4.30)$$

$$M_{e2}(L, t) = \frac{\partial M_{e2}(L, t)}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial^2 M_{e1}(0, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 M_{e1}(L, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (4.31)$$

Les conditions de continuité au point de jonction  $x_p$  sont

$$\frac{\partial M_{e1}}{\partial x}(x_p) = \frac{\partial M_{e2}}{\partial x}(x_p), \quad M_{e1}(x_p) - M_{e2}(x_p) = \delta M_e = \frac{h}{2} \cdot e_{31} \cdot l \cdot V \quad (4.32)$$



avec

$b$  : un vecteur booléen localisant le noeud de jonction

Posons  $Y = \ddot{y}$ , nous obtenons, en terme de variables de Laplace :

$$[M_{systeme}.s^2 + K_{systeme}].\tilde{M}_e = b.k_e.\delta\tilde{M}_e \quad (4.40)$$

$$\tilde{Y} = -\frac{\beta}{\rho.S.E.I}.k_e.(b^T.\tilde{M}_e - \delta\tilde{M}_e) \quad (4.41)$$

$\ddot{y}$  est proportionnel à une accélération de rotation. L'actionneur injecte un moment de flexion en ce même point. Par conséquent, la stratégie DVF devient, dans sa version duale, un contrôle de type Integral Force Feedback. La force de contrôle s'exprime sous la forme  $\delta M_e(x_p, t) = -G. \int \ddot{y}(x_p, t).dt$  avec  $G$  le gain positif de contrôle.

L'expression des deux formulations nous montre la dualité entre les stratégies IFF et DVF sur une poutre en flexion. Ainsi, les propriétés démontrées pour l'une d'elles seront duales pour l'autre. Nous avons mis, en effet, l'accent sur la dualité qui existe entre les conditions aux limites de Dirichlet et de Neumann.

### Loi de contrôle

$\tilde{Y}$  est une accélération de rotation. L'actionneur injecte un moment de flexion en ce même point. Par conséquent, nous allons mettre en place un contrôle de type Integral Force Feedback avec  $G > 0$ .

$$\delta\tilde{M}_e = k_e^{-1}.G.\frac{1}{s}.\tilde{Y} \quad (4.42)$$

Nous écrivons l'équation régissant le comportement du système contrôlé homogénéisé dans l'espace de Laplace en éliminant  $\tilde{Y}$  de (4.41) et (4.45) et en substituant  $\delta\tilde{M}(t)$  dans (4.40) :

$$[M_{systeme}.s^2 + (K_{systeme} - \frac{b.k_e.G.\gamma.b^T}{s.I + G.\gamma.s})].\tilde{M} = 0 \quad (4.43)$$

avec

$$\gamma = -\frac{\beta}{\rho.S.E.I}$$

Lorsque  $\|G\| \longrightarrow +\infty$ , l'équation (4.43) devient :

$$[M_{systeme}.s^2 + (K_{systeme} - b.k_e.b^T)].\tilde{M} = 0 \quad (4.44)$$

Dans ce cas précis, les moments du système sont désolidarisés au point de jonction car le "ressort de force" liant les moments a été retiré.

### Critère d'optimisation

Le critère [42] est fondé sur une étude de sensibilité des pôles du système en fonction du gain de contrôle pour une loi de type IFF. Nous réécrivons les relations précédentes sous forme matricielle.

$$\begin{bmatrix} s^2.M_{systeme} + K_{systeme} & -b.k_e \\ -G.\gamma.b^T & (s.I + G.\gamma) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{M}_e \\ \delta\tilde{M}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Nous projetons l'équation sur l'espace modale  $\tilde{M}_e = \phi.m$  et posons  $G = g.I_N$  avec  $g > 0$ , l'équation ci-dessus peut s'écrire :

$$\begin{bmatrix} s^2.I_N + \Omega^2 & -\phi^T.b.k_e \\ -g.\gamma.b^T.\phi & (s. + g.\gamma).I_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m \\ \delta\tilde{M}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Le système d'équations couplées peut être découplé en séparant les variables  $\delta\tilde{M}_e$  et  $m$ . Nous obtenons ainsi une équation liée aux états du système et une autre au contrôleur.

Les deux matrices obtenues sont non-diagonales. En effet, il subsiste des termes de couplage extra-diagonaux. Il est courant de simplifier ces expressions en les considérant à diagonale dominante. Néanmoins, cette approximation devient caduque pour de grands gains  $g$ . Par conséquent, pour conserver cette approximation, nous considérerons, par la suite, que  $g$  reste faible.

Nous allons, à présent, étudier la sensibilité des pôles du système contrôlé pour des variations de  $g$  autour de zéro.

Nous introduisons la matrice des pulsations propres modifiées [12]  $\omega = diag(\omega_i)$  telle que :

$$\omega_i^2 = \Omega_i^2.(1 - \nu_i) = \Omega_i^2 - \phi^T.b.k_e.b^T.\phi \quad (4.47)$$

L'expression de l'évolution des pôles mécaniques du système non-contrôlé avec  $g$  proche de 0 s'écrit, au premier ordre en  $g$  :

$$s_{mi}^0 = -g \cdot \frac{\Omega_i^2 - \omega_i^2}{2.\Omega_i^2} \pm j.\Omega_i \quad (4.48)$$

L'expression des pôles peut de la même manière être exhibée [42]. Nous avons ainsi l'évolution, au premier ordre en  $g$ , des  $n$  pôles associés au contrôleur :

$$s_{cj}^0 = g.\gamma.(k_e.L_j - 1) \quad (4.49)$$

avec

$$b^T.K_{systeme}^{-1}.b.\psi = \psi.L \quad (4.50)$$

L'opérateur  $b^T.K_{systeme}^{-1}.b$  est l'opérateur de Neumann-Dirichlet ou le complément dual de Schur associé à la distribution des transducteurs sur la structure mécanique dans l'espace dual.

Les pôles  $s_{cj}^0$  sont liés à la réponse des  $n$  intégrateurs utilisés pour générer le signal de contrôle. Ils doivent rester strictement négatifs afin de garantir la stabilité du système. De plus, de manière à limiter le niveau de  $\delta M_e$  imposé, nous devons maximiser  $|s_{cj}^0|_{j=1,\dots,n}$ . Plus les valeurs propres  $L_j$  seront proches de  $1/k_e$ , plus lente sera la décroissance énergétique du signal de contrôle et plus le contrôle du  $\delta M_e$  associé sera grand. Ces valeurs propres, regroupées dans la matrice  $L = \text{diag}(L_i)_{i=1,\dots,n}$  sont celles de l'opérateur statique de compliance, colocalisées sur les transducteurs. Le facteur  $k_e.L_j - 1 = \frac{L_j - \frac{1}{k_e}}{\frac{1}{k_e}}$  représente la fraction apparente de compliance du système complet par rapport à la compliance des actionneurs.

Afin de stabiliser la structure au mieux, nous devons essayer de maximiser  $|R_e(s_{mi})|$  en augmentant la distance entre la fréquence naturelle initiale  $\Omega_i$  et la fréquence modifiée  $\omega_i$  associée (cf équation (4.47)). Cette différence dépend du ratio entre les impédances mécaniques du système et des transducteurs. Plus les transducteurs seront raides, plus rapide sera le mouvement de chaque pôle vers son point optimal sur la boucle.

A ce point, il devient clair qu'un compromis entre les niveaux de contrôle et les niveaux de stabilisation est nécessaire. D'une part, des transducteurs raides devraient être plus rapides pour atteindre un fort amortissement des modes mécaniques mais le coût énergétique à supporter sera grand. D'autre part, des transducteurs plus flexibles ne demanderont pas une grande débauche d'énergie mais l'amortissement modal induit ne sera pas grand. Il nous faut définir des critères structuraux pour optimiser le système. Nous proposons le critère modal suivant :

$$J_i = \frac{\Omega_i^2 - \omega_i^2}{2.\Omega_i^2} . \min_{j=1,\dots,n} (k_e.L_j - 1), i = 1, \dots, N \quad (4.51)$$

Les variables de placement associées au critère sont les pulsations naturelle de la structure complète  $\Omega = \text{diag}(\Omega_i)$ , la pulsation modifiée  $\omega = \text{diag}(\omega_i)$  définie dans l'équation (4.47), la raideur équivalente  $k_e$  de la configuration des transducteurs et les valeurs propres  $L_j$  de  $k_e.b^T.K_{\text{système}}^{-1}.b$  comme définies en (4.50).

Le rapport  $\frac{\Omega_i^2 - \omega_i^2}{2.\Omega_i^2}$  évalue la sensibilité de l'amortissement modal du système mécanique.  $\min_{j=1,\dots,n} (k_e.L_j - 1)$  mesure le plus mauvais niveau d'énergie nécessaire au contrôle de la structure.

En complément des paramètres  $\{\omega_i\}_{i=1,\dots,n}$  introduits dans des travaux ultérieurs, nous désirons une fois encore souligner l'importance des valeurs propres  $\{L_j\}_{j=1,\dots,n}$  qui permet d'optimiser les paramètres géométriques du système (placement et dimensions). De plus, nous rappelons que ce critère n'est viable que pour des gains de contrôle relativement faibles.

Il est à noter que la relation (4.38) est une équation représentative, base du critère, que nous rencontrons dans la mise en équation de systèmes d'amortissement passif tel que le shuntage résistif ou "semi-passif" comme rencontré dans le shuntage de circuit inductif. Par conséquent, il est possible d'appliquer ce critère d'optimisation à ces stratégies.

### Exemple numérique

Prenons une poutre en aluminium de masse volumique  $2700 \text{ Kg.m}^{-3}$  et de module d'Young 70 Gpa (cf figure 4.4). Ses dimensions sont 50 mm de longueur, 10 mm de largeur et 4 mm d'épaisseur. Ce modèle, fondé sur une formulation éléments finis est implanté dans le logiciel Femlab<sup>©</sup> couplé avec le logiciel Matlab<sup>©</sup>.

Nous optimisons, grâce au critère, la longueur des transducteurs en vue du contrôle du premier mode propre. La valeur optimale obtenue (cf figure 4.6) est  $x_p = 25\text{mm}$ .

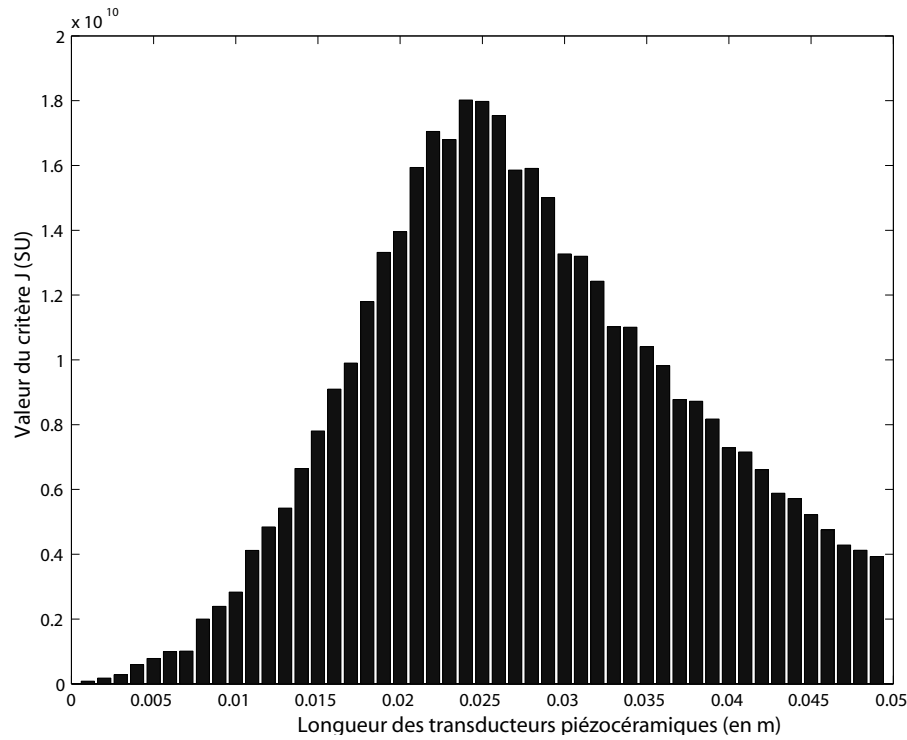


FIG. 4.6 – Valeurs du critère sur le premier mode en fonction de la longueur des transducteurs

Pour évaluer la tension nécessaire à la plus forte stabilisation ( $\xi=87,1 \%$ , cf figure 4.7) du premier mode, nous appliquons en bout de poutre une perturbation en bruit blanc. Cette force dirigée suivant l'axe  $\vec{z}$  est d'amplitude  $1 \text{ N}_{Rms}$ . Par résolution de l'équation de Lyapunov définie à partir des relations (4.38), nous obtenons la valeur de la tension Rms nécessaire égale à 224 V.

Sur la figure 4.7, nous comparons les niveaux d'amortissement atteints dans le cas d'une longueur de transducteurs optimisée et dans celui d'un recouvrement complet de la poutre. Le recouvrement complet est un résultat que nous pourrions intuitivement imaginer. L'actionnement par une couche piézoélectrique est équivalent au placement d'un moment de flexion en limite de film. Un moment en bout de poutre pourrait éventuellement donner le meilleur résultat.

Prenons le gain lié au taux d'amortissement maximal (30 %) obtenu avec  $x_p = 50\text{mm}$ . La tension nécessaire est de 490,5 V. Appliquons le gain adéquat au cas optimisé de manière à obtenir une valeur d'amortissement de 30 %. La tension de contrôle est de 344,5 V. La nécessité et l'utilité d'une telle optimisation s'imposent.

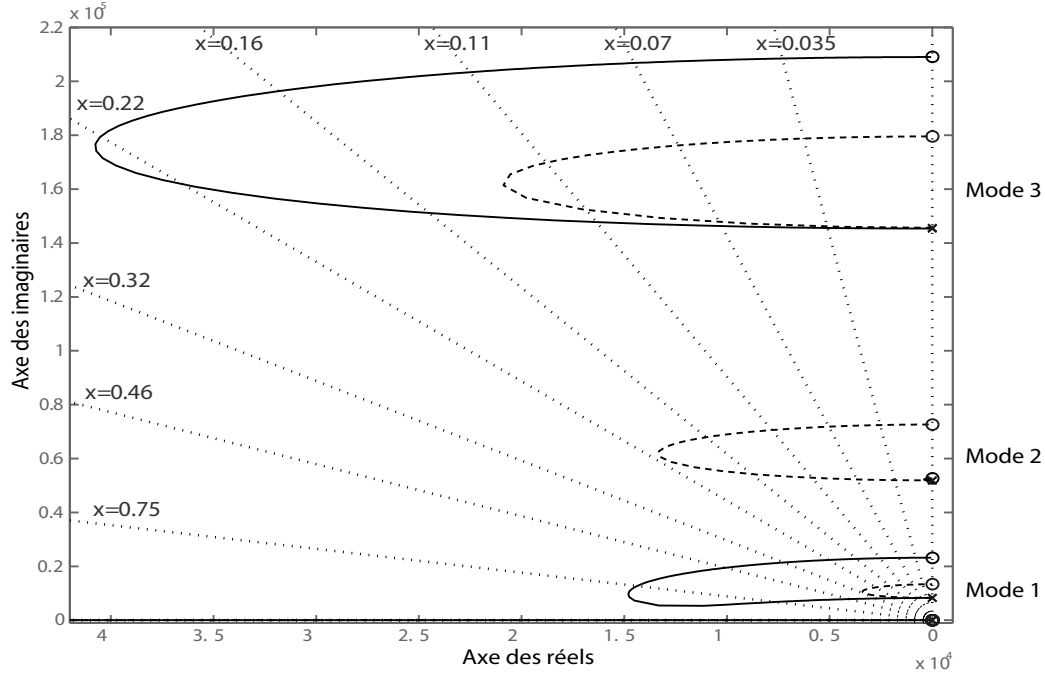


FIG. 4.7 – Lieux d'Evans des trois premiers modes des structures avec des longueurs de transducteurs de 25 mm (traits continus) et de 50 mm (traits pointillés)

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous abordons les méthodes de stabilisation actives communément mises en oeuvre. Nous rappelons, notamment, les caractéristiques des stratégies d'amortissement actif colocalisées. De plus, nous soulignons l'importance de la phase d'optimisation particulièrement sur le placement et la géométrie des transducteurs piézoélectriques. Le travail sur l'optimisation exhibe une méthode d'adaptation d'un critère d'optimisation structurale, destiné à un contrôle IFF, afin de l'appliquer à une stratégie de type DVF. La simplicité de la méthode d'adaptation permet d'étendre le champ d'application du critère de l'IFF au DVF sur des structures possédant la même classe d'équations aux dérivées partielles qu'une poutre. Nous pensons notamment aux structures multipoutres ou plaques. Par ailleurs, le cas des coques pourrait également être traité.

Le second champ d'investigation étudié est l'isolation active de structures. Dans cette thématique, le problème est de créer une liaison mécanique entre plusieurs solides. Cette impédance doit posséder les propriétés nécessaires au bon fonctionnement de l'ensemble. Le transfert vibratoire peut être choisi nul, total ou partiel suivant certaines directions.

## Bibliographie

- [1] FULLER C. R., ELLIOTT S. J., and NELSON P. A. *Active control of vibration*. Academic Press, 1996.

- [2] HANSEN C. H. and SNYDER S. D. *Active control of noise and vibration*. E - FN Spon, 1997.
- [3] MEIROVITCH L. *Dynamics and control of structures*. New-york : Wiley, 1990.
- [4] COLLET M. *Contrôle actif des structures par couches piezo-electriques*. Thèse, Ecole Centrale de Lyon, Juin 1996.
- [5] TAKAGI T. and SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications. *IEEE SMC*, Vol. 15 :116–132, 1985.
- [6] LANGARI G. and TOMIZUKA M. Stability of fuzzy linguistic control systems. *In Proc. the 29th Conference on decision and control, Honolulu, Hawaï*, december 1990.
- [7] BELLMAN R. E., GLICKSBERG I. L., and GROSS O. *On the "bang-bang" control problem*. Rand. Corporation, 1955.
- [8] WONHAM W. M. and JOHNSON C. D. Optimal bang-bang control with quadratic performance index. *Trans. ASME Journal of basic engineering*, 1964.
- [9] KOMORNIK V. Stabilisation rapide de problèmes d'évolution linéaires. *C.R.Acad. Sci. Paris, Série 1*, Vol. 321 :581–586, 1995.
- [10] KOMORNIK V. Rapid boundary stabilization of linear distributed systems. *Siam J. Control and Optimization*, Vol. 35 n°5 :1591–1613, 1997.
- [11] RATIER L. *Stabilisation rapide des structures par contrôle actif, mise en oeuvre expérimentale*. Thèse, Ecole Normale Supérieure de Cachan, Décembre 2000.
- [12] PREUMONT A. *Vibration control of active structures : An introduction. 2nd Edition*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [13] BALAS M. J. Direct velocity feedback control of large space structures. *J. Guidance and Control Dynamics*, Vol. 2 n°3 :252–253, 1979.
- [14] ACHKIRE Y., BOSSENS F., and PREUMONT A. Active damping and flutter control of cable-stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 74-76 :913–921, 1998.
- [15] ACHKIRE Y. and PREUMONT A. Active tendon control of cable-stayed bridges. *J. Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25 :585–597, 1996.
- [16] HOLTERMAN J. and DE VRIES T. J. A. Active damping within an advanced microlithography system using piezoelectric smart discs. *Mechatronics* 13, 2003.
- [17] LEE C. K. and CHIANG W. W. Piezoelectric modal sensor/actuator pairs for critical active damping vibration control. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 390 n°1 :374–384, 1991.
- [18] WALTER V., DELOBELLE P., LE MOAL P., JOSEPH E., and COLLET M. A piezo-mechanical characterization of PZT thick films screen-printed on alumina substrate. *Sensors and Actuators : A Physical*, Vol. 96 :157–166, 2002.
- [19] COLLET M., WALTER V., and DELOBELLE P. Active damping of a micro-cantilever piezo-composite beam. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 260 n°3 :453–476, 2003.



- [20] YANG S. Y. and HUANG W. H. Is a collocated piezoelectric sensor/actuator pair feasible for an intelligent beam ? *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 216 n° 3 :529–538, 1998.
- [21] XIONGZHU B., LIN Y., ZHONGQING S., and CHUNHUI W. Active control of a flexible smart beam using a system identification technique based on armax. *Smart Material and Structures*, Vol. 12 :845–850, 2003.
- [22] PETERSEN I. R. and POTA HIMANSHU R. Minimax lqg optimal control of a flexible beam. *Smart Material and Structures*, Vol. 11 :1273–1287, 2003.
- [23] LAGNESE J. and LIONS J.-L. *Minimax lqg optimal control of a flexible beam*. Masson, 1992.
- [24] CHATTOPADHYAY A., SEELEY C. E., and JHA R. Aeroelastic tailoring using piezoelectric actuation and hybrid optimization. *Smart Material and Structures*, Vol. 8 :83–91, 1999.
- [25] SARAVANAN C. and GANESAN N. and RAMAMURTI V. Semianalytical finite element analysis of active constrained layer damping in cylindrical shells of revolution. *Computer and structures*, Vol. 79 :1131–1144, 2001.
- [26] PINTO CORREIA I. F., MOTA SOARES C. M., MOTA SOARES C. A., and HERSKOVITS J. Active control of axisymmetric shells with piezoelectric layers : a mixed laminated theory with a high order displacement field. *Computer and structures*, Vol. 80 :2265–2275, 2002.
- [27] LIONS J.-L. Exact controllability, stabilization and perturbations for distributed systems. *SIAM Review*, Vol. 30 :1–68, 1988.
- [28] CRAWLEY E. F. and de LUIS J. Use piezoelectric actuators as element of intelligent structures. *AIAA J.*, Vol. 25 :1373–1385, 1987.
- [29] BAZ A. and POH S. Performance of an active control system with piezoelectric actuators. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 126 n°2 :327–342, 1988.
- [30] DEVASIA S., MERESSI T., PADEN B., and BAYO E. Piezoelectric actuator design for vibration suppression : placement and sizing. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 16 :859–864, 1993.
- [31] KWAKERNAAK H. and SIVAN R. *Linear optimal control systems*. Wiley-Interscience, 1972.
- [32] DHINGRA A. K. and LEE B. H. Optimal placement of actuators in actively controlled structures. *Engineering Optimization*, Vol. 23 :99–118, 1994.
- [33] ARBEL A. Controllability measures and actuator placement in oscillatory systems. *International Journal of Control*, Vol. 33 :565–574, 1981.
- [34] HAC A. and LIU L. Sensor and actuator location in motion control of flexible structures. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 167 n°2 :239–261, 1993.

- [35] DHINGRA A. K. and LEE B. H. Multiobjective design of actively controlled structures using a hybrid optimization method. *International Journal for Numerical Methods in Engineerings*, Vol. 38 n°20 :3380–3401, 1995.
- [36] KONDOH S., YATOMI C., and INOUE K. The positioning of sensors and actuators in the vibration control of flexible systems. *JSME International Journal Series 3*, Vol. 33 :145–152, 1992.
- [37] KIM S.J. and JONES J. D. Influence of piezo-actuator thickness on the active vibration control of a cantilever beam. *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, Vol. 6 :610–623, 1995.
- [38] MERIC R. A. and SAIGAL S. Shape sensitivity analysis of piezoelectric structures by the adjoint variable method. *AIAA J.*, Vol. 29 n°8 :1313–1318, 1991.
- [39] HWANG J. K., CHOI C. H. ad SONG C. K., and LEE J. M. Robust lqg control of an all-clamped thin plate with piezoelectric actuators/sensors. *IEEE/ASME Trans Mechatronics*, Vol. 2 n°3 :205–212, 1997.
- [40] COLLET M. and JEZEQUEL L. Active control with piezo-electric layers optimization. *Journal of Structural Control*, Vol. 1, 1995.
- [41] FAHROO F. and WANG Y. Optimal location of piezoceramic actuators for vibration suppression of a flexible stucture. *In Proc. the 36th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, CA, USA*, pages 1966–1971, 1997.
- [42] MONNIER P., COLLET M., and PIRANDA J. Definition of mechanical design parameters to optimize efficiency of integral force feedback. *Structural control and health monitoring*, Vol. 12 n°1 :65–89, 2005.
- [43] COLLET M. *Contrôle actif des structures : Contributions à la stabilisation et à l'isolation de systèmes dynamiques*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Franche-Comté, Février 2005.



# Chapitre 5

## Les méthodes d'isolation active

### 5.1 Introduction

Nous dénombrons deux grandes classes de problèmes pour lesquels l'isolation vibratoire est essentielle :

- un composant fixé sur une structure génère des vibrations. Ces ondes peuvent se propager dans toute la structure occasionnant le dysfonctionnement de composants adjacents ou des problèmes de tenue en contrainte du support.
- un élément sensible est placé sur une structure porteuse vibrante. Ces vibrations peuvent parasiter les performances de l'élément voire l'endommager.

Il existe de nombreuses stratégies d'isolation passive (adjonction d'élastomères, utilisation d'alliage à mémoire de forme, adaptation d'impédance mécanique,...) [1–4]. Cependant, ces systèmes de suspension classiques perdent leur efficacité en hautes fréquences, souvent dans la gamme des fréquences parasites à la source des problèmes.

Nous considérons une suspension standard simplifiée comme représentée sur la figure 5.1.

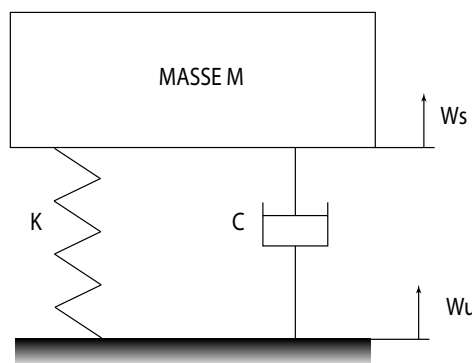


FIG. 5.1 – Suspension simple "Masse-Ressort-Amortisseur"

La fonction de transfert du système, c'est à dire le rapport entre l'accélération de la masse ( $\ddot{W}_s$ ) et l'accélération imposée au support ( $\ddot{W}_u$ ) s'écrit en variables de Laplace :

$$\frac{(\ddot{W})_s}{(\ddot{W})_u} = \frac{s.C + K}{s^2.M + s.C + K} \quad (5.1)$$

avec

$$\begin{cases} K & : \text{la raideur de la suspension (en } N.m^{-1}\text{),} \\ M & : \text{la masse de la structure (en } Kg\text{),} \\ C & : \text{l'amortissement induit par la suspension (en } Kg.s^{-1}\text{).} \end{cases}$$

L'objectif de toute suspension est de limiter l'accélération du système à isoler dans la gamme des fréquences de sollicitation. Observons le comportement du système, via sa fonction de transfert, lorsque nous faisons varier le facteur d'amortissement  $\xi = \frac{C}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{M}{K}\right)}$  (cf figure 5.2).

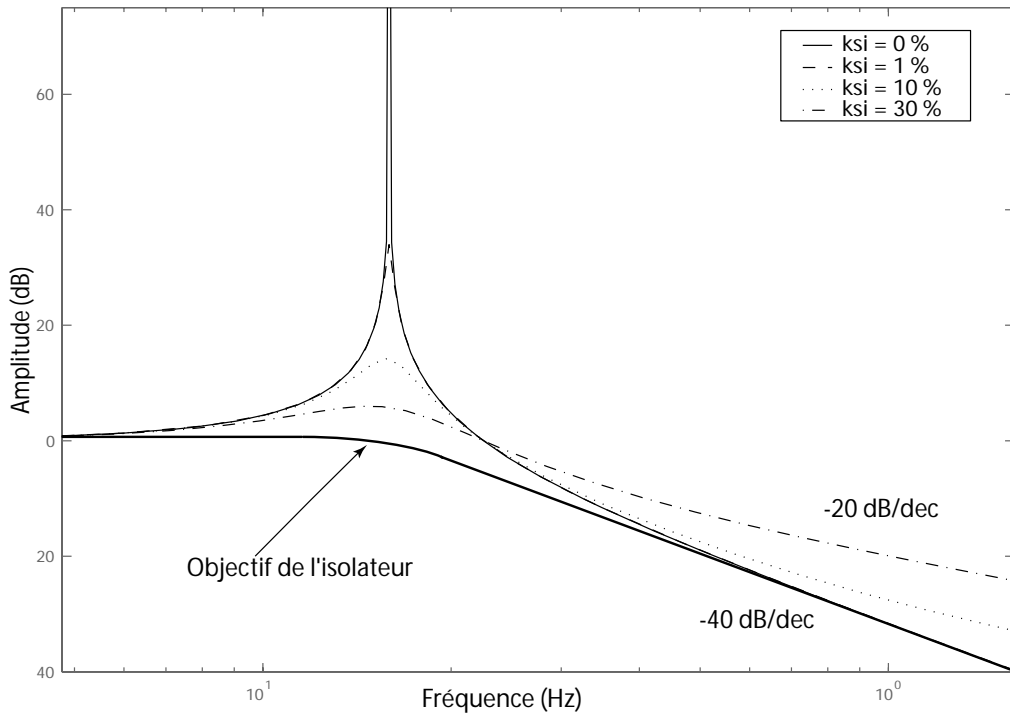


FIG. 5.2 – Evolution de la fonction de transfert pour différentes valeurs de  $\xi = \frac{C}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{M}{K}\right)}$

Bien évidemment, les surtensions modales (ou pics de résonance) s'atténuent lors de l'augmentation de l'amortissement du système. Par conséquent, le phénomène de résonance est moins ressenti par l'élément à isoler. Cependant, cet effet se traduit également par une diminution de la coupure en hautes fréquences. En effet, la valeur de cette coupure évolue de -40dB/décade, avec  $\xi = 0$ , vers -20 dB/décade, avec  $\xi \neq 0$ . Il s'en suit une mauvaise isolation dans cette gamme de fréquences. Il est ainsi obligatoire de baisser la fréquence de coupure pour redonner de bonnes propriétés à la suspension. Cette modification s'effectue en limitant la raideur de la liaison ce qui entraîne une perte de stabilité en basses fréquences. En définitive, le compromis classique réside dans le ratio entre la raideur et l'amortissement de la liaison.

Une solution active peut offrir de meilleurs compromis sur les propriétés contradictoires de la liaison [1], notamment lorsque la raideur de la suspension ne peut être modifiée. C'est le cas dans les domaines où le dimensionnement statique est prioritaire (problème de tenue en service, de sécurité ou de précision). La stratégie active la plus

communément utilisée est celle dite du "sky-hook" [5]. Il s'agit d'une méthode stable et robuste. De plus, elle permet effectivement de résoudre le compromis d'isolation : limiter les surtensions et garantir une bonne valeur de coupure en hautes fréquences du système.

## 5.2 Isolateur "Sky-hook"

Dans cette partie, nous allons considérer les principes fondamentaux de l'isolation sur un cas simple à un degré de liberté de type "Masse-Ressort-Amortisseur".

### 5.2.1 Isolateur "Sky-hook" sans dynamique interne

La stratégie du "sky-hook" consiste à placer dans la suspension, par le biais du contrôle actif, un amortisseur supplémentaire lié à un repère galiléen fixe (cf figure 5.3).

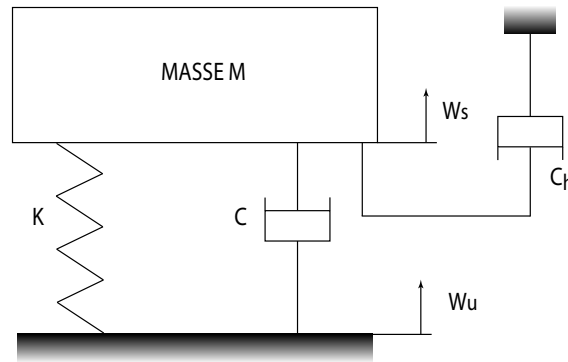


FIG. 5.3 – Suspension "sky-hook" équivalente.

La relation (5.1) est modifiée et s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{(\ddot{W})_s}{(\ddot{W})_u} = \frac{s.C + K}{s^2.M + s.(C + C_h) + K} \quad (5.2)$$

avec

$C_h$  : l'amortissement induit par l'amortisseur "sky-hook" (en  $Kg.s^{-1}$ ).

Dans la figure 5.4, nous comparons l'évolution de la fonction de transfert pour différentes valeurs de  $\xi = \frac{C}{2} \cdot \sqrt{\frac{M}{K}}$  et de  $\xi_h = \frac{C_h}{2} \cdot \sqrt{\frac{M}{K}}$ . Nous observons clairement, dans le cas du "sky-hook" ( $\xi = 0$  et  $\xi_h = 30\%$ ), une diminution de la surtension modale sans dégradation du comportement en hautes fréquences. La coupure en hautes fréquences est donc maintenue.

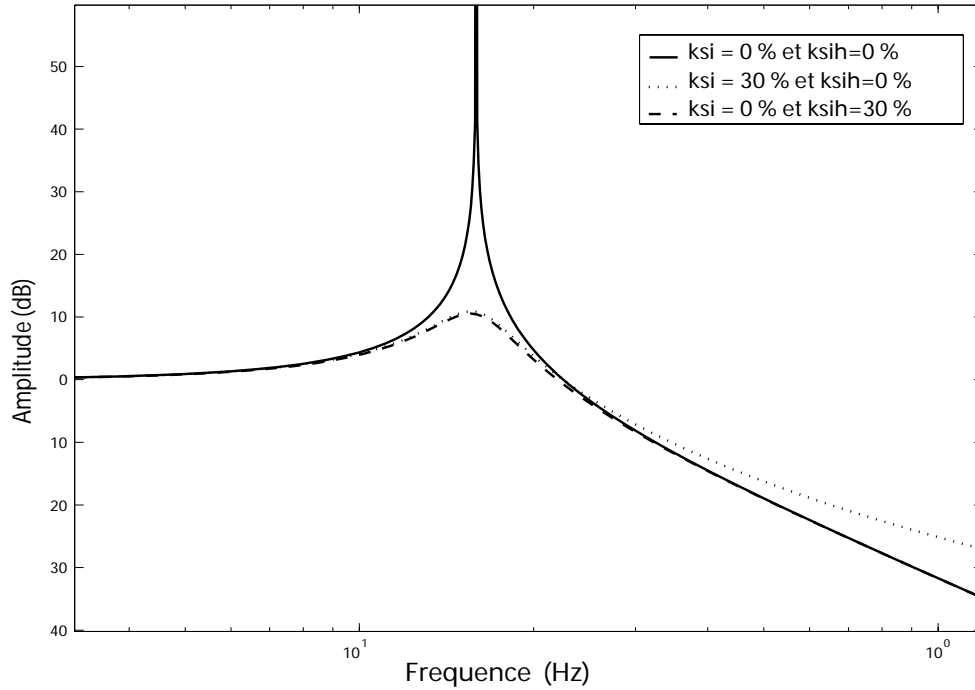


FIG. 5.4 – Evolution de la fonction de transfert pour différentes valeurs de  $\xi = \frac{C}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{M}{K}\right)}$  et de  $\xi_h = \frac{C_h}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{M}{K}\right)}$ .

La mise en oeuvre de cette méthode d'isolation s'effectue grâce à la mesure d'une grandeur absolue (liée à un repère galiléen fixe) telle qu'une accélération, une force de réaction ou, éventuellement, une vitesse ou un déplacement absolus dans le repère considéré. Les diverses variantes du "sky-hook" ont été largement exposées dans [6]. Développons la stratégie "sky-hook" par retour de force de réaction (cf figure 5.5).

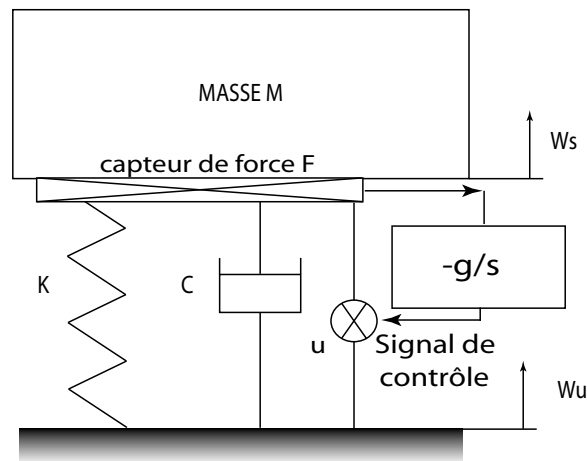


FIG. 5.5 – Isolateur "sky-hook" par retour de force de réaction.

Nous établissons l'équation de mouvement du système décrit en figure 5.5. La force  $F$  mesurée par le capteur est, selon le principe fondamental de la dynamique, proportionnelle à l'accélération subie par la masse suspendue  $M$ .

$$(W)_s \cdot s^2 \cdot M = -((W)_s - (W)_u) \cdot (s \cdot C + K) + u = F \quad (5.3)$$

La loi de contrôle appliquée est un Integral Force Feedback. Nous pouvons la traduire de la manière suivante :

$$u = \frac{-g}{s} \cdot F \quad (5.4)$$

Nous utilisons les relations (5.5) et (5.4) pour déduire la fonction de transfert globale de la structure.

$$\frac{(W)_s}{(W)_u} = \frac{(\ddot{W})_s}{(\ddot{W})_u} = \frac{s.C + K}{s^2.M + s.(C + g.M) + K} \quad (5.5)$$

Nous profitons ainsi des propriétés de stabilité et de robustesse de la méthode IFF colocalisée.

### 5.2.2 Isolateur "Sky-hook" avec dynamique interne

A présent, nous traitons le cas d'un composant à isoler possédant une dynamique interne. Nous reprenons les principales stratégies "sky-hook" employées : la méthode avec une mesure de l'accélération absolue de l'élément à isoler (cf figure 5.6) et celle avec une mesure de la force perçue par le composant à isoler (cf figure 5.7).

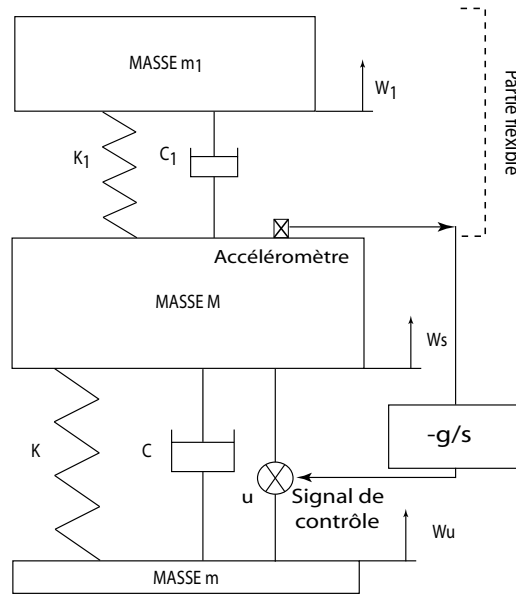


FIG. 5.6 – Isolateur "sky-hook" par retour d'accélération d'un élément flexible.



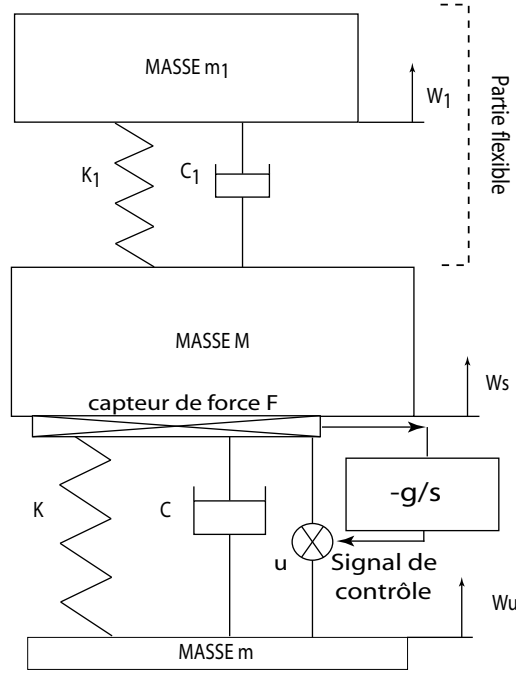


FIG. 5.7 – Isolateur "sky-hook" par retour de force de réaction d'un élément flexible.

Pour l'étude, nous mettons en équation les deux systèmes en considérant que les raideurs  $k$  et  $k_1$  sont égales et les amortissements sont pris nuls. Nous obtenons les relations suivantes :

$$\frac{(\ddot{W})_s}{u} = \frac{m_1.m.s^4 + k.m.s^2}{M.m_1.m.s^4 + (k.M.m_1 + 2.k.m.m_1 + k.M.m).s^2 + k^2.(M + m + m_1)} \quad (5.6)$$

$$\frac{F}{u} = \frac{M.m_1.m.s^4 + (k.M.m + k.m_1.m).s^2}{M.m_1.m.s^4 + (k.M.m_1 + 2.k.m.m_1 + k.M.m).s^2 + k^2.(M + m + m_1)} \quad (5.7)$$

Il est à noter que l'équation (5.6) est à relier à la figure 5.6 et l'équation (5.7) à la figure 5.7.

Pour analyser le comportement des deux stratégies, nous considérons deux situations extrêmes à une raideur constante :

- la dynamique interne du système est considérée faible c'est à dire que  $\frac{M}{m_1} = 10$ .
- la dynamique interne du système est considérée forte c'est à dire que  $\frac{M}{m_1} = 0.1$ .

Ces valeurs nous donnent la possibilité de tracer les lieux d'Evans de ces situations critiques.

Dans le cas d'une flexibilité faible (cf figure 5.8), le comportement général des structures diffère peu de celui de structures rigides. Les lieux d'Evans des deux méthodes sont similaires, avec une paire de pôle/zéro haute sur l'axe des imaginaires. La différence majeure se situe sur la distance entre ce pôle et ce zéro. Celle-ci est bien plus grande avec une stratégie par retour d'accélération. Il en résulte que cette stratégie produit un amortissement du mode supérieure plus important.

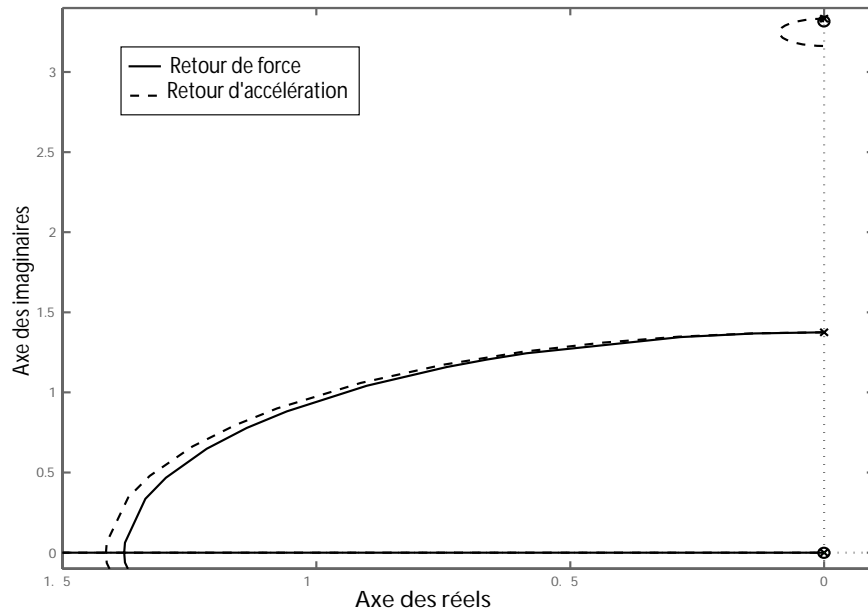


FIG. 5.8 – Lieux d'Evans du système d'isolation pour une structure peu flexible avec un retour d'accélération (trait pointillé) et un retour de force (trait plein).

Pour la structure à forte flexibilité (cf figure 5.9), le lieu d'Evans (root locus) est sensiblement changé. La stratégie par retour de force conserve une alternance pôle/zéro lui conférant un bon amortissement et donc une bonne stabilité. En revanche, cette propriété est perdue dans le cas d'une rétroaction par retour d'accélération. En effet, le mode inférieur dérive immédiatement dans le demi-plan des valeurs à partie réelle positive et devient, par conséquent instable.

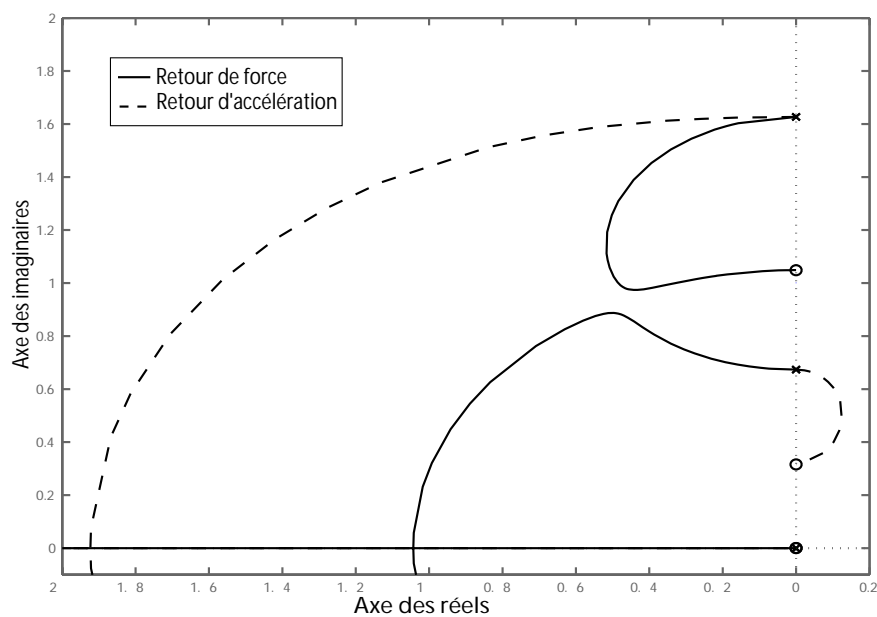


FIG. 5.9 – Lieux d'Evans du système d'isolation pour une structure fortement flexible avec un retour d'accélération (trait pointillé) et un retour de force (trait plein).

Il est nécessaire de bien connaître la structure à isoler, en termes de flexibilité, de manière à opter pour la stratégie amenant les meilleurs résultats possibles. De plus, ce type de stratégies s'avèrent très efficaces en termes de performances pour des fréquences de travail situées après la résonance de l'isolateur. Cependant, il peut être gênant lorsque le dimensionnement de la partie "passive" de l'isolateur ne peut être modifié pour des raisons de fonctionnement ou de tenue.

## 5.3 Méthodes générales de suspension

Il existe des stratégies de suspension fondées sur le principe de l'isolateur sky-hook [5] permettant d'agir sur une gamme de fréquences plus large et notamment avant la fréquence propre de la suspension. Dans ces stratégies, les lois de contrôle sont synthétisées par le biais de méthodes mathématiques telles que les surfaces glissantes (sliding surfaces) [7, 8] ou l'optimisation d'Inégalités Matricielles Linéaires (LMI).

### 5.3.1 Isolation par surface de glissement intégrale

Ecrivons l'équation de mouvement de la masse  $M$  dans la configuration présentée sur la figure (5.5) :

$$M.\ddot{W}_s + C.(\dot{W}_s - \dot{W}_u) + K.(W_s - W_u) = u \quad (5.8)$$

L'équation objectif du sky-hook idéal, présenté en figure (5.3), peut se mettre sous la forme normalisée par rapport à la masse suivante :

$$\ddot{W}_s + \overline{C}.(\dot{W}_s - \dot{W}_u) + \overline{C}_h.\dot{W}_s + \overline{K}.(W_s - W_u) = 0 \quad (5.9)$$

Les coefficients  $\overline{C}$ ,  $\overline{C}_h$  et  $\overline{K}$  représentent les objectifs à atteindre par le biais du contrôle. En définitive, nous voulons supprimer la liaison initiale et la remplacer par la liaison définie par la relation (5.9). Les caractéristiques de la nouvelle liaison sont choisies pour résoudre les problèmes initiaux.

Nous pouvons exhiber la force de contrôle idéale obtenue par le problème dynamique inverse :

$$u = [C.(\dot{W}_s - \dot{W}_u) + K.(W_s - W_u) - M.\overline{C}.(\dot{W}_s - \dot{W}_u) - M.\overline{C}_h.\dot{W}_s - M.\overline{K}.(W_s - W_u)] \quad (5.10)$$

Cette expression de la force de contrôle permet théoriquement d'accéder aux objectifs fixés dans le cas de la stratégie de contrôle. Cependant, la moindre incertitude sur les paramètres physiques de la structure fait chuter drastiquement les performances d'un tel contrôle. La robustesse et la stabilité ne sont donc pas assurées pour ce type de stratégie.

Pour pallier ce problème, les auteurs de [9] proposent un nouveau schéma qui utilise une surface de glissement intégrale pour réaliser l'objectif idéal du contrôle. La surface de glissement intégrale  $\sigma$  s'écrit de la façon suivante :

$$\sigma = \dot{W}_s + \int_0^t [\overline{C}.(\dot{W}_s - \dot{W}_u) + \overline{K}.(W_s - W_u) + \overline{C}_h.\dot{W}_s] dt \quad (5.11)$$

Lorsque  $\sigma = 0$ , nous obtenons exactement la relation objectif de comportement que nous voulons pour notre système. Le contrôleur produit une force de contrôle égale à celle exigée dans la dynamique inverse (5.10). Dans le cas d'incertitudes sur les paramètres physiques, il a été démontré que le contrôleur est asymptotique stable, au sens de Lyapunov, si la force de contrôle est de la forme suivante :

$$u = \hat{u} + k_d \cdot \text{sign}(\sigma) \quad (5.12)$$

avec

$$\begin{cases} \hat{u} & : \text{la force de contrôle obtenue grâce à des paramètres} \\ & \text{physiques estimés de la structure.} \\ k_d & : \text{un paramètre de pénalisation.} \end{cases}$$

$k_d$  doit être pris suffisamment grand afin de respecter le second théorème de Lyapunov [9]. Par conséquent, la surface de glissement peut être atteinte de manière robuste.

Sur la figure 5.10, nous pouvons observer une simulation des performances optimisées du contrôle par surface de glissement intégrale. Le système à optimiser est une structure de type "masse-ressort-amortisseur". Il est à noter que nous pouvons conférer à la suspension n'importe quel comportement. Il est notamment possible, comme pour notre simulation, d'intervenir sur les performances de l'isolation avant le mode de suspension de la liaison active.

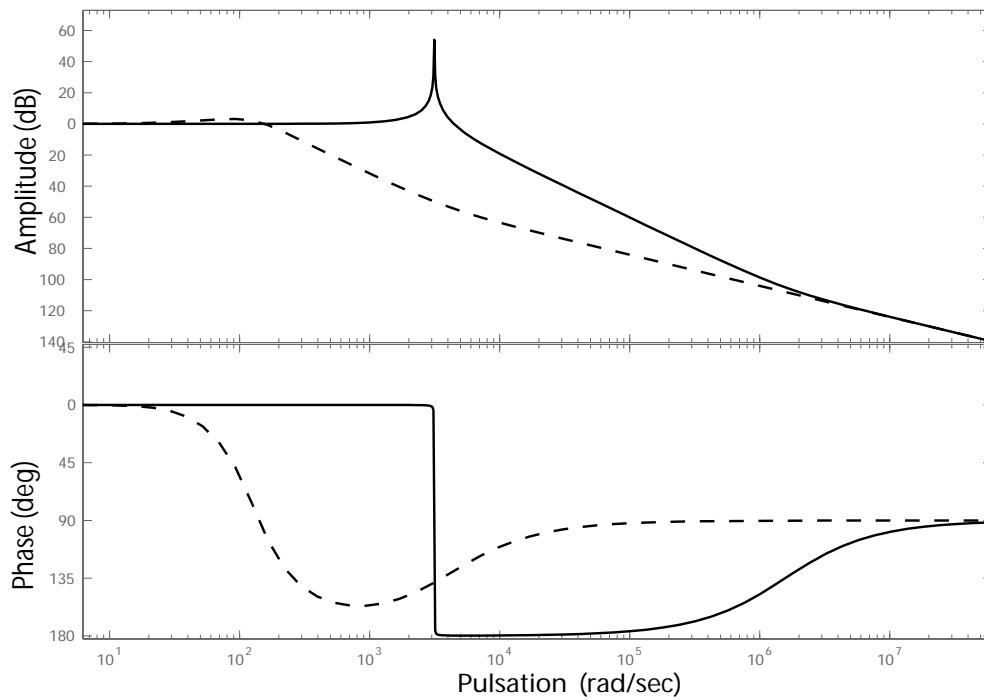


FIG. 5.10 – Comparaison des diagrammes de Bode du système sans contrôle (trait plein) et avec un contrôle optimisé par surface de glissement.

### 5.3.2 Synthèse de lois d'isolation par optimisation d'Inégalités Linéaires Matricielles (LMI)

Il s'agit, dans cette partie, d'introduire correctement cette nouvelle classe de stratégies fondées sur une optimisation d'Inégalités Linéaires Matricielles et développée au sein du laboratoire [10].

#### Introduction à la synthèse LMI

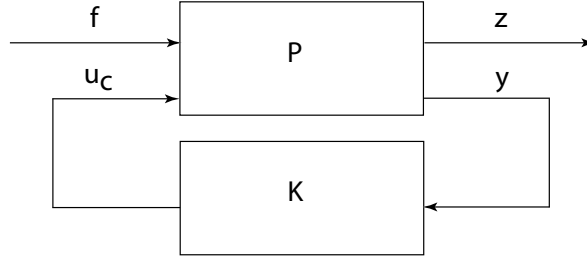


FIG. 5.11 – Problème sous une forme standard.

Soit le système générique P décrit sous forme de schéma-bloc (cf figure 5.11) où :

$$\begin{cases} z(t) & : \text{le vecteur des sorties à contrôler.} \\ f(t) & : \text{le vecteur des entrées du système.} \\ y(t) & : \text{le vecteur des sorties mesurées.} \\ u_c(t) & : \text{le vecteur des entrées de commande.} \end{cases}$$

Afin de mieux appréhender la théorie de la synthèse LMI et d'explicitier les différentes matrices, nous prenons comme exemple un système mécanique simple. En effet, le cas général nécessite des développements techniques assez lourds qui n'apportent rien à la compréhension des idées sous-jacentes. Une présentation complète pour la synthèse  $H_\infty$  peut être trouvée dans [11].

Soit un système de suspension schématiquement modélisé par un oscillateur à 1 degré de liberté comme sur la figure 5.1. L'équation réduite du mouvement s'écrit, dans le repère relatif en introduisant  $w(t) = w_s(t) - w_u(t)$ , de la façon suivante :

$$\ddot{w}(t) + 2\xi_o\omega_o\dot{w}(t) + \omega_o^2w(t) = F_m.u(t) - \ddot{w}_u(t) \quad (5.13)$$

où

$$\begin{cases} F_m & : \text{la participation réduite (divisée par } M) \text{ de la force de contrôle } u \text{ (en Kg}^{-1}\text{),} \\ \xi_o & : \text{le taux d'amortissement réduit (sans unité),} \\ \omega_o & : \text{la pulsation propre de l'oscillateur (en s}^{-1}\text{).} \end{cases}$$

Nous supposons posséder, par exemple, une mesure du déplacement relatif tel que :

$$y(t) = w(t) \quad (5.14)$$

Dans ce modèle, la sortie à minimiser est l'accélération totale de la masse suspendue soit :

$$z(t) = \ddot{w}_u(t) + \ddot{w}(t) \quad (5.15)$$

$$z(t) = F_m.u(t) - 2\xi_o\omega_o\dot{w}(t) - \omega_o^2w(t) \quad (5.16)$$

Dans une configuration sans contrôle, la fonction de transfert entre l'accélération de la masse et celle de son support est représentée sur la figure 5.2.

Si l'on considère le système linéaire invariant dans le temps (LTI) décrit par les équations (5.13), (5.14) et (5.15), nous obtenons une représentation en variables d'état telle que :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B \\ C_1 & 0 & D_1 \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ f(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

avec

$$\begin{cases} x(t) & [\omega_o \cdot w(t), \dot{w}(t)]^t, \\ u_c(t) & = F_m \cdot u(t), \\ f(t) = \ddot{w}_s(t) & : \text{la force perturbatrice.} \end{cases}$$

Les différentes matrices constitutives de la relation (5.17) sont les suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \omega_o \\ -\omega_o & -2\xi_o \omega_o \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -\omega_o & -2\xi_o \omega_o \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = [1]$$

Dans le domaine de Laplace, les équations du système se réécrivent :

$$\begin{bmatrix} z(p) \\ y(p) \end{bmatrix} = P(p) \cdot \begin{bmatrix} f(p) \\ u_c(p) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad u_c(p) = K(p) \cdot y(p) \quad (5.18)$$

avec

$$P(p) = \begin{bmatrix} P_{zf}(p) & P_{zu_c}(p) \\ P_{yf}(p) & P_{yu_c}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & D_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ I_{\text{identite}} \end{bmatrix} \cdot (p \cdot I_{\text{identite}} - A)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} B & B_1 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Par conséquent, le système bouclé se met sous la forme suivante :

$$T_{zf} = \frac{z(p)}{f(p)} = (P_{zf}(p) + P_{zu_c}(p) \cdot K(p) (I - P_{yu_c}(p) \cdot K(p))^{-1} P_{yf}(p)) \quad (5.20)$$

$u_c(t)$  est donné par la sortie d'un second système d'état ayant comme entrée la sortie du système précédent (5.17). Si le système est contrôlé par un retour sur les sorties. Nous

cherchons donc un correcteur  $K(p)$ , d'ordre inférieur ou égal à  $n$  : l'ordre du système à contrôler, défini par :

$$\begin{aligned}\dot{x}_c(t) &= A_c \cdot x_c(t) + B_c \cdot y(t) \\ u_c(t) &= C_c \cdot x_c(t) + D_c \cdot y(t)\end{aligned}\tag{5.21}$$

Nous nous intéresserons au calcul de la loi de commande  $K(p)$  afin que le système contrôlé (5.17) possède les spécifications suivantes :

- Le système doit être stable. Les valeurs propres de la matrice d'état du système contrôlé  $A_{cl}$  du système en boucle fermée doivent être à partie réelle négative.

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A + B \cdot D_c \cdot C & B \cdot C_c \\ B_c \cdot C & A_c \end{bmatrix}\tag{5.22}$$

- Le système doit également répondre à une performance de type  $H_\infty$  . Pour un réel  $\gamma_2 > 0$ , le système en boucle fermée doit satisfaire :

$$\|T_{zf}\|_2 < \gamma_2\tag{5.23}$$

- Le système doit également répondre à une performance de type  $H_\infty$  . Pour un réel  $\gamma_\infty > 0$ , le système en boucle fermée doit satisfaire :

$$\|T_{zf}\|_\infty < \gamma_\infty\tag{5.24}$$

Toutes ces propriétés peuvent être traduites sous la forme d'inégalités matricielles [12]. Dans le cas d'une boucle de rétroaction sur les sorties, nous possédons un ensemble de résultats dus à Masubuchi [13] et à Chilali et Gahinet [14]. Les lois de contrôle, que nous présentons, ont été synthétisées par une optimisation LMI et exposées de manière complète dans [10].

### Isolation fondée sur une estimation du déplacement relatif

Il est, à présent, possible de construire un problème d'optimisation des normes  $H^\infty$  et  $H^2$  de la fonction de transfert en accélération de la masse suspendue (cf figure 5.1).

Les résultats obtenus pour les deux types d'optimisation (en norme  $H^2$  et  $H^\infty$ ) sont donnés dans le tableau suivant :

|                     | Système libre | Optimisation |
|---------------------|---------------|--------------|
| $\ T_{zf}\ _\infty$ | 500           | 43.1         |
| $\ T_{zf}\ _2$      | 885           | 2.4          |

TAB. 5.1 – Optimisation de  $T_{zf}$

A titre d'exemple, le diagramme de Bode du système optimisé avec une norme  $H^2$  est présenté sur la figure 5.12.

La suspension ainsi obtenue permet d'agir sur la liaison avant sa fréquence de résonance. Cependant, le système possède deux inconvénients majeurs. Il nécessite une force

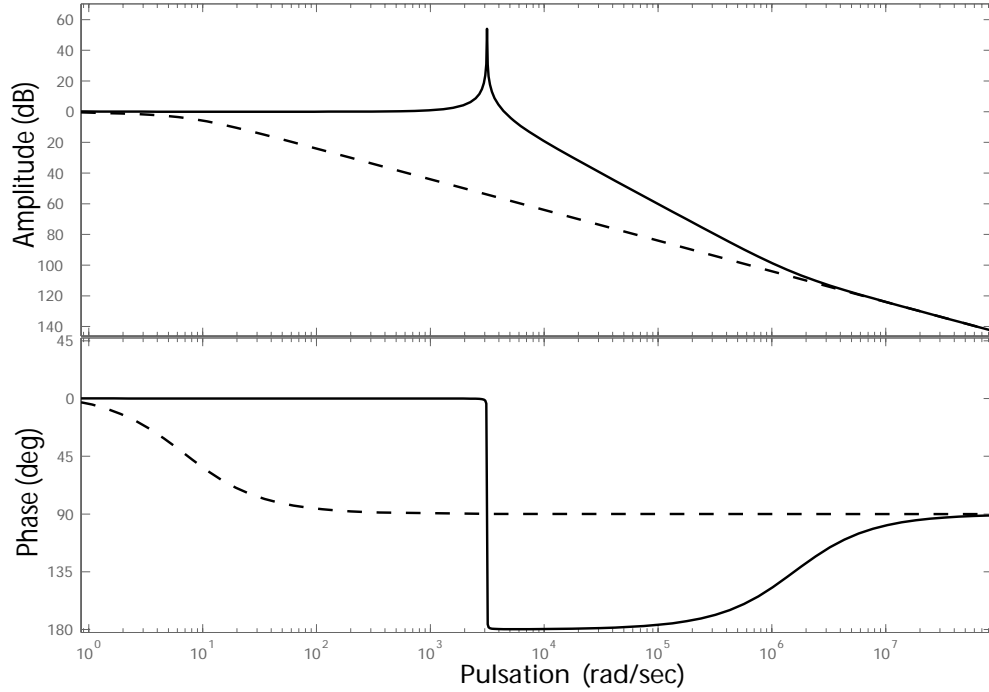


FIG. 5.12 – Comparaison des diagrammes de Bode du système sans contrôle (trait plein) et avec un contrôle optimisé pour une mesure du déplacement relatif.

de contrôle beaucoup trop grande [10] et induit de trop forts déplacements relatifs de la masse suspendue. En effet, nous écrivons l'équation de mouvement de la masse dans le repère absolu. Nous incluons ici un terme d'amortissement afin de stabiliser les calculs au sens de la norme infinie  $H_\infty$ .

$$m\ddot{w}_s + c(\dot{w}_s - \dot{w}_u) + k(w_s - w_u) - H(w, w_s) = 0 \quad (5.25)$$

La force de contrôle est de la forme  $H(w, w_s) = c\dot{w} + kw$  ce qui permet d'obtenir  $\ddot{w}_s = 0$ . La boucle de contrôle cherche à diminuer la raideur apparente de suspension ce qui revient, en définitive, à enlever la liaison mécanique du système. Bien entendu, cela implique une hausse des mouvements relatifs et conduit à l'instabilité pour des gains de contrôle élevés.

### Isolation fondée sur une mesure mixte : déplacement relatif et efforts transmis

Pour profiter des avantages de l'isolation par retour des efforts transmis et de celle par retour du déplacement relatif, une stratégie fondée à la fois sur une mesure du déplacement relatif de la masse et des efforts transmis peut être construite. Il est ainsi possible de cumuler les effets d'isolation pour des fréquences inférieures et supérieures à la fréquence de résonance de la liaison, notamment de garantir une décroissance à  $-40\text{db/dec}$  en hautes fréquences. Le système mécanique étudié est représenté sur la figure 5.13.

A partir de l'équation (5.25), nous avons montré qu'une force de contrôle du type  $H(w, w_s) = c\dot{w} + kw$  permet d'obtenir trivialement  $\ddot{w}_s = 0$ . La liaison mécanique est ainsi enlevée. Mais, pour les raisons de stabilité et de robustesse déjà citées, ce système trivial n'est pas admissible. Pour limiter ces problèmes, une mesure de l'accélération absolue ou



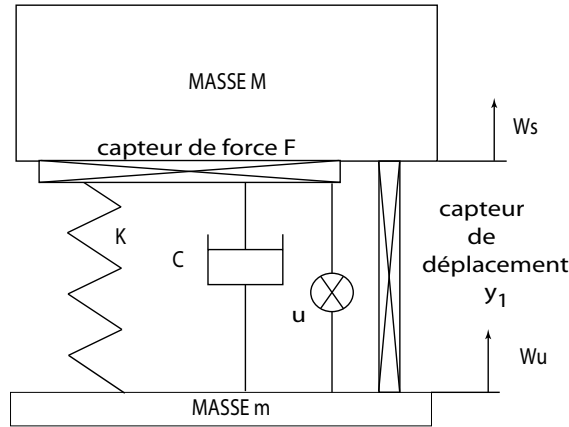


FIG. 5.13 – Système d'isolation fondé sur une mesure du déplacement relatif et des efforts transmis.

de force peut être employée pour réintroduire une raideur et un amortissement sky-hook.. Pour cela, nous utilisons donc deux capteurs :

- Le premier capteur nous renseigne sur le mouvement relatif entre la masse mobile et le bâti. Le signal mesuré  $y_1(t)$  est alors donné par :

$$y_1(t) = w_s(t) - w_u(t) = w(t) \quad (5.26)$$

- Le second capteur est un capteur de force tel que le signal mesuré  $F(t)$  soit :

$$F(t) = m\ddot{w}_s = -c(\dot{w}_s - \dot{w}_u) - k(w_s - w_u) + H(w, w_s) \quad (5.27)$$

A partir des relations (5.25), (5.26) et (5.27), la force de contrôle  $u(t) = H(w, w_s)$  est déterminée de manière à découpler le mouvement du support de celui de la masse  $M$  sans la libérer :

$$u(t) = K.y_1(t) + C.\dot{y}_1(t) - \frac{C}{M} \int F(t).dt - \frac{K}{M} \iint F(t).dt \quad (5.28)$$

La force de contrôle  $u(t)$ , donnée par cette équation, ne peut être mise en oeuvre directement. En effet, les intégrations effectuées ne sont pas réalisables si la partie continue des signaux est présente. Par conséquent, il convient d'appliquer ce contrôle dans une bande de fréquence éliminant la composante à 0 Hz. Pour limiter les bandes de fréquences de travail du contrôleur, nous utilisons :

- un filtre intégrateur du premier ordre :

$$I(s) = \frac{1}{s + a} \quad (5.29)$$

- Un filtre dérivateur du premier ordre :

$$D(s) = \frac{s}{s + b} \quad (5.30)$$

- et un filtre passe-haut constant du premier ordre pour éviter que la partie constante de la commande  $u(t)$  ne s'applique pour  $\omega = 0$  :

$$PH(s) = \frac{s}{s + a} \quad (5.31)$$

$$(5.32)$$

Finalement, la commande physique que l'on pourrait appliquer se met sous la forme suivante :

$$u(t) = TF^{-1}(PH(s).[(k + cD(s))\bar{y}_1(s) - (\frac{c}{m}I(s) + \frac{k}{m}I(s).I(s))\bar{y}_2(s)]) \quad (5.33)$$

où

$$\begin{cases} TF^{-1} & : \text{la transformation inverse de Laplace.} \\ \bar{x}(s) & : \text{la transformée de Laplace de } x(t). \end{cases}$$

Dans la synthèse de la loi de contrôle interviennent deux paramètres de conception :  $a$  et  $b$ . Nous cherchons à limiter l'accélération  $\ddot{w}_s$ . Il faut donc déterminer les paramètres optimaux  $a_{opt}$  et  $b_{opt}$  de manière à limiter au maximum l'accélération absolue de la masse et ne pas consommer trop d'énergie de contrôle.

Comme nous l'avons utilisée précédemment, l'entrée du système est l'accélération imposée  $\ddot{w}_u$ . Pour une modélisation du système dans le repère relatif, il faut introduire les valeurs de  $w_u$  et de  $\dot{w}_u$  comme sources d'excitation vibratoires dans l'équation (5.25). Afin d'éviter le calcul des dérivées de  $w_u$ , nous utilisons le principe de la "grosse masse" en écrivant que le déplacement  $w_u$  du bâti est régi par l'équation fictive suivante :

$$M_{gm}.\ddot{w}_u + C_{gm}.\dot{w}_u + K_{gm}.w_u = F_{excitation} + K.w_s + C.\dot{w}_s - u(t) \quad (5.34)$$

Nous choisissons  $M_{gm}$  suffisamment grand devant  $M$  afin de considérer qu'après la fréquence de résonance du système "grosse masse"  $\omega_s = \sqrt{\frac{K}{M}}$ , l'accélération du bâti peut être considérée comme proportionnelle à la force  $F_{excitation}$  :  $M_{gm}.\ddot{w}_s = F_{excitation}$ . Par ailleurs, nous choisissons une raideur  $K_{gm}$  très faible afin que  $\omega_s \ll a$  et ainsi de ne pas modifier la représentativité du contrôle. Nous avons accès directement à la fonction de transfert  $T_{\ddot{w}_s \ddot{w}_u}$  par le simple tracé de  $T_{\ddot{w}_s F} = T_{zF}$ .

A présent, nous nous intéressons aux normes  $H_2$  et  $H_\infty$  de la fonction de transfert  $T_{zF}$  en fonction des deux paramètres  $a$  et  $b$ . Nous cherchons à déterminer  $a_{opt}$  et  $b_{opt}$ .

### Remarque :

Les autres méthodes d'optimisation basées sur les théories du contrôle moderne (contrôle optimal) ou sur des expressions LMIs ne peuvent être appliquées dans le cas présent. En effet, le système constitué des équations (5.25) et (5.34) n'est pas contrôlable ! Comme nous introduisons un terme de feedthrough par le biais de la mesure  $F(t)$ , les problèmes d'optimisation deviennent alors importants et souvent mal conditionnés. Nous optons donc pour une optimisation directe des fonctions du types  $\|T_{zF}\|_2(a, b)$  ou  $\|T_{zF}\|_\infty(a, b)$ .

La figure 5.14 montre que la norme  $\|T_{zF}\|_2$  du système contrôlé est indépendant du paramètre  $b$  caractérisant le filtre de dérivation. Cette norme baisse régulièrement avec le paramètre  $a$  ce qui indique que le contrôle est d'autant plus efficace que  $a$  est petit.

En revanche, sur la figure 5.15, caractérisant  $\|T_{zF}\|_\infty$  en fonction de  $a, b$ , il existe un minimum  $a \approx 0.2Hz$  pour lequel l'efficacité du système admet un maximum. Il correspond à l'amplitude du premier pic apparent sur les diagrammes de Bode (cf figure 5.16).

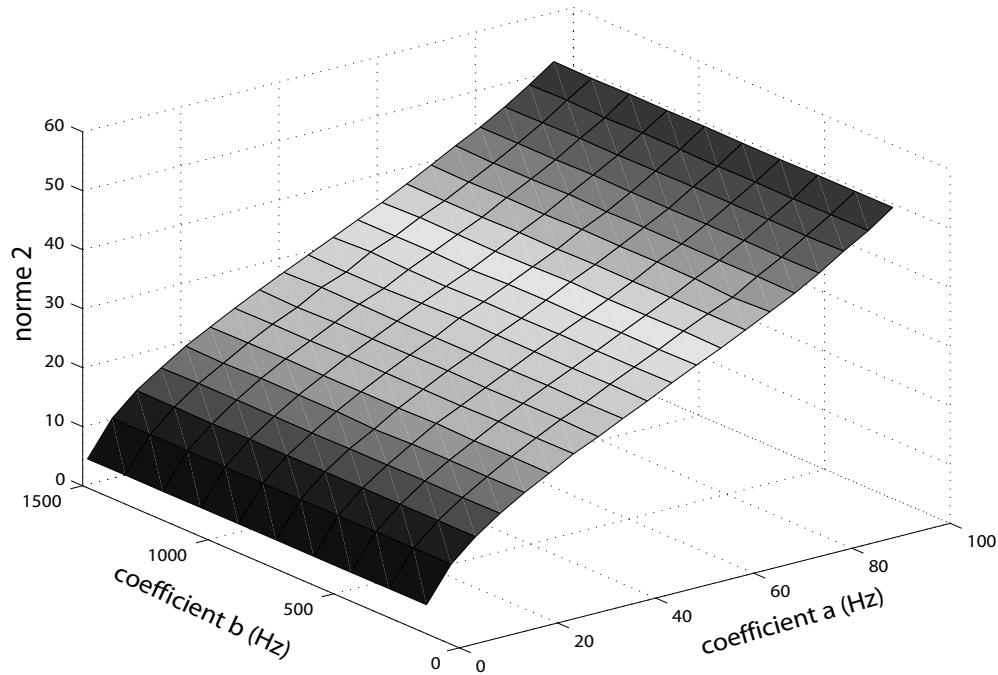


FIG. 5.14 – Norme  $H_2$  du contrôle mixte pour différentes valeurs de  $a$  et  $b$

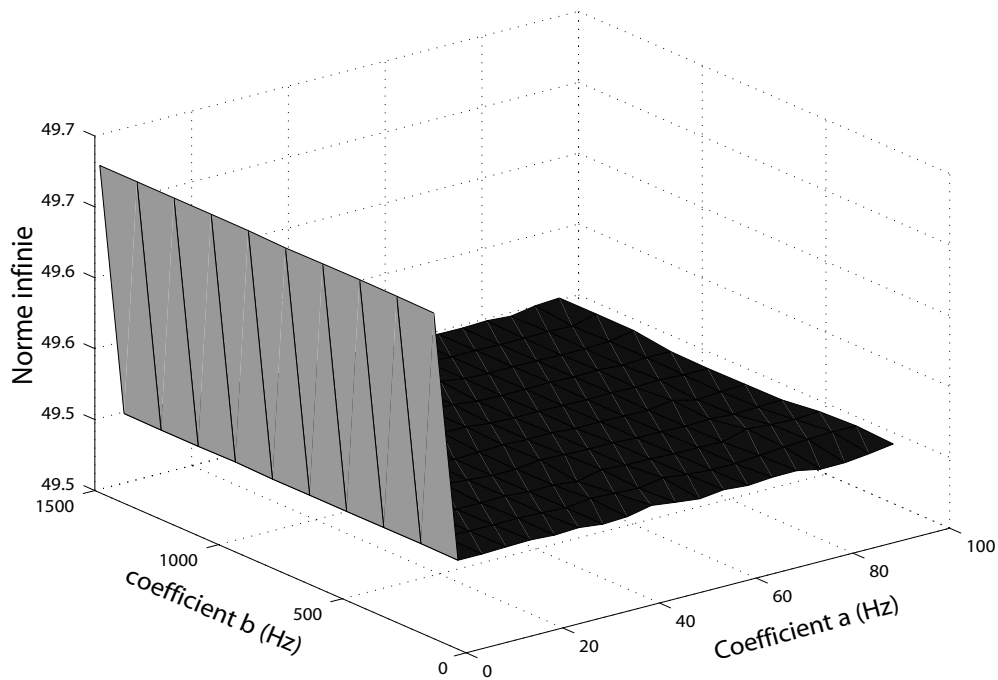


FIG. 5.15 – Norme  $H_\infty$  du contrôle mixte pour différentes valeurs de  $a$  et  $b$ .

Ce pic caractérise le couplage entre le système de "la grosse masse" et le système nominal.

Premier constat : le contrôle est indépendant du paramètre  $b$  et est d'autant plus efficace que  $a$  est petit. Cependant, qu'en est-il de l'énergie de contrôle ?

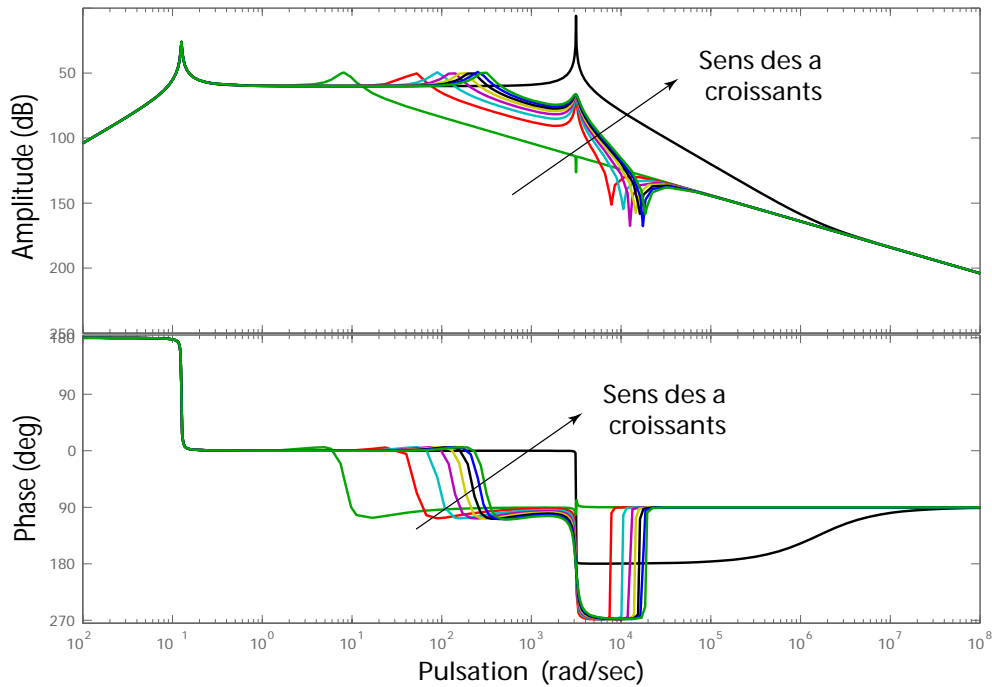


FIG. 5.16 – Diagrammes de Bode pour différentes valeurs de  $a$ .

Traçons l'évolution de la valeur rms de la force de contrôle en fonction du paramètre  $a$  lorsque l'entrée  $F_{excitation}$  du système est un bruit gaussien de valeur fixée. La figure 5.17 nous montre cette évolution et fait apparaître une valeur optimale  $a_{opt} = 6$  Hz pour laquelle la force de contrôle est minimale.

Bien entendu, ces valeurs sont données à titre informel. Tout dépendra, au final, des niveaux d'efforts susceptibles d'être produits par l'actionneur interne au système. Si l'on cherche un niveau d'effort minimal, on prendra  $a_{opt} = 6$  Hz. La comparaison des fonctions de transfert entre le système contrôlé et le système libre est représentée sur la figure 5.18.

Il semble qu'un compromis acceptable ait été trouvé par le biais d'une stratégie mixte fondée, à la fois, sur la mesure d'un déplacement relatif de la masse suspendue et la mesure de l'accélération absolue de cette même masse. La méthode nous permet effectivement d'agir avant et après la fréquence de résonance de la suspension.

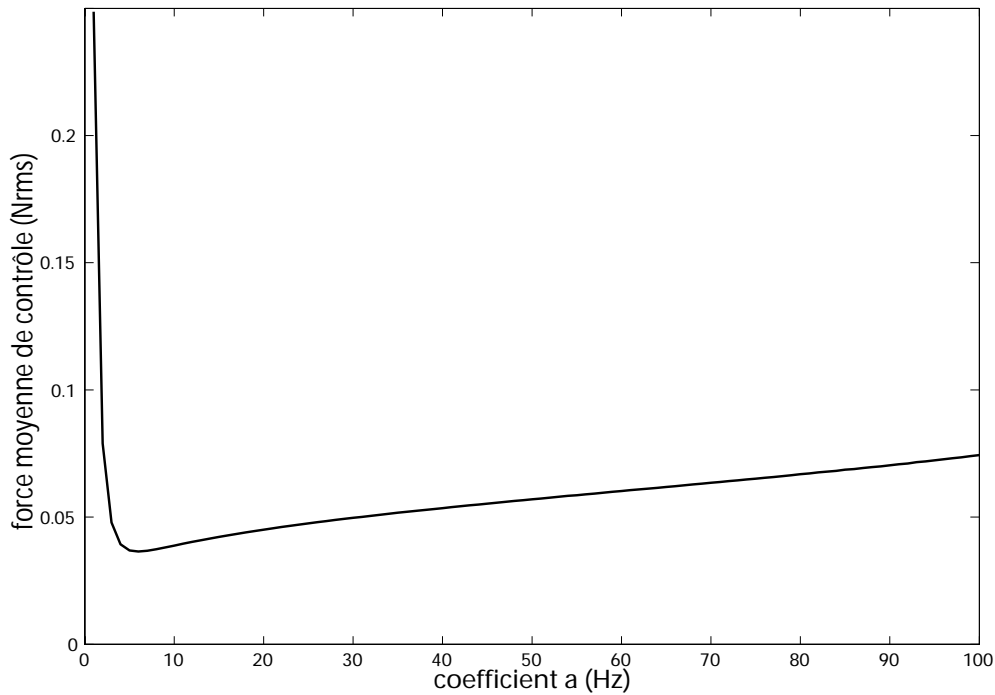


FIG. 5.17 – Evolution de la force moyenne de contrôle en fonction de  $a$ .

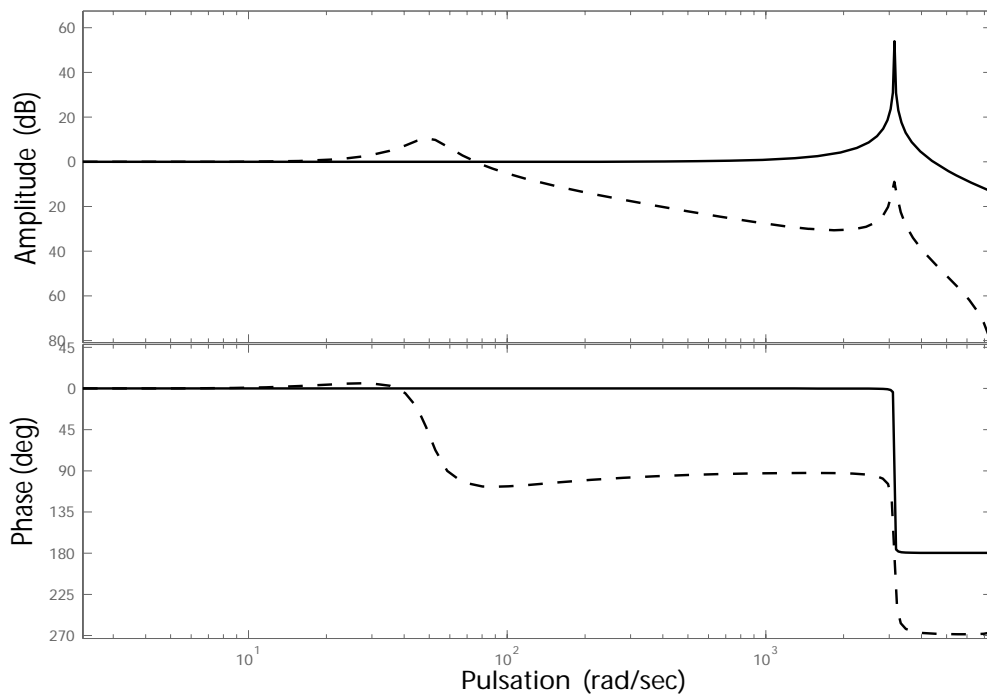


FIG. 5.18 – Comparaison des diagrammes de Bode du système sans contrôle (trait plein) et avec un contrôle mixte optimisé.

## 5.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons montré les possibilités que peuvent offrir des interfaces actives dans le cas de l'isolation de composant. La problématique ici est de créer

une liaison possédant une impédance mécanique telle que le transfert ou la réflexion de l'énergie vibratoire sur cette interface ait les qualités nécessaires au bon fonctionnement du composant à isoler. Voilà pourquoi de nombreux travaux ont été entrepris pour mettre au point des solutions actives performantes. Le compromis le plus classique et, sans doute, le plus employé, concerne celui de la suspension de systèmes mécaniques. Nous avons ainsi proposé un récapitulatif des travaux théoriques entrepris sur ce thème.

A partir des problématiques liées à la stabilisation et à l'isolation active, des lois de contrôle aux propriétés attrayantes ont été exhibées. L'application au cas de structures réelles est essentielle à leur validation. L'optimisation des moyens de contrôle et les méthodes de mise en oeuvre expérimentales sont exposées dans la partie suivante.

## Bibliographie

- [1] PREUMONT A. *Vibration control of active structures : An introduction. 2nd Edition.* Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [2] ZAK A., OSTACHOWICZ W., and KRAWCZUK M. Buckling of a multilayer composite plate with embedded shape memory alloy fibers. *In Proceeding ICCE/5, Las Vegas, USA*, 1998.
- [3] BERNHARD R., ITH W., and CHIU G. Passive-adaptative vibration absorbers using shape memory alloys. *In SPIE, editor, SPIE Conf. On Smart Structures and Integrated Systems, Newport Beach, USA*, pages 630–641, 1999.
- [4] KNOWLES J. K. and ABEYARATNE R. On a shock-induced martensitic phase transition. *Journal of applied physics*, Vol. 87 :1123–1134, 1999.
- [5] KARNOPP D. C. and TRIKHA A. K. Comparative study of optimization techniques for shock and vibration isolation. *Trans. ASME, Journal of engineering for industry*, Vol. 91 n°4 :1128–1132, 1969.
- [6] PREUMONT A., FRANCOIS A., BOSSENS F., and ABU-HANIEH A. Force feed-back versus acceleration feedback in active vibration isolation. *Journal of sound and vibration*, Vol. 257 n°4 :605–613, October 2002.
- [7] SLOITINE J. J. *Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces.* Thèse, Massachusetts Institute of Technology, 1983.
- [8] SLOITINE J. J. Sliding controller design for nonlinear systems. *Int. J. Cont.*, Vol. 40 n°2 :421–434, 1984.
- [9] ZUO L. and NAYFEH S. A. An integral sliding control for robust vibration isolation and its implementation. *Smart structures and materials : Damping and isolation, Proceeding of SPIE*, Vol. 5386, 2004.
- [10] COLLET M. *Contrôle actif des structures : Contributions à la stabilisation et à l'isolation de systèmes dynamiques.* Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Franche-Comté, Février 2005.

- [11] GAHINET P. and APKARIAN P. A linear matrix inequality approach to  $H_\infty$  control. *Int. Journal of robust and nonlinear control*, Vol. 4 :421–448, 1994.
- [12] TANAKA H. and SUGIE T. New characterization of fixed-order controllers based on LMI. *Int. Journal of Control*, Vol. 78 n°1 :58–74, 1999.
- [13] MASUBUCHI I., OHARA A., and SUDA N. LMI-based output feedback controller design. *Proceeding ACC*, pages 3473–3477, 1995.
- [14] CHILALI M. and GAHINET P.  $H_\infty$  design with pole placement constraints : An LMI approach. *IEEE transactions on automatic control*, Vol. 41 :358–367, 1996.

Troisième partie

Applications et mises en oeuvre  
expérimentales





La science consiste seulement à dire  
ce qui est le plus probable, ou le moins  
probable, et non à prouver sans cesse  
ce qui est possible et impossible.  
**Richard Feynmann**



# Chapitre 6

## Stabilisation active d'un accéléromètre à poutres vibrantes

### 6.1 Introduction

Cette partie présente l'étude et la mise en oeuvre numérique et expérimentale visant à vérifier s'il est possible de contrôler les modes parasitant le fonctionnement d'un accéléromètre à poutres vibrantes.

Le dispositif étudié est composé de deux cellules accélérométriques en quartz (cf. figure 6.1) fonctionnant en mode différentiel. La poutre centrale est excitée sur son premier mode de vibration par effet piézoélectrique. L'accélération, au travers d'un pendule articulé autour de deux charnières, vient contraindre, en traction ou en compression, cette poutre. Sur la figure 6.2, nous observons la déformée de la poutre sur son premier mode propre. La masse, soumise à des accélérations suivant l'axe de sensibilité  $\vec{Y}$ , imprime des mouvements à la poutre (cf figure 6.2). Les variations de fréquence résultantes sont l'image de l'accélération endurée par la masse centrale.

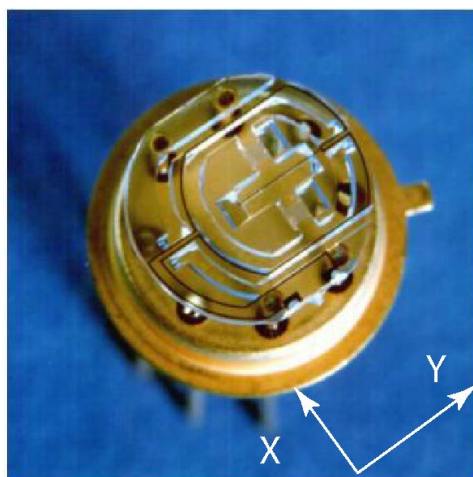


FIG. 6.1 – Cellule accélérométrique en quartz

Un cadre de découplage permet le confinement de l'énergie vibratoire au coeur de la cellule. En effet, les liaisons rigides (cf figure 6.3) sont très raides suivant l'axe de sensibilité. Par conséquent, seules les liaisons souples subissent des effets de déformation dus

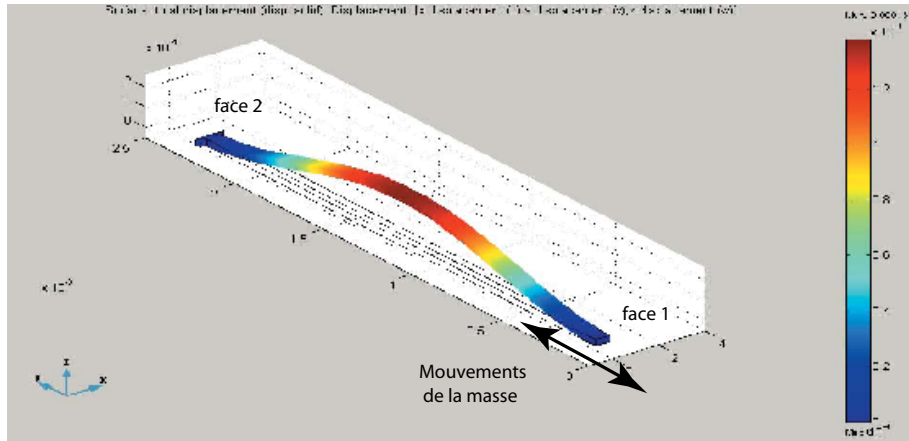


FIG. 6.2 – Première déformée modale de la poutre centrale en quartz

à la masse centrale suivant cette axe. Par ailleurs, les liaisons rigides sont plus souples suivant les axes  $\vec{X}$  et  $\vec{Z}$ ). Par conséquent, les excitations suivant ces axes sont filtrées au point de fonctionnement à 65 kHz (cf figure 6.4).

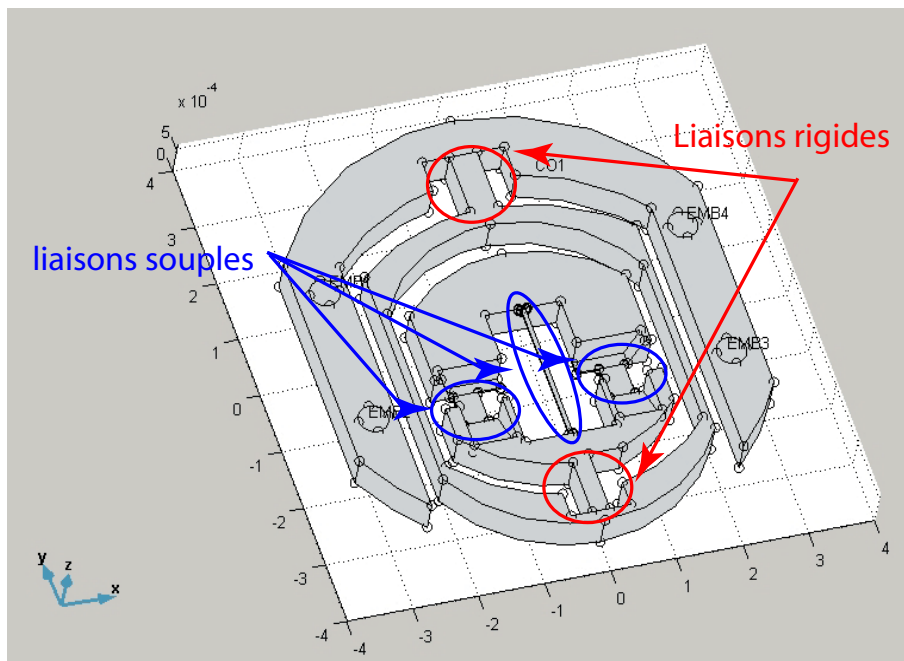


FIG. 6.3 – Localisation des liaisons dans une cellule accélérométrique

Malheureusement, le cas présenté en figure 6.4 est idéal. Il existe des transferts vibratoires entre les différents axes. Les modes de cadre suivant les axes  $\vec{X}$  et  $\vec{Z}$  viennent également déformer la poutre centrale. Ainsi, il devient nécessaire de contrôler les inévitables modes de vibration parasites pour réduire au minimum cet inconvénient.

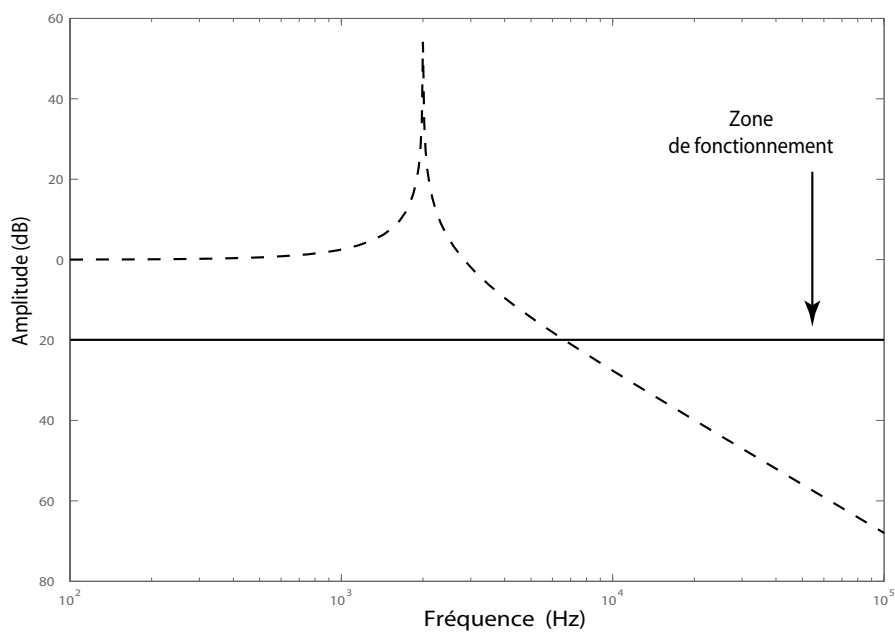


FIG. 6.4 – Fonctions de transfert entre des excitations suivant les axes Z (trait plein) et X (pointillés) et l'accélération subie par la masse.

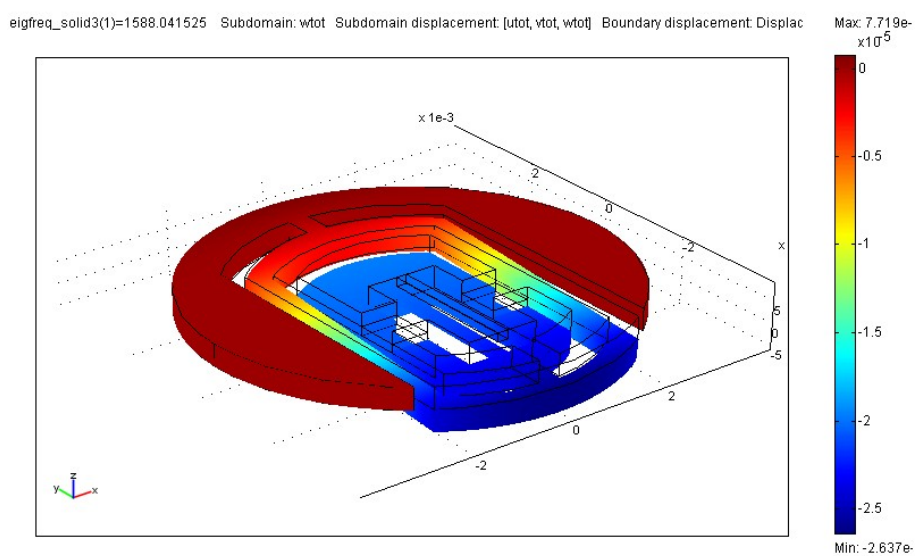


FIG. 6.5 – Déformée du premier mode de structure de la cellule

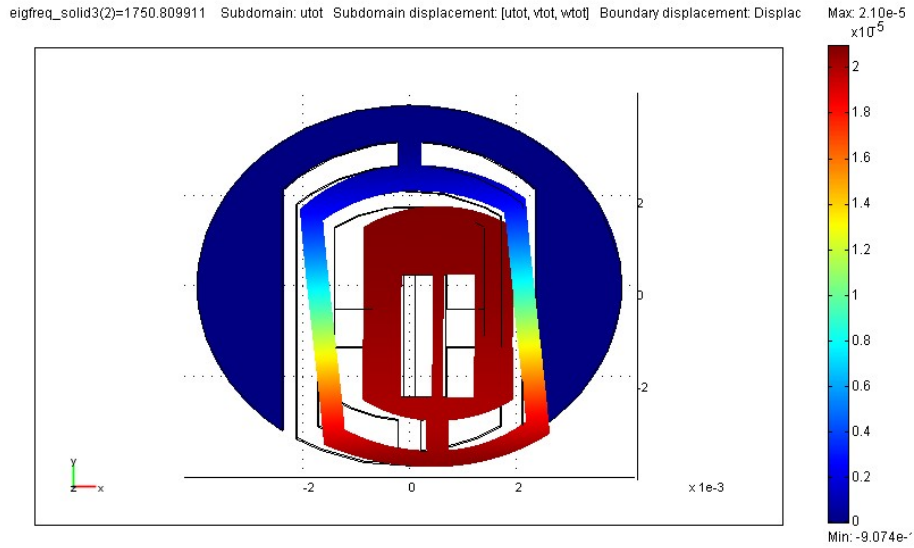


FIG. 6.6 – Déformée du second mode de structure de la cellule.

### 6.1.1 Propriétés du quartz

L'objectif est d'amortir les modes de structures 1 et 2 en positionnant des actionneurs sur le cadre des cellules. Le contrôle s'appuie sur les propriétés piézoélectriques du quartz, matériau constitutif des cellules. Ce matériau, dans sa découpe horlogeriaire (cf Annexe 2.2), travaille en cisaillement. De plus, il est à noter que le quartz ne travaille pas sous l'application d'un champ électrique suivant  $\vec{Z}$ . Nous testons deux configurations d'électrodes présentées en figure 6.7. Si nous appliquons un champ électrique suivant l'axe  $\vec{X}$  sur une structure en quartz de type poutre (cf figure 6.7 (a)), nous provoquons un allongement de la fibre supérieure suivant l'axe  $\vec{Y}$  et, globalement, une déflexion de la poutre suivant l'axe  $\vec{Z}$  (cf figure 6.8). De la même manière, nous appliquons un champ électrique suivant l'axe  $\vec{X}$  sur la moitié 1 de la poutre et un champ inverse sur l'autre moitié (cf figure 6.7 (b)). La partie 1 a tendance à s'allonger suivant l'axe  $\vec{Y}$  tandis que la partie 2 se contracte suivant l'axe  $\vec{Y}$ . Il en résulte une déformation de la poutre suivant l'axe  $\vec{X}$  (cf figure 6.9).

La figure 6.10 nous montre que l'hypothèse de travail de l'invariance du champ électrique suivant l'axe  $\vec{y} (\iff E_2 = 0)$  est raisonnable.

Le contrôle des modes parasites est réalisé expérimentalement par un jeu d'électrodes placé directement sur le cadre de découplage pour induire les efforts de rétroaction. Une attention particulière est portée sur l'optimisation des électrodes d'actionnement. La validation expérimentale est effectuée sur la base d'une cellule classique ou faiblement modifiée sur laquelle des électrodes activatrices sont déposées. Les résultats obtenus permettent lors d'une seconde étude de fournir des recommandations pour l'optimisation globale du système quitte à redéfinir certains organes mécaniques du capteur.

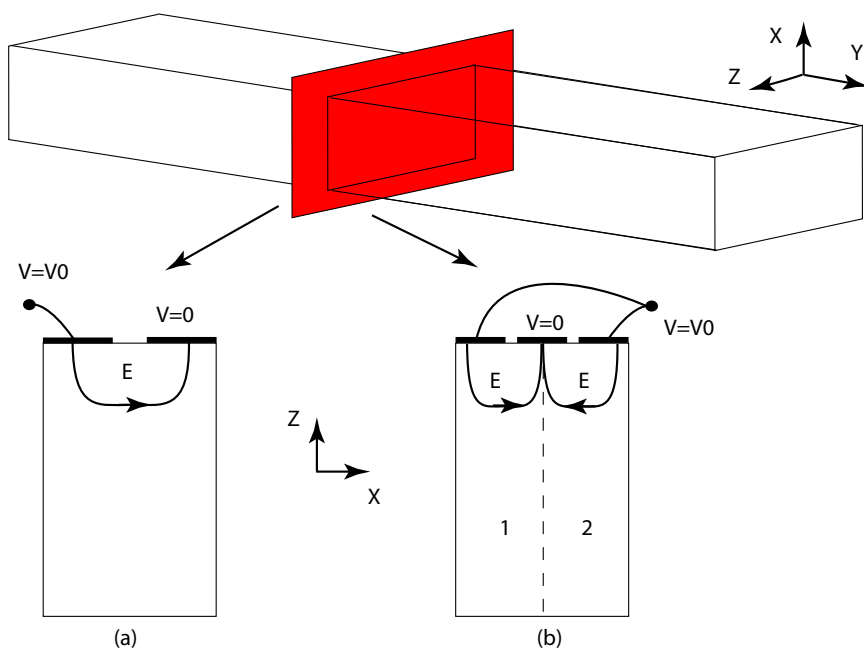


FIG. 6.7 – Configurations des électrodes d'actionnement sur une poutre en quartz.

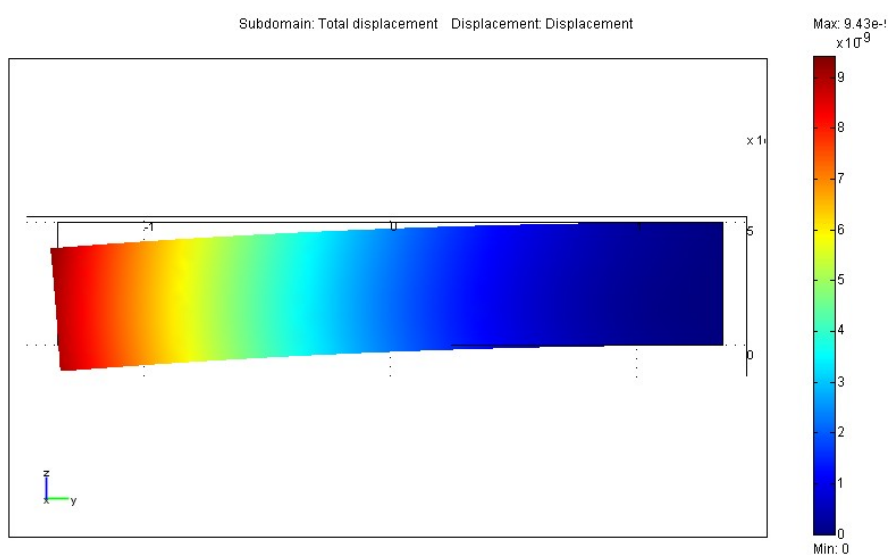


FIG. 6.8 – Déformation de la poutre pour une configuration d'électrodes de type (a).



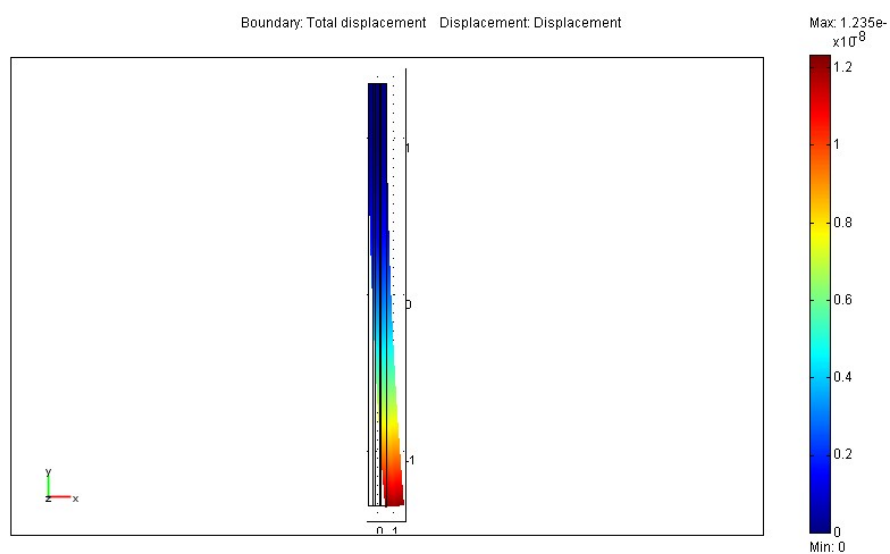


FIG. 6.9 – Déformation de la poutre pour une configuration d'électrodes de type (b).

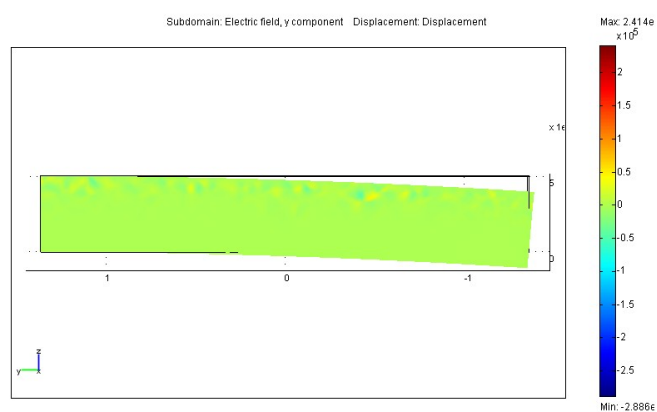


FIG. 6.10 – Evolution du champ électrique  $E_2$  dans la longueur d'une poutre ( les électrodes sont déposées dans le sens de la longueur )

### 6.1.2 Spécifications requises pour la structure

La démarche privilégiée est l'amortissement actif des modes parasites. Par conséquent, le but est d'atténuer au maximum les modes gênant le fonctionnement du capteur afin de réduire leur influence sur le spectre fréquentiel de fonctionnement des cellules accélérométriques.

Il existe un certain nombre de contraintes liées au bon fonctionnement des cellules. Le contrôle actif ne devra pas modifier les performances des capteurs en mode "passif" en dessous de 500 Hz dans les conditions spécifiées dans [1]. De plus, les électrodes de contrôle ne peuvent être déposées que sur une seule face de la structure. En effet, les autres sont réservées aux électrodes nécessaires à l'utilisation de la cellule.

### 6.1.3 Choix du logiciel Femlab

Femlab<sup>©</sup> est un puissant environnement interactif pour la modélisation et la résolution des problèmes scientifiques multiphysiques. Il est fondé sur la résolution d'équations aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis. Il permet de construire des modèles physiques par simple définition des coefficients des équations régissant le problème. Par conséquent, l'approche et la résolution des phénomènes multiphysiques sont simplifiées. Le gain de temps dans les modélisations multiphysiques est non négligeable par rapport aux autres codes "éléments finis". Cette raison a principalement motivé notre choix pour cette étude.

### 6.1.4 Hypothèses de travail

Nous avons vu précédemment que la direction d'actionnement de contrôle ne dépend que de la parité du nombre d'électrodes déposées. Par conséquent, nous pouvons contrôler tous les modes parasites. Cependant, pour simplifier l'étude, nous ne considérons qu'un seul effet parasite suivant l'axe  $\vec{Z}$ . Nous supposons que l'excitation externe est appliquée le long de cet axe. Ainsi, les modes à contrôler sont ceux qui correspondent au mouvement le long de  $\vec{Z}$ . Par ailleurs, le couplage électromécanique induit par le quartz est très faible, de l'ordre de  $10^{-2}$ . Nous supposons, dans notre démarche, que l'étude des champs de déplacement et de potentiel électrique est parfaitement découplée [2]. Enfin, comme nous l'avons énoncé au chapitre 3, la connaissance a posteriori, du champ électrique dans la structure requiert une modélisation volumique du dispositif. La partie suivante déroule la démarche de modélisation d'une cellule.

## 6.2 Modélisation purement mécanique d'une cellule accélérométrique

### 6.2.1 Equation de mouvement de la structure mécanique

La forme générale de l'équation de mouvement décrivant l'action des forces s'appliquant sur une structure mécanique, discrétisée sur une base éléments finis, s'écrit :

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = f \quad (6.1)$$

$$N.z = Q_{\text{contrainte}} \quad (6.2)$$

où  $z$  et  $f$  sont, respectivement, les vecteurs des déplacements généralisés et des forces généralisées. Les matrices  $M$ ,  $K$  et  $C$  ( $n \times n$ ) sont respectivement les matrices masse, raideur et amortissement du système. De plus, la relation (6.2) traduit les conditions aux limites de la structure. En effet, les matrices  $N$  et  $Q_{contrainte}$  permettent d'implémenter les conditions aux limites de type Dirichlet et Neumann par simples combinaisons linéaires.

La matrice  $M$ , réelle, symétrique, définie positive, et la matrice  $K$ , réelle, symétrique, définie non-négative, sont issues de la discrétisation de la structure, généralement par éléments finis. La matrice d'amortissement  $C$  représente les différents phénomènes de dissipation mécanique de la structure. Nous avons choisi une modélisation de type amortissement visqueux.

### 6.2.2 Modélisation directe par éléments finis

La première démarche est la modélisation directe de la structure sous l'environnement Femlab<sup>©</sup> afin, par la suite, de procéder au maillage puis à la résolution du problème aux valeurs propres.

#### Modèle DAO sous Femlab<sup>©</sup>

Un modèle DAO de la cellule a été produit sans tenir compte, dans un premier temps, des dispersions de fabrication possibles (cf. figure 6.11).

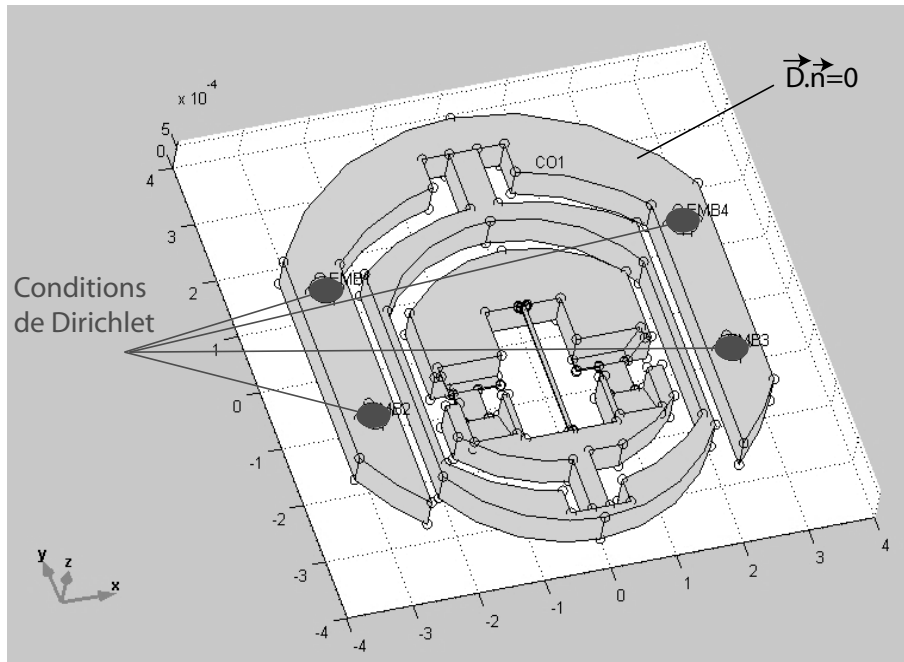


FIG. 6.11 – Modèle graphique de la cellule accélérométrique

#### Maillage de la pièce

Une fois, le modèle créé, nous avons pu mailler la structure (cf. figure 6.12). Nous employons le mailleur automatique de Femlab<sup>©</sup> [3]. Les éléments ainsi générés sont des éléments de Lagrange d'ordre 2 soit des tétraèdres à 10 noeuds. Le modèle présente 65103 degrés de liberté.

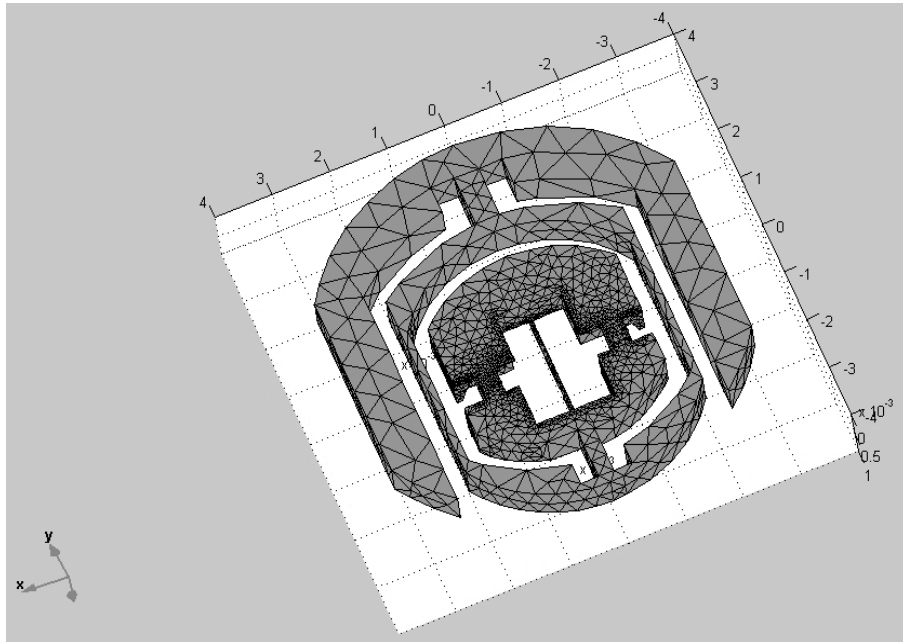


FIG. 6.12 – Maillage de la cellule accélérométrique

### Résolution du problème aux valeurs propres

Nous effectuons la résolution du problème aux valeurs propres en considérant que la cellule accélérométrique est encastrée sur les quatre plots de fixation situés sous la cellule (cf. figure 6.11). Le solveur utilisé par Femlab pour la résolution du problème aux valeurs propres est fondé sur une variante de l'algorithme de Arnoldi appelé IRAM (Implicitly Restarted Arnoldi Method) [4].

Malgré la modification de différents paramètres de maillage et de solveur, le calcul n'a pas convergé. En effet, le facteur de forme entre l'épaisseur générale de la cellule ( $500\ \mu\text{m}$ ) et l'épaisseur des éléments "flexibles", charnières et poutre, ( $33\ \mu\text{m}$ ) est beaucoup trop important. Il ne nous permet pas ce type de modélisation directe en éléments volumiques.

Afin de remédier à ce problème, nous avons opté pour une méthode de sous-structuration de type Craig et Bampton [5].

### 6.2.3 Modélisation par sous-structuration

Les méthodes de sous-structuration sont fondées sur le découpage de structures "complexes" en sous-structures plus simples. Il est ainsi plus aisé de modéliser ces structures élémentaires puis de les assembler pour retrouver le comportement général de l'ensemble. Nous effectuons donc une réduction de taille de modèles.

#### Principe de la méthode de Craig et Bampton

L'idée principale est, comme pour toutes les méthodes de sous-structuration, de représenter l'essentiel du comportement dynamique (ou statique) du système à partir d'un nombre réduit de coordonnées physiques et généralisées  $d_i(t)$ . Il s'agit de décrire l'ensemble des degrés de liberté contenus dans le vecteur d'état  $z(t)$  à partir d'une base

donnée de vecteurs  $\phi_i$  dit vecteurs de Ritz. Nous obtenons donc :

$$z(t) = \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot d_i(t) \quad (6.3)$$

La différence la plus notable entre les différentes méthodes se situe sur le choix de la base de Ritz (6.3). Dans la formulation de Craig et Bampton, les bases de Ritz des sous-structures sont formées à partir :

- de vecteurs statiques : vecteurs contraints des sous-structures,
- de vecteurs dynamiques : vecteurs propres des sous-structures évalués à contour commun bloqué.

Cette méthode présente une convergence satisfaisante des fréquences et des déformées propres. Elle permet une mise en équation directe et relativement naturelle [6].

### Description des sous-ensembles

Nous avons divisé la cellule en quatre sous-ensembles (cf. figure 6.13).

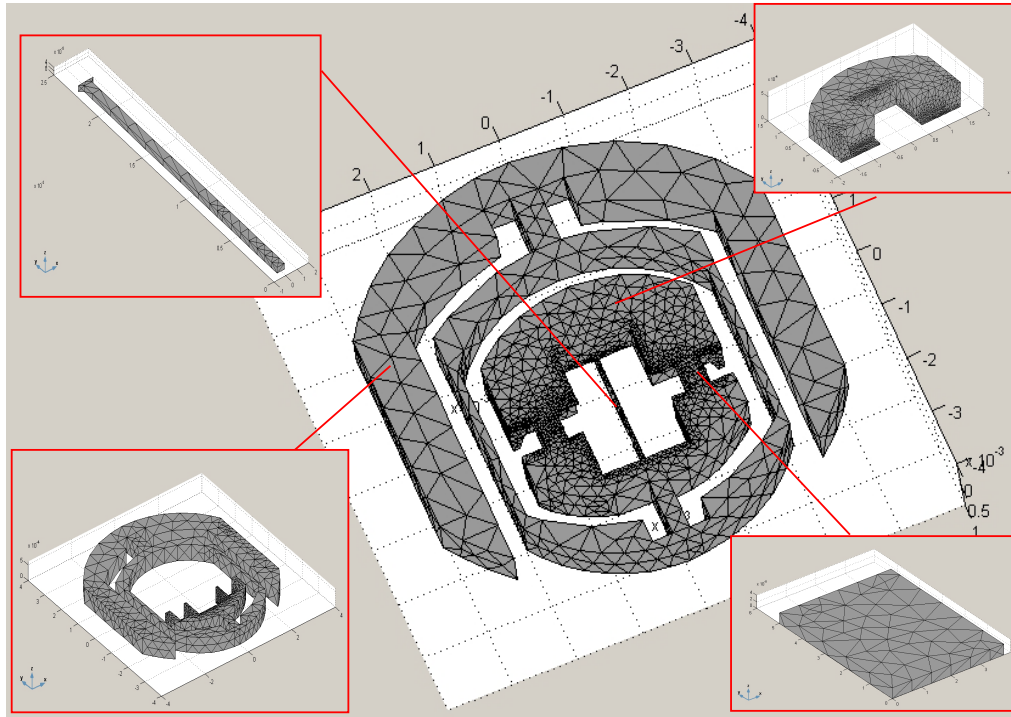


FIG. 6.13 – Cadre de la cellule maillé

A présent, nous allons travailler sur ces sous-ensembles pour obtenir les matrices de raideur (K) et de masse (M) nécessaires à la modélisation.

### Résultats

Au final, nous avons une équation de comportement pour chaque "super-élément". Les quatre sous-éléments sont alors assemblés. Les conditions de raccordement sont l'éga-

lité des degrés de liberté de jonction et la somme des seconds membres sur les contours communs. Ceci nous conduit à :

$$M_{cellule}.\ddot{d}^{cellule}(t) + K_{cellule}.d^{cellule}(t) = F^{cellule} \quad (6.4)$$

avec

$$\dim(d^{cellule}(t)) \left\{ \begin{array}{l} \text{=nombre de faces de jonction} \times \text{nombre de ddl par face} \\ + \text{nombre de sous-structures} \times \text{nombre de modes dynamiques} \\ \quad \quad \quad = 6 \times 5 + 5 \times 3 \\ \quad \quad \quad = 45 \end{array} \right. \quad (6.5)$$

Le problème homogène associé à l'équation (6.4) nous fournit une approximation des solutions propres de la structure "cellule".

Les six premières fréquences propres de la cellule sont :

| Mode | Fréquences calculées | Fréquences mesurées |
|------|----------------------|---------------------|
| 1    | 2 269 Hz             | 3 337 Hz            |
| 2    | 2 812 Hz             | 3 735 Hz            |
| 3    | 4 024 Hz             | -                   |
| 4    | 4 545 Hz             | -                   |

TAB. 6.1 – Comparaison des premiers modes propres de la cellule

| Mode | erreur sur les fréquences calculées |
|------|-------------------------------------|
| 1    | 32,0 %                              |
| 2    | 24,7 %                              |

TAB. 6.2 – Pourcentage d'erreur du modèle par rapport à l'expérimentation

Au regard du tableau 6.2, nous pouvons affirmer que notre modèle est largement trop "massique" par rapport à la réalité. Il ne s'agit donc pas de problème de raffinement de la discrétisation. En effet, dans ce cas, il existerait une surestimation de la raideur et, par conséquent, les fréquences obtenues seraient plus grandes. L'erreur est issue principalement de deux facteurs :

- la non-prise en compte des défauts de fabrication. Ceux-ci modifient sensiblement la masse et la raideur de la cellule.
- le mode de fixation de la cellule sur les pinoches (collages, fixations souples, ...).

Nous allons prendre en compte un certain nombre de défauts de fabrication.

### Prise en compte des défauts de fabrication

L'usinage chimique du quartz utilise la propriété d'anisotropie de la vitesse de gravure selon les différents axes cristallographiques. Ce comportement est lié à la densité

atomique du plan usiné, la gravure étant généralement la plus lente sur les surfaces les plus denses (orientation (111)). Il conduit à la formation de figures de dissolution caractéristiques de l'orientation du cristal (cf figure 6.14). Pour notre structure, le quartz est découpé de façon horlogeaire c'est à dire qu'il possède une orientation cristallographique comme celle donnée sur la figure 6.15. Par conséquent, le plan (111) subit une rotation de  $1^{\circ}50''$  suivant l'axe  $\vec{X}$ .

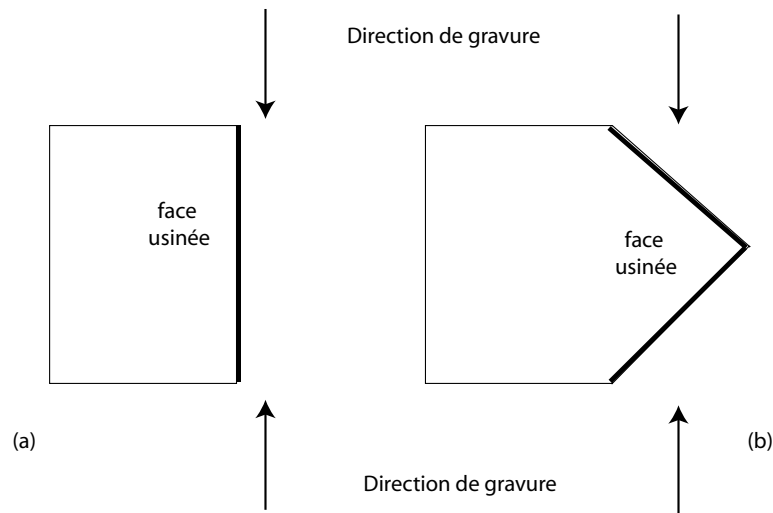


FIG. 6.14 – Effets de la gravure chimique. (a) Gravure idéale (b) Gravure avec un défaut dû à l'anisotropie du matériau

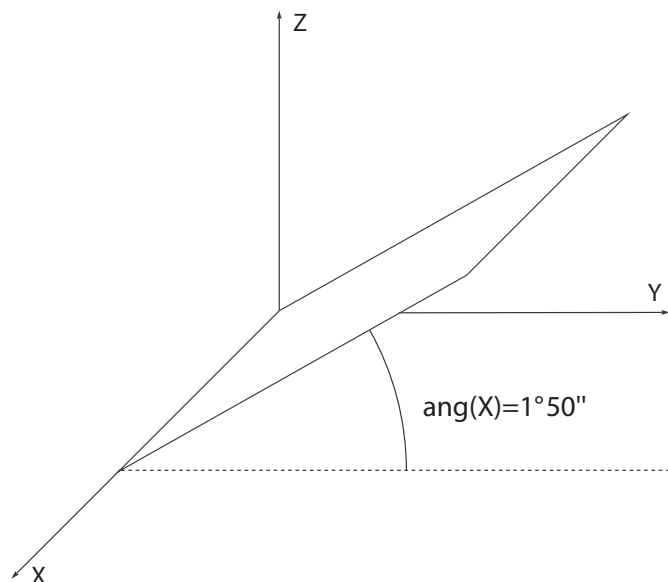


FIG. 6.15 – Coupe cristallographique du quartz employé

Les figures 6.16 et 6.17 présentent le cadre modifié sur lequel ont été ajoutés les principaux défauts issus du processus de fabrication. Les défauts 1, 2, 3, 4 et 5 sont équivalents au défaut présenté en figure 6.14.

Les six premières fréquences propres de la cellule ainsi modifiée sont :

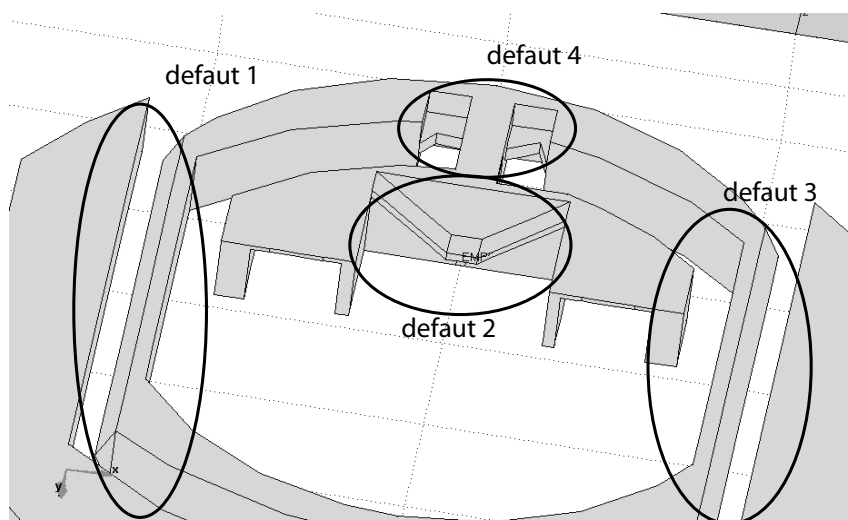


FIG. 6.16 – Défauts de fabrication sur le cadre de la cellule 1

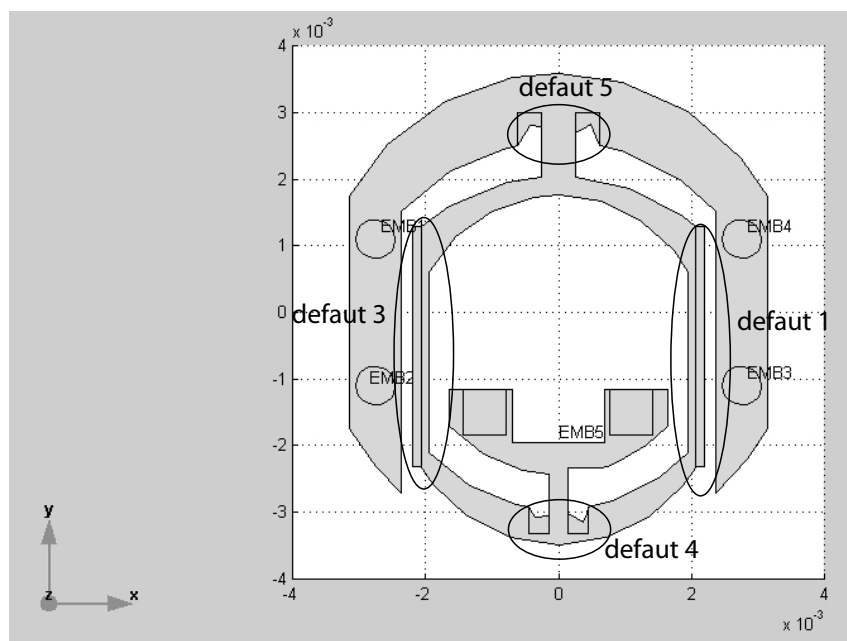


FIG. 6.17 – Défauts de fabrication sur le cadre de la cellule 2

| Mode | Fréquences initiales | Fréquences "modifiées" | Fréquences mesurées |
|------|----------------------|------------------------|---------------------|
| 1    | 2 269 Hz             | 3 245 Hz               | 3 337 Hz            |
| 2    | 2 812 Hz             | 3 583 Hz               | 3 735 Hz            |
| 3    | 4 024 Hz             | 4 316 Hz               | -                   |
| 4    | 4 545 Hz             | 5 990 Hz               | -                   |
| 5    | 7 137 Hz             | 11 542 Hz              | -                   |

TAB. 6.3 – Comparaison des premières fréquences propres de l'expérimentation (II)



Le tableau 6.4 nous prouve que la prise en compte des défauts d'usinage améliore sensiblement le comportement de notre modèle. Pour un premier prototype, le modèle nous permettra d'obtenir une bonne prédiction sur les deux premiers modes.

| Mode | erreurs sur les fréquences<br>initiales | erreurs sur les fréquences<br>"modifiées" |
|------|---|---|
| 1    | 32,0 %                                  | 2,8 %                                     |
| 2    | 24,7 %                                  | 4,6 %                                     |

TAB. 6.4 – Pourcentage d'erreur des modèles par rapport à la réalité (II)

## 6.3 Etude du contrôle de la cellule accélérométrique

Notre étude porte sur l'amortissement actif des modes parasites de la cellule. Nous employons ainsi les stratégies de stabilisation introduites au chapitre 4.

### 6.3.1 Contraintes

La géométrie de la cellule accélérométrique ne nous donne pas accès aux parties latérales. De plus, l'une des faces possède déjà les gravures nécessaires au fonctionnement du système. Par conséquent, les électrodes ne peuvent être déposées que sur une seule et même face (cf figure 6.18).

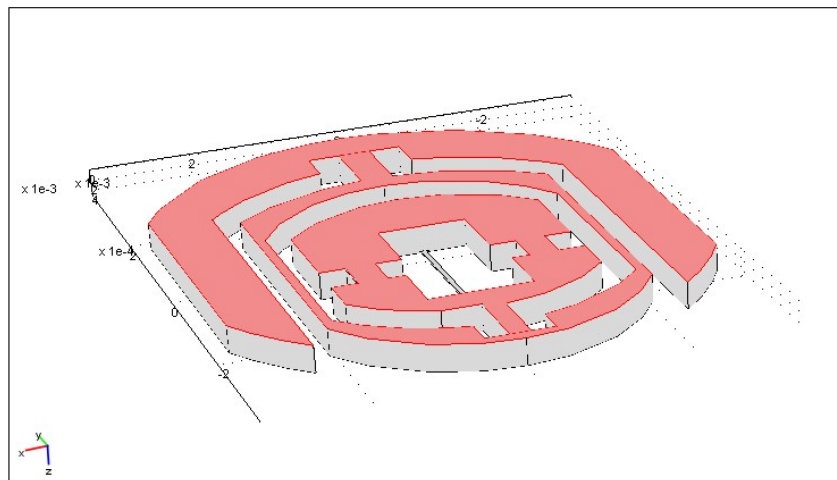


FIG. 6.18 – Face de la cellule où les électrodes sont déposées (surface rouge).

Compte tenu du processus de métallisation et de gravure des électrodes et afin de limiter les risques liés aux pertes d'isolement, la distance minimale entre les électrodes est

limitée à  $5 \mu m$ .

De plus, divers calculs prouvent que les phénomènes de claquage, limitant la tension appliquée sur les électrodes, se situeront dans l'environnement ambiant et non dans le matériau quartz. La loi de Paschen nous donne la tension de claquage (en Volts) en fonction de la pression linéique (en mbar.mm) [7]. Rappelons que les cellules accélérométriques sont encapsulées sous vide. Par conséquent, nous constatons que, pour un vide primaire de l'ordre de  $10^{-2}$  mbar, la tension de claquage pour un gap de  $5 \mu m$  est d'environ 550 volts.

### 6.3.2 Optimisation topologique des électrodes d'activation

Dans cette section, nous cherchons un critère d'optimisation agissant sur les paramètres de la structure et du dispositif d'amortissement : topologie de la structure, géométrie et placement des électrodes de contrôle.

Reprenons les équations de la piézoélectricité introduite au chapitre 3.

$$\begin{bmatrix} \nabla.T \\ \nabla.D \end{bmatrix} = \nabla \cdot \begin{bmatrix} c & -e^t \\ e & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla.\mathbf{u} \\ -\nabla.V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho.\ddot{\mathbf{u}} - f \\ \rho_e \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

avec les conditions aux limites mécanique et électrique.

Si nous considérons que  $\mathbf{u}$  est une fonction harmonique par rapport au temps avec une pulsation  $\omega$ , la relation (6.6) devient

3.

$$\begin{bmatrix} \nabla.T \\ \nabla.D \end{bmatrix} = \nabla \cdot \begin{bmatrix} c & -e^t \\ e & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla.\mathbf{u} \\ -\nabla.V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\rho.\omega^2.\mathbf{u} - f \\ \rho_e \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

avec les conditions aux limites mécanique et électrique.

La formulation faible du problème (6.7) pour sa partie liée à l'actionnement de la structure s'écrit :

$$-\int_{\Omega_0} \mathbf{u} \cdot (f + \rho.\omega^2.\mathbf{u}).d\Omega_0 = \int_{\Omega_0} \mathbf{u} \cdot \nabla.T.d\Omega_0 \quad (6.8)$$

où

$\Omega_0$  : le volume de la structure

Nous appliquons la formule de Green au second membre de la relation (6.8). Nous obtenons alors :

$$\int_{\Omega_0} \mathbf{u} \cdot \nabla.T.d\Omega_0 = \int_{\partial\Omega} \mathbf{u} \cdot (T.\mathbf{n}).d\partial\Omega - \int_{\Omega_0} S : T.d\Omega_0 \quad (6.9)$$

où

$$\begin{cases} \partial\Omega & : \text{le volume de la structure} \\ \mathbf{n} & : \text{le vecteur normal à la surface considérée} \end{cases}$$

Si nous combinons les équations (6.8) et (6.9), nous avons accès à :

$$-\int_{\Omega_0} \mathbf{u} \cdot (f + \rho \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{u}) \cdot d\Omega_0 = \int_{\partial\Omega} \mathbf{u} \cdot (T \cdot \mathbf{n}) \cdot d\partial\Omega - \underbrace{\int_{\Omega_0} S : T \cdot d\Omega_0}_A \quad (6.10)$$

Nous étudions plus précisément le terme A dans lequel les contraintes et les déformations sont couplées. Nous y introduisons l'expression du tenseur des contraintes en fonction du tenseur des déformations et du champ électrique appliqué :

$$A = \int_{\Omega_0} S : (c \cdot S - e^T \cdot E) \cdot d\Omega_0 \quad (6.11)$$

Par linéarité de l'opération, nous obtenons :

$$A = \int_{\Omega_0} S : (c \cdot S) \cdot d\Omega_0 - \underbrace{\int_{\Omega_0} S : (e^T \cdot E) \cdot d\Omega_0}_C \quad (6.12)$$

Le terme d'énergie C nous prouve que, pour injecter le maximum d'"énergie de contrôle" dans la structure via l'effet piézoélectrique, il faut dimensionner les électrodes de manière à maximiser les champs électriques sur les zones de déformations maximales des modes étudiés.

La matrice de couplage piézomécanique  $\mathbf{e}$  du quartz prend la forme explicitée en annexe 2.2. En introduisant la matrice  $\mathbf{e}$  dans le terme C, nous obtenons :

$$C = \int_{\Omega_0} (e_{11} \cdot E_1 \cdot S_1 - e_{11} \cdot E_1 \cdot S_2 + e_{14} \cdot E_1 \cdot S_4 - e_{14} \cdot E_2 \cdot S_5 - e_{11} \cdot E_2 \cdot S_6) \cdot d\Omega_0 \quad (6.13)$$

Il nous faut, à présent, étudier et maximiser ce terme. Nous pouvons comparer cette démarche à celle évoquée au chapitre 4. La maximisation de la distance entre les pôles et les zéros des modes d'une structure à contrôler permet d'augmenter les performances du contrôle.

Dans un premier temps, nous analysons l'évolution générale de la déformée de deux premiers modes de structures pour localiser les zones de déformations maximales. Pour ce faire, nous observons les trois déformées principales de la cellule (cf figures 6.19, 6.20 et 6.21). En effet, il existe une base orthonormée dans laquelle la matrice de déformation est diagonale. Les trois directions correspondantes sont les directions principales des déformations et les valeurs propres sont appelées déformations principales. Ces valeurs propres constituent un critère de localisation des zones de fortes déformations. Nous essayons ainsi de limiter les zones sur lesquelles porte l'optimisation.

En observant les trois graphiques, nous voyons apparaître, sur le cadre, deux zones (1 et 2) présentant les déformations les plus importantes. Il est à noter que ces deux domaines apparaissent également sur les déformées du mode 2. Par conséquent, les électrodes seront gravées sur ces deux zones.

### 6.3.3 Test de faisabilité du contrôle

Avant d'effectuer l'optimisation du système, nous allons effectuer un test de faisabilité du contrôle, une sorte de prédimensionnement nous permettant d'évaluer les potentialités du contrôle envisagé. Pour cela, nous allons placer les électrodes au mieux sur la

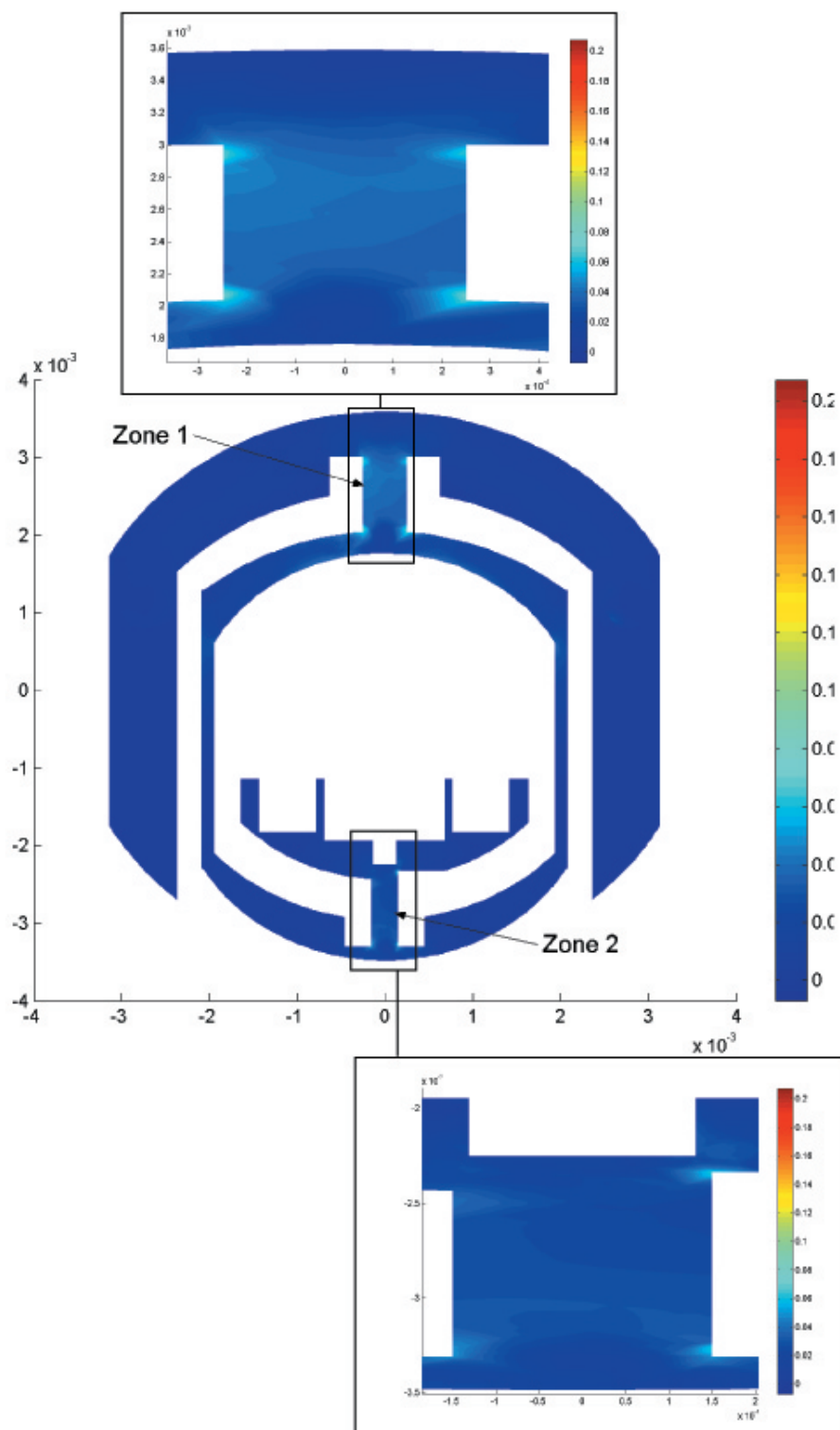


FIG. 6.19 – Evolution de la première déformée principale dans la cellule accélérométrique au mode 1

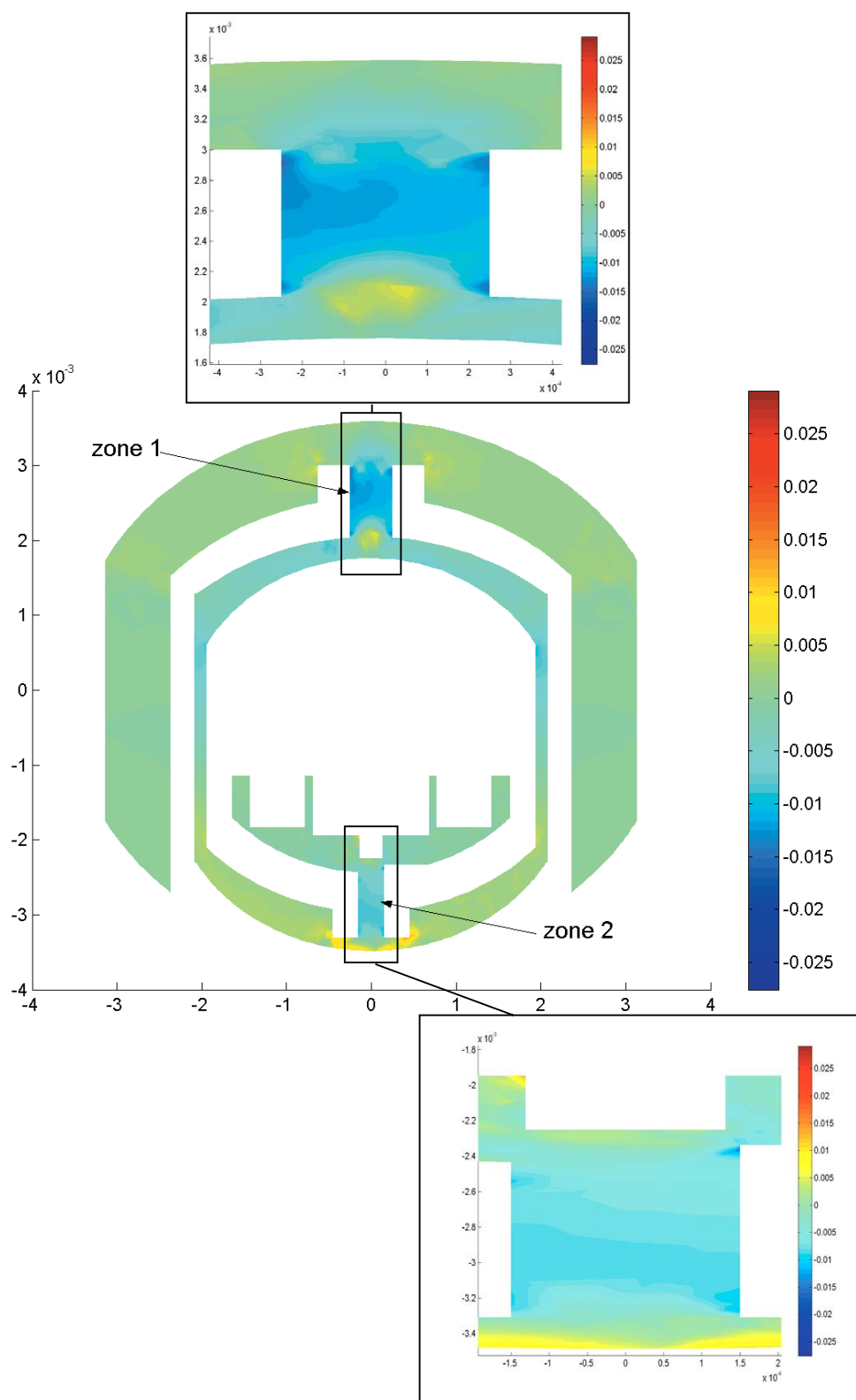


FIG. 6.20 – Evolution de la deuxième déformée principale dans la cellule accélérométrique au mode 1

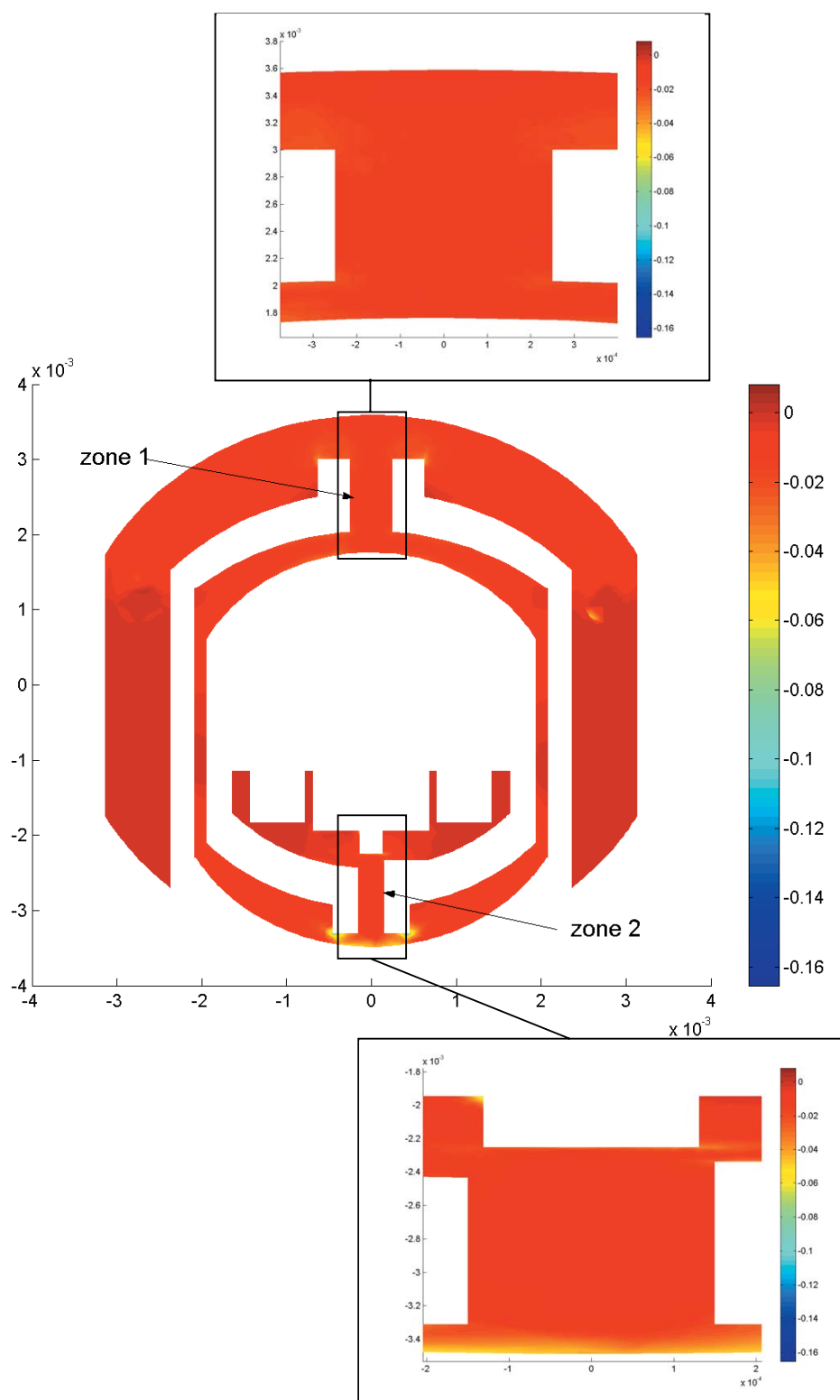


FIG. 6.21 – Evolution de la troisième déformée principale dans la cellule accélérométrique au mode 1

structure puis projeter l'ensemble des équations de mouvement sur le premier mode de structure. Nous nous ramenons ainsi à l'étude d'un système "Masse-ressort-amortisseur" à un degrés de liberté. Par la suite, nous estimons à partir de ce modèle la tension nécessaire pour augmenter l'amortissement du système via une boucle de rétroaction proportionnelle-intégrale.

### Forme des électrodes

Les zones à étudier sont des tronçons de poutre. Nous pouvons donc reprendre les considérations de la partie 6.1.1 de ce chapitre. Nous voulons contrôler des modes orientés suivant  $\vec{Z}$  (hypothèse de travail). Par conséquent, nous choisissons une paire d'électrodes rectangulaires, comme illustrée en figure 6.22.

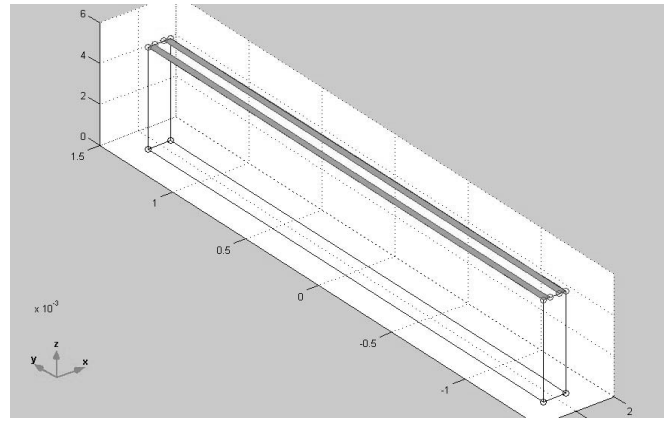


FIG. 6.22 – Localisation des électrodes excitatrices

Reprenons l'équation (6.13) en considérant  $E_2 = 0$  ( hypothèse de départ ) :

$$C = \int_{\Omega_0} (e_{11}.E_1.S_1 - e_{11}.E_1.S_2 + 2.e_{14}.E_1.S_4).d\Omega_0 \quad (6.14)$$

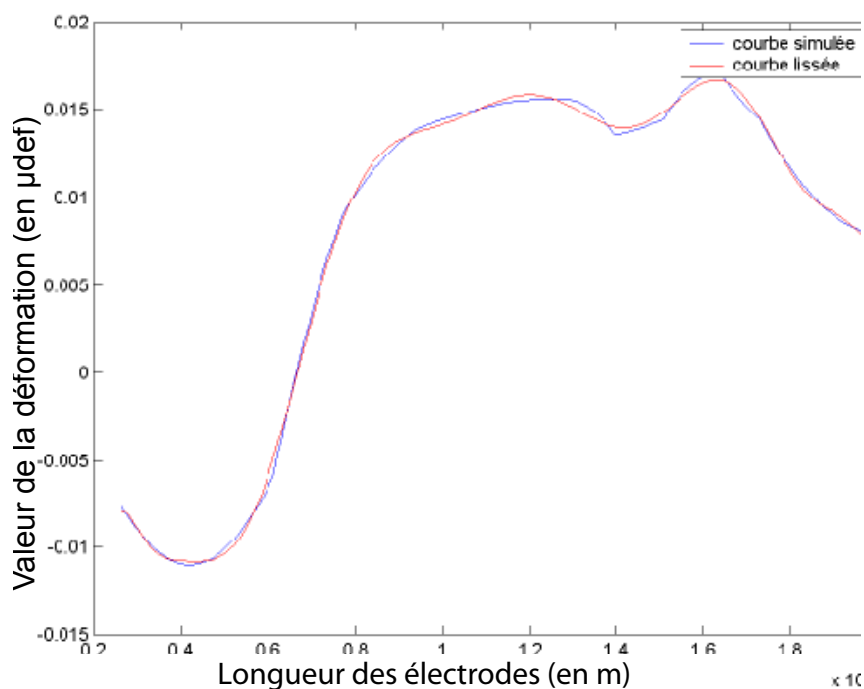
### Localisation des électrodes

A présent, nous allons tracer la relation (6.14) dans les deux zones selectionnées en fonction du paramètre  $y$  ( $C(y)$ ). Pour cela, nous approximations, par lissage polynômial, l'évolution des déformations  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_4$  suivant l'axe  $\vec{y}$ . Ensuite, nous déterminons l'expression analytique du champ électrique à une côte  $y_0$  quelconque. Enfin, nous traçons le terme  $C(y)$  afin de localiser les maxima dans les deux zones étudiées. Suivant l'axe  $\vec{X}$ , nous fixons la distance minimale entre les électrodes à  $5 \mu\text{m}$  conformément à la loi de Paschen.

### Lissage polynômial des fonctions de déformations

En post-traitement du logiciel Femlab<sup>©</sup>, nous traçons l'évolution des différentes déformations intervenant dans l'expression de  $C(y)$  pour les deux modes étudiés. Nous procédons à une approximation polynômiale de ces courbes (par exemple figure 6.23).

### Calcul analytique du champ électrique

FIG. 6.23 – Evolution de  $S_1$  suivant  $y$  pour le mode 1 dans la zone 1

Dans le but de tracer  $C(y)$ , nous déterminons une expression analytique du champ électrique. Pour cela, nous nous plaçons, par hypothèse de l'invariance du champ suivant  $\vec{y}$ , dans une section de poutre (cf 6.24) et nous appliquons les méthodes classiques de calcul de champ en électrostatique [8–10]. Nous considérons que le champ électrique est évanescent suivant l'axe  $\vec{Z}$ .

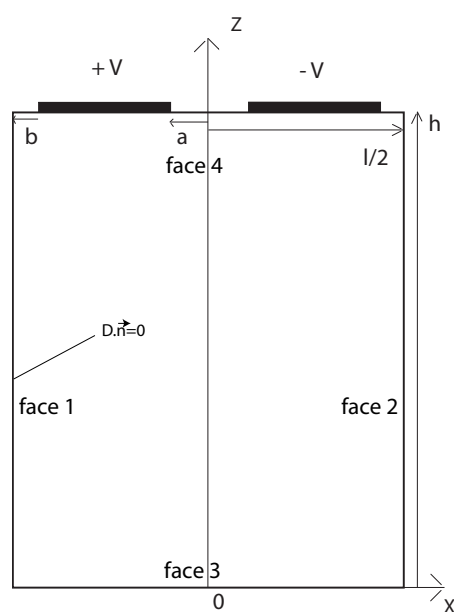


FIG. 6.24 – Schématisation dimensionnelle d'une section de poutre



Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\frac{\partial V}{\partial x}\left(\frac{-l}{2}, z\right) = 0 \quad \forall z \quad (6.15)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x}\left(\frac{l}{2}, z\right) = 0 \quad \forall z \quad (6.16)$$

$$Z(0) = 0 \text{ et } Z(h) = 1 \quad (6.17)$$

$$V = +V \quad z = h \quad x \in \left[\frac{-l}{2} + b, -a\right] \quad (6.18)$$

$$V = -V \quad z = h \quad x \in \left[a, \frac{l}{2} - b\right] \quad (6.19)$$

Prenons la loi de Gauss en négligeant la déformation statique et en considérant  $E_2 = 0$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div}(\vec{D}) = 0 \\ \iff \varepsilon_1 \cdot \frac{\partial E_1}{\partial x} + \varepsilon_3 \cdot \frac{\partial E_3}{\partial z} = 0 \\ \iff -\varepsilon_1 \cdot \frac{\partial^2 V(x,z)}{\partial x^2} - \varepsilon_3 \cdot \frac{\partial^2 V(x,z)}{\partial z^2} = 0 \end{array} \right. \quad (6.20)$$

Nous appliquons, à présent, la séparation de variable de la forme  $V(x, z) = X(x) \cdot Z(z)$ . De plus, nous supposons que  $k$  est un réel, les solutions de la relation (6.20) sont donc de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} X(x) = A_1 \cdot \sin\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}} \cdot x\right) + A_2 \cdot \cos\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}} \cdot x\right) \\ Z(z) = A_3 \cdot \sinh\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}} \cdot z\right) + A_4 \cdot \cosh\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}} \cdot z\right) \end{array} \right. \quad (6.21)$$

Il nous reste à déterminer les expressions des coefficients  $A_1, A_2, A_3$  et  $A_4$  en appliquant les conditions aux limites.

$$\left\{ \begin{array}{l} Z(0) = 0 \implies A_4 = 0 \\ Z(h) = 1 \implies A_3 \cdot \sinh\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}} \cdot h\right) = 1 \implies A_3 = \frac{1}{\sinh\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}} \cdot h\right)} \end{array} \right. \quad (6.22)$$

Pour le terme lié à la profondeur de pénétration du champ électrique, nous avons la relation suivante :

$$Z(z) = \frac{\sinh\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}} \cdot z\right)}{\sinh\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}} \cdot h\right)} \quad (6.23)$$

Le potentiel électrique peut donc s'écrire sous la forme :

$$V(x, z) = \left(A_1 \cdot \sin\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}} \cdot x\right) + A_2 \cdot \cos\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}} \cdot x\right)\right) \cdot \frac{\sinh\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}} \cdot z\right)}{\sinh\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}} \cdot h\right)} \quad (6.24)$$

Dérivons cette relation afin de permettre l'application des conditions aux limites.

$$\frac{\partial V(x, z)}{\partial x} = \left(A_1 \cdot \frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}} \cdot \cos\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}} \cdot x\right) - A_2 \cdot \frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}} \cdot \sin\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}} \cdot x\right)\right) \cdot \frac{\sinh\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}} \cdot z\right)}{\sinh\left(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}} \cdot h\right)} \quad (6.25)$$

Les conditions aux limites en courant sur les faces 1 et 2, nous donnent les deux relations suivantes :

$$\begin{cases} D.\vec{n}(x, -\frac{l}{2}) = \varepsilon_1.(A_1.\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}}.\cos(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}}.\frac{l}{2}) + A_2.\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}}.\sin(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}}.\frac{l}{2})) = 0 \\ D.\vec{n}(x, \frac{l}{2}) = \varepsilon_1.(A_1.\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}}.\cos(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}}.\frac{l}{2}) - A_2.\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}}.\sin(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_1}}.\frac{l}{2})) = 0 \end{cases} \quad (6.26)$$

Le problème étant symétrique, les constantes prennent donc les formes qui suivent :

$$\begin{cases} k = \frac{((2.m+1).\pi.\sqrt{\varepsilon_1})}{l} \quad \forall m \in N \\ A_2 = 0 \end{cases} \quad (6.27)$$

Par conséquent, le potentiel électrique peut s'écrire :

$$V(x, z) = A_m.\sin(\frac{((2.m+1).\pi)}{l}.x).\frac{\sinh(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}}.z)}{\sinh(\frac{k}{\sqrt{\varepsilon_3}}.h)} \quad (6.28)$$

Il nous reste encore deux conditions aux limites à vérifier :

$$\text{Pour } z = h, x \in [-\frac{l}{2} + b, -a], V(x, z) = A_m.\sin(\frac{((2.m+1).\pi)}{l}.x) = +V \quad (6.29)$$

$$\text{Pour } z = h, x \in [a, \frac{l}{2} - b], V(x, z) = A_m.\sin(\frac{((2.m+1).\pi)}{l}.x) = -V \quad (6.30)$$

Il est clair qu'il n'existe pas de constante  $A_m$  répondant à ce type de conditions. Il faut donc utiliser un développement en série de Fourier.

$$V(x, z) = \sum_{m=1}^{+\infty} A_m.\sin(\frac{((2.m+1).\pi)}{l}.x).\frac{\sinh(\frac{((2.m+1).\pi.\sqrt{\varepsilon_1})}{\sqrt{\varepsilon_3}.l}.z)}{\sinh(\frac{((2.m+1).\pi.\sqrt{\varepsilon_1})}{\sqrt{\varepsilon_3}.l}.h)} \quad (6.31)$$

Pour identifier les constantes, nous utilisons les propriétés d'orthogonalité des fonctions sinus.

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \sin(\frac{((2.m+1).\pi)}{l}.x).\sin(\frac{((2.n+1).\pi)}{l}.x).dx = 2.G.\delta_{nm} \quad (6.32)$$

La symétrie du système étudiée, nous permet de considérer la relation suivante :

$$\int_0^{\frac{l}{2}} \sin(\frac{((2.m+1).\pi)}{l}.x).\sin(\frac{((2.n+1).\pi)}{l}.x).dx = G.\delta_{nm} \quad (6.33)$$

Par ailleurs, nous supposons que le potentiel électrique, sur  $z=h$ , n'existe qu'au niveau des électrodes. La relation (6.33) s'écrit :

$$\int_a^{\frac{l}{2}-b} \sin(\frac{((2.m+1).\pi)}{l}.x).\sin(\frac{((2.n+1).\pi)}{l}.x).dx = G.\delta_{nm} \quad (6.34)$$

avec

$$G = \frac{1}{2}.[(\frac{l}{2} - a - b) + \frac{l}{(2.m+1).\pi}.\sin(\frac{(2.m+1).\pi}{l}.(a + b - \frac{l}{2})).\cos(\frac{(2.m+1).\pi}{l}.(a - b + \frac{l}{2}))] \quad (6.35)$$

Nous multiplions la relation (6.31) par  $\sin(\frac{((2.n+1).\pi)}{l}.x)$  puis nous intégrons l'expression obtenue, sur les zones gravées.

$$D_m \cdot G = \begin{cases} 0 & \text{si } n \neq m \\ \frac{V \cdot l}{(2 \cdot m + 1) \cdot \pi} [\cos(\frac{(2 \cdot m + 1) \cdot \pi}{l} \cdot (b - \frac{l}{2})) - \cos(\frac{(2 \cdot m + 1) \cdot \pi}{l} \cdot a)] & \text{si } n = m \end{cases} \quad (6.36)$$

Par conséquent, nous obtenons :

$$D_m = \frac{2 \cdot V \cdot l}{(2 \cdot m + 1) \cdot \pi} \frac{[\cos(\frac{(2 \cdot m + 1) \cdot \pi}{l} \cdot (b - \frac{l}{2})) - \cos(\frac{(2 \cdot m + 1) \cdot \pi}{l} \cdot a)]}{G} \quad (6.37)$$

Le champ électrique, nécessaire au calcul de  $C(y)$ , est donné par le gradient du potentiel électrique.

$$\vec{E}(x, z) = \begin{pmatrix} -\sum_{m=1}^{+\infty} D_m \cdot \frac{((2 \cdot m + 1) \cdot \pi)}{l} \cdot \cos(\frac{((2 \cdot m + 1) \cdot \pi)}{l} \cdot x) \cdot \frac{\sinh(\frac{((2 \cdot m + 1) \cdot \pi \cdot \sqrt{\varepsilon_1})}{\sqrt{\varepsilon_3} \cdot l} \cdot z)}{\sinh(\frac{((2 \cdot m + 1) \cdot \pi \cdot \sqrt{\varepsilon_1})}{\sqrt{\varepsilon_3} \cdot l} \cdot h)} \\ 0 \\ -\sum_{m=1}^{+\infty} D_m \cdot \frac{((2 \cdot m + 1) \cdot \pi \cdot \sqrt{\varepsilon_1})}{\sqrt{\varepsilon_3} \cdot l} \cdot \sin(\frac{((2 \cdot m + 1) \cdot \pi)}{l} \cdot x) \cdot \frac{\cosh(\frac{((2 \cdot m + 1) \cdot \pi \cdot \sqrt{\varepsilon_1})}{\sqrt{\varepsilon_3} \cdot l} \cdot z)}{\sinh(\frac{((2 \cdot m + 1) \cdot \pi \cdot \sqrt{\varepsilon_1})}{\sqrt{\varepsilon_3} \cdot l} \cdot h)} \end{pmatrix} \quad (6.38)$$

### Courbes représentant l'évolution d'énergie "piézoélectrique"

Grâce aux calculs précédents, nous sommes capables de tracer l'évolution du terme d'énergie injecté par les actionneurs piézoélectriques dans la structure au niveau des deux zones étudiées (cf figures 6.25 et 6.26).

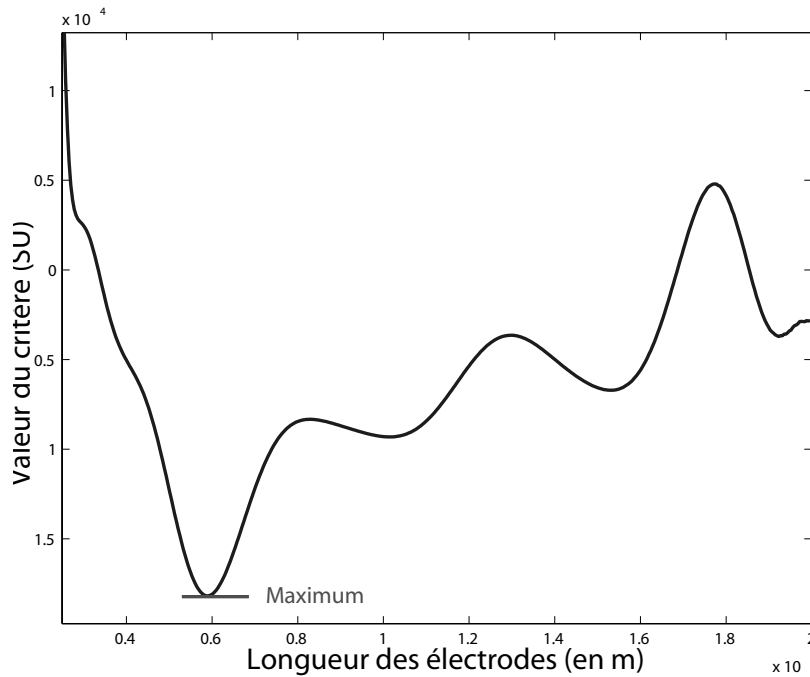


FIG. 6.25 – Evolution de l'énergie de contrôle en fonction  $y$  pour le mode 1 dans la zone 1

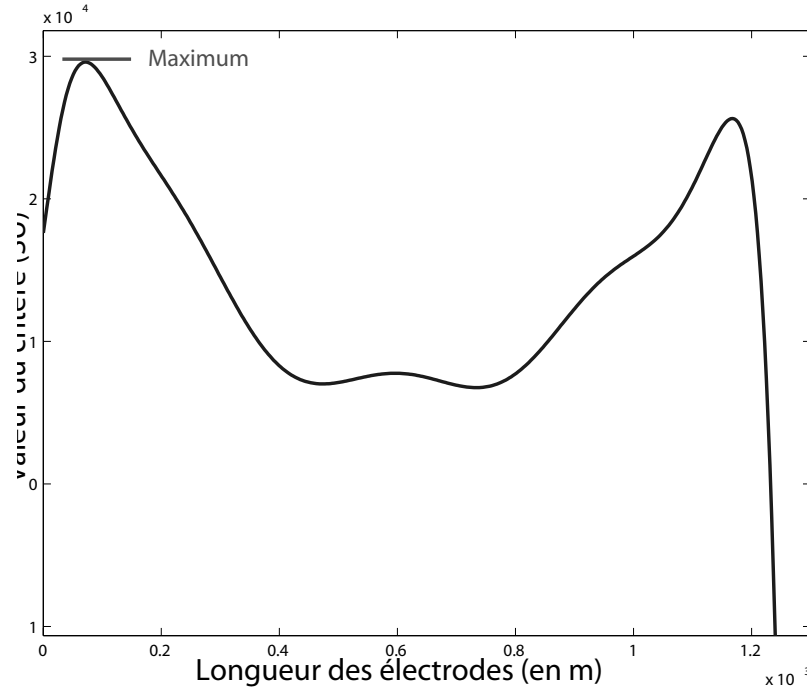


FIG. 6.26 – Evolution de l'énergie de contrôle en fonction  $y$  pour le mode 1 dans la zone 2

Il est à noter que les deux courbes sont représentées dans un repère lié aux zones étudiées. Par conséquent, il s'agit d'une échelle d'abscisses locale.

Les électrodes sont optimisées de manière à obtenir le terme (6.14) le plus grand possible. Sur la cellule, celles-ci sont donc placées comme décrit ci-dessous :

### Modèle "Masse-Ressort-Amortisseur" équivalent

D'après la relation (6.4), l'équation de mouvement de la structure s'écrit comme suit :

$$M_{cellule} \cdot \ddot{d}^{cellule}(t) + C_{cellule} \cdot \dot{d}^{cellule}(t) + K_{cellule} \cdot d^{cellule}(t) = F^{cellule} + F_{contrôle}^{cellule} \quad (6.39)$$

où

$$\begin{cases} C_{cellule} & : \text{la matrice d'amortissement de la structure} \\ F_{contrôle}^{cellule} & : \text{la force de contre réaction induite par le contrôle.} \end{cases}$$

Pour élaborer notre modèle équivalent, nous projetons la relation (6.39) sur le premier mode propre de la structure. Nous obtenons donc :

$$\phi_1^T \cdot M_{cellule} \cdot \phi_1 \cdot \ddot{\eta}_1(t) + \phi_1^T \cdot C_{cellule} \cdot \phi_1 \cdot \dot{\eta}_1(t) + \phi_1^T \cdot K_{cellule} \cdot \phi_1 \cdot \eta_1(t) = \phi_1^T \cdot F^{cellule} + \phi_1^T \cdot F_{contrôle}^{cellule}$$

$$\iff m_1 \cdot \ddot{\eta}_1(t) + m_1 \cdot 2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot \dot{\eta}_1(t) + m_1 \cdot \omega_0^2 \cdot \eta_1(t) = f + f_{contrôle} \quad (6.40)$$

$$\iff \ddot{\eta}_1(t) + 2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot \dot{\eta}_1(t) + \omega_0^2 \cdot \eta_1(t) = \frac{f}{m_1} + \frac{f_{contrôle}}{m_1} \quad (6.41)$$

Nous avons donc accès au modèle suivant :

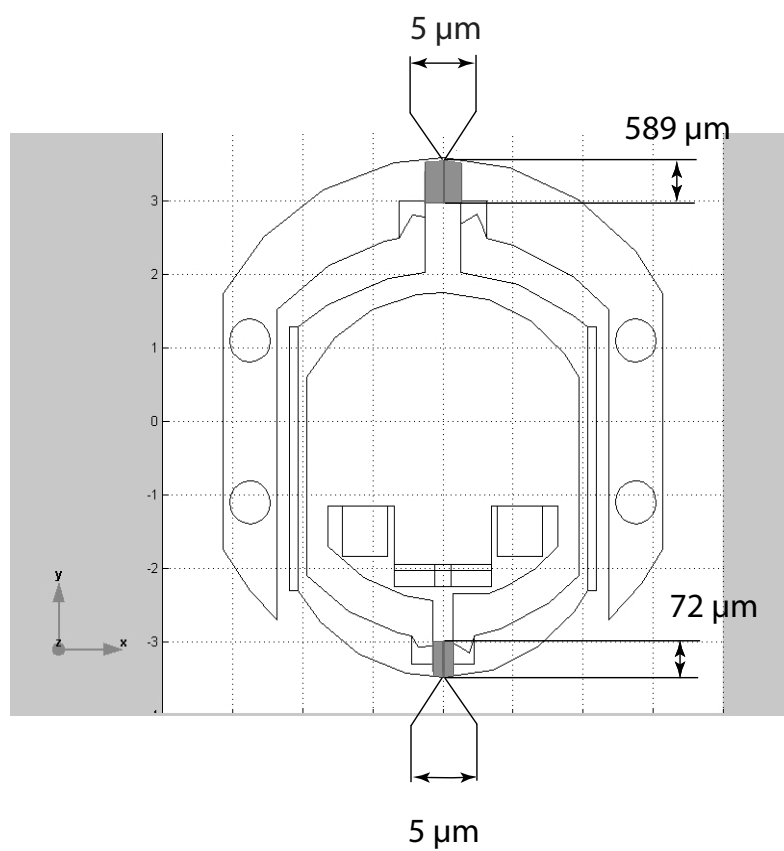


FIG. 6.27 – Localisation des électrodes excitatrices avec les dimensions

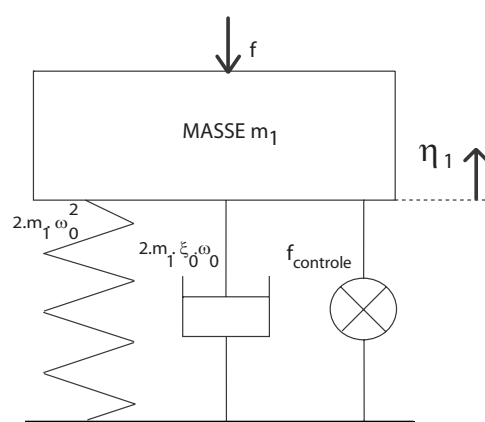


FIG. 6.28 – Représentation du modèle "Masse-Ressort-Amortisseur" équivalent

### Amortissement actif de la structure

Nous mettons en place la boucle nécessaire au contrôle. Il s'agit d'une rétroaction proportionnelle intégrale. En effet, le signal nous renseignant sur l'environnement vibratoire du système est supposé obtenu par le capteur lui-même. Cette information est de type accélérométrique. Par conséquent, il est évident qu'il faut intégrer ce signal afin d'augmenter le coefficient d'amortissement de la cellule.

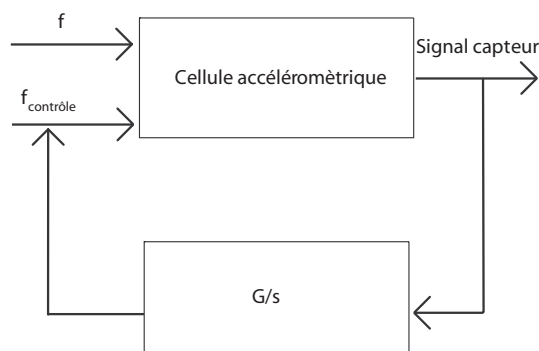


FIG. 6.29 – Représentation de la boucle de contrôle

Nous excitons la structure par un bruit blanc d'amplitude 10 g ( $9.81 \text{ m.s}^{-1}$ ). Nous considérons que l'amortissement intrinsèque de la structure est de 0,1 %. Notre objectif est d'obtenir un amortissement de 1 %.

### Résultats

Nous suivons l'évolution de l'amortissement ainsi que celle de la valeur du pic de résonance (cf figure 6.31) en fonction de la tension appliquée sur les électrodes (cf figure 6.32) .

Pour atteindre notre objectif, il faut appliquer une tension de 600 Vrms. Cette valeur est supérieure à la tension de claquage dans l'air évaluée à 550 Vrms pour un gap de  $5\mu\text{m}$ . Ce test nous prouve que le contrôle de la cellule peut s'avérer délicat. Au vue des dimensions de la cellule, la tension à appliquer semble importante. Mais, il est à remarquer que le matériau quartz est faiblement piézoélectrique ce qui explique ce type de valeur.

## 6.4 Mise en oeuvre expérimentale

La mise en oeuvre expérimentale se déroule en deux étapes distinctes. D'une part, nous effectuons une analyse vibratoire complète d'une cellule accélérométrique. D'autre part, à partir des informations de la partie analyse, nous mettons en place une stratégie de contrôle afin de stabiliser les modes parasites. Il est à noter que, pour valider l'efficacité de la stabilisation, nous commençons par un contrôle utilisant une mesure de référence extérieure au système. Nous optons pour une mesure en vitesse fournie par un vibromètre laser. Les problèmes de couplage et d'électronique sont ainsi évités. Il est donc évident que, si cette rétroaction simple ne fonctionne pas, une rétroaction avec une mesure interne ne peut fonctionner.

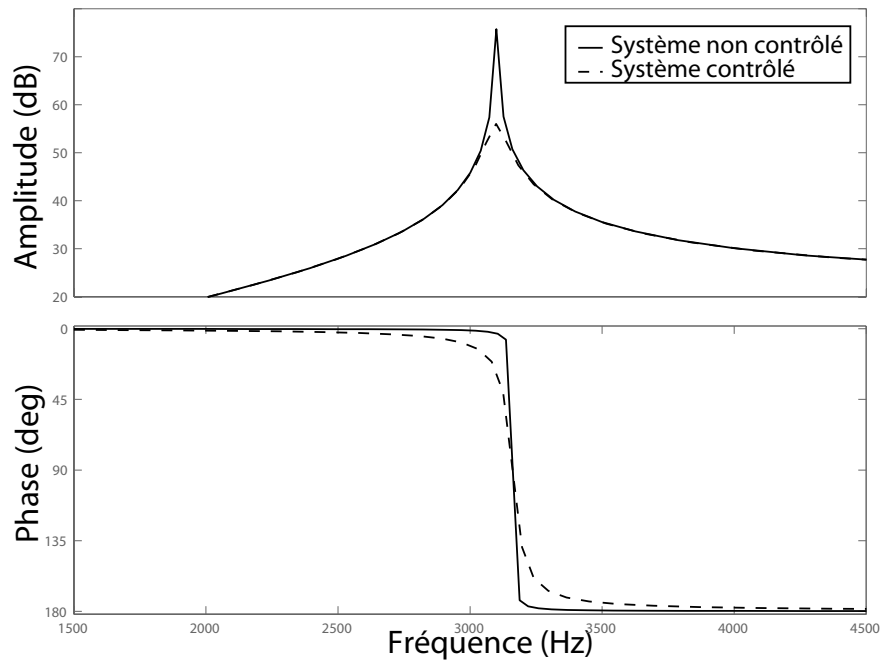


FIG. 6.30 – Diagramme de Bode représentant le rapport entre le signal émis par le capteur et la force excitatrice

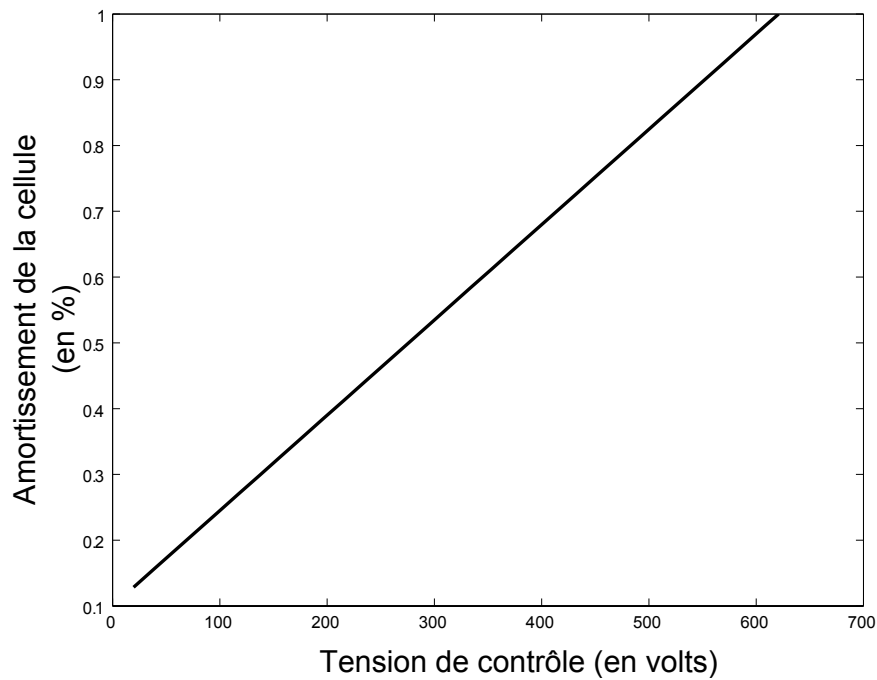


FIG. 6.31 – Courbe représentant l'amortissement en fonction de la tension de contrôle

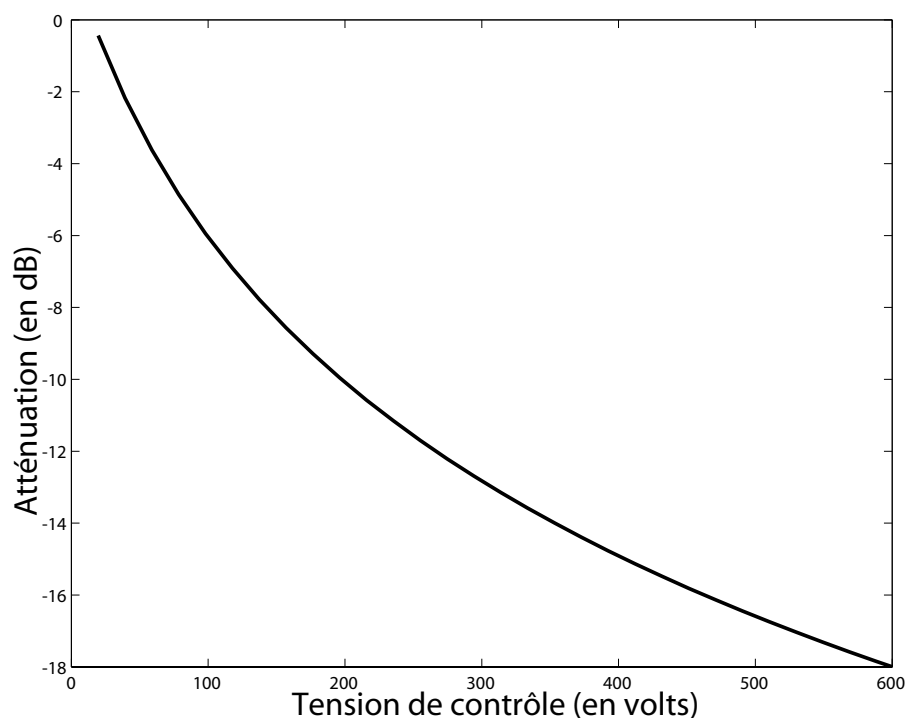


FIG. 6.32 – Courbe représentant l'atténuation du pic de résonance en fonction de la tension de contrôle

#### 6.4.1 Analyse vibratoire d'une cellule

Dans cette phase, nous procédons à l'analyse vibratoire de la structure. Le dispositif employé est décrit sur la figure 6.33. Nous utilisons un vibromètre laser pointé sur la masse suspendue aux parties flexibles. Les mesures sont effectuées grâce à une plateforme Siglab<sup>©</sup>.

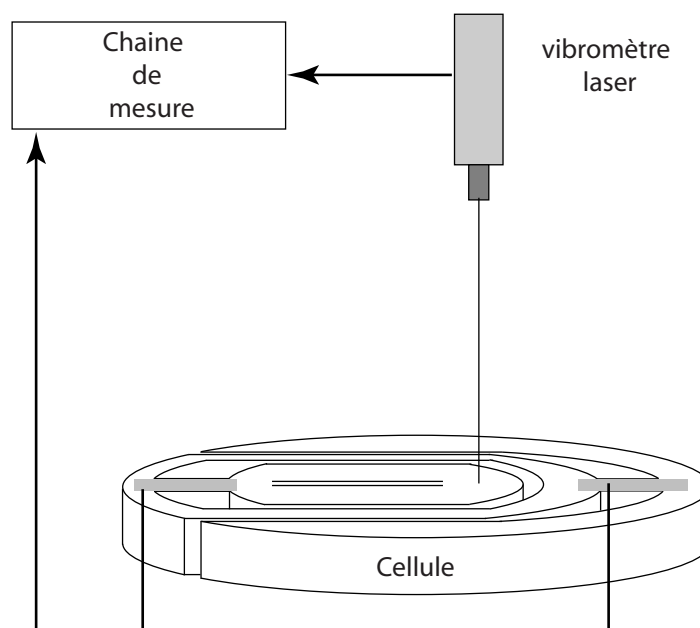


FIG. 6.33 – Schéma du montage expérimental d'analyse vibratoire



L'environnement vibratoire est appliqué sur la structure par le biais d'une table vibrante spécialement conçue à cet effet (cf Annexe 3). Elle permet de piloter le mode de "pompage" suivant l'axe  $\vec{Z}$  et les deux modes couplés liés aux rotations suivant les deux autres axes. De plus, un dispositif particulier d'encastrement (cf Annexe 4) maintient la cellule sur la table. Ce support n'a pas d'influence sur le spectre fréquentiel analysé. Le montage expérimental est présenté en figure 6.34.

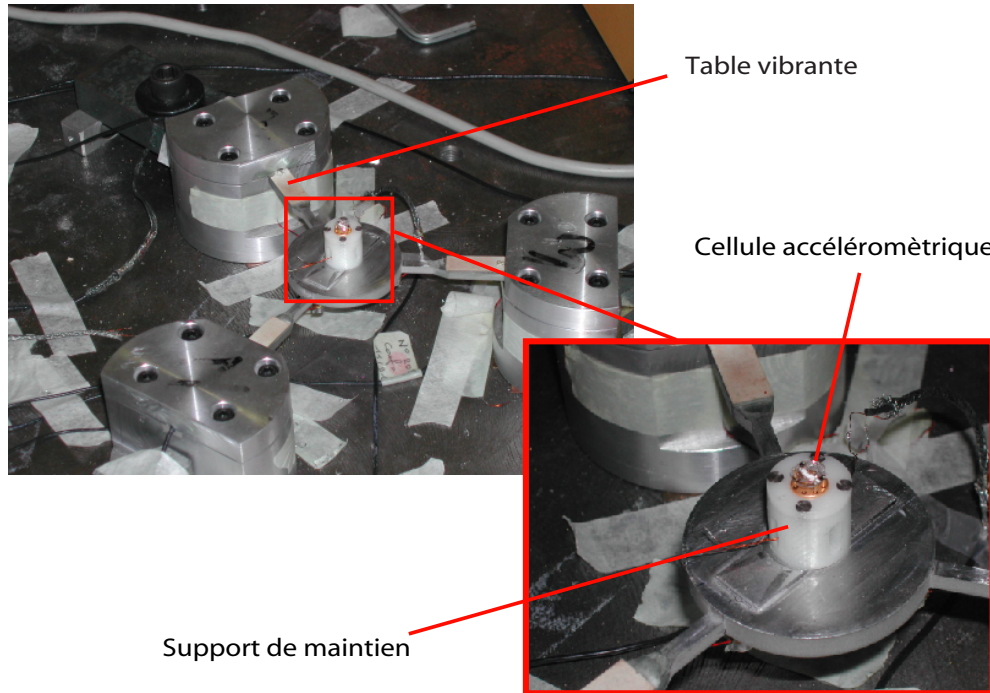


FIG. 6.34 – Photographie du montage expérimental

Les résultats de cette analyse sont présentés en figure 6.35. Nous montrons les fonctions de réponse en fréquences pour deux configurations :

- Nous excitons la structure via les électrodes optimisées et nous observons la réponse de la structure grâce au vibromètre laser ( cf figure 6.35, courbe en pointillés). Les modes 4 et 6 sont respectivement le premier et le deuxième mode de "pompage" suivant l'axe  $\vec{Z}$  de la cellule. Le mode 5 est un mode de vibration de la cellule suivant l'axe  $\vec{X}$ . L'apparition de ce mode est due à une légère asymétrie d'excitation sur la cellule.
- Nous excitons la structure via la table vibrante et nous observons la réponse de la structure grâce au vibromètre laser ( cf figure 6.35, courbe en trait plein). Les modes 4, 5 et 6 sont des modes de structure de la cellule. Les modes 1, 2 et 3 sont liés à la table d'excitation.

Cette série d'analyse nous permet d'obtenir les paramètres modaux de la structure (cf tableau 6.5).

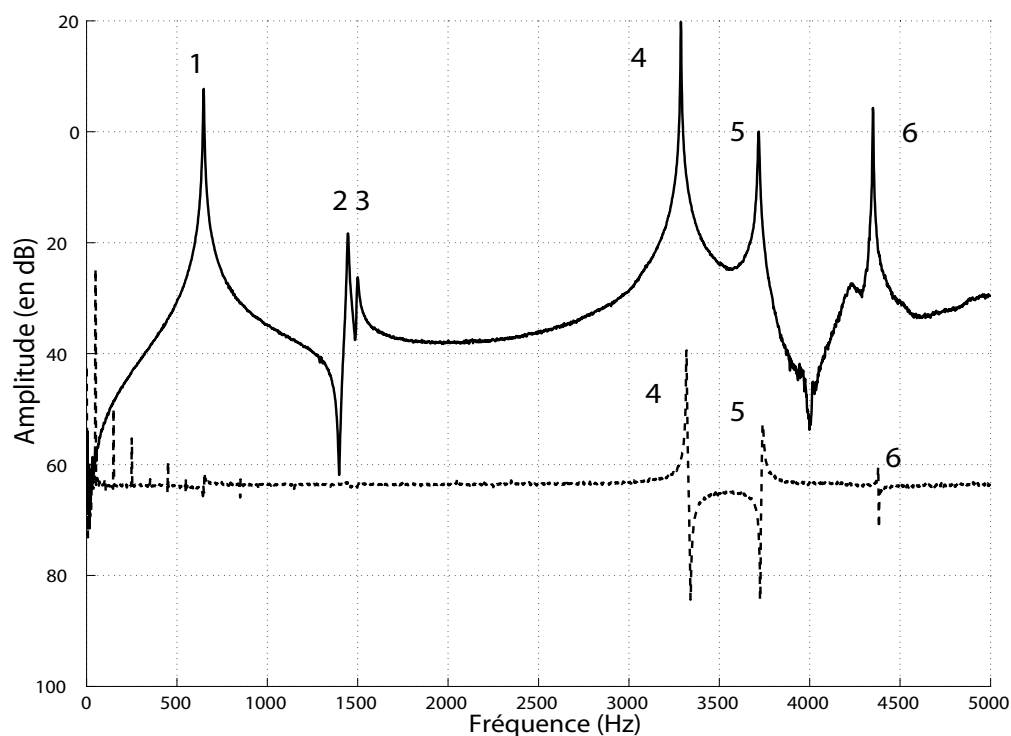


FIG. 6.35 – FRF expérimentales d'analyse vibratoire. La courbe en pointillés est la FRF entre le signal injecté aux bornes des électrodes optimisées et le signal émis par le vibromètre laser. La courbe en trait plein est la FRF entre le signal d'excitation de la table vibrante et le signal émis par le vibromètre laser)

|               | Mode 1 | Mode 2  | Mode 3  | Mode 4  | Mode 5  | Mode 6  |
|---------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Fréquence     | 648 Hz | 1446 Hz | 1497 Hz | 3337 Hz | 3735 Hz | 4350 Hz |
| Amortissement | -      | -       | -       | 0.034 % | 0.08 %  | 0.025%  |

TAB. 6.5 – Fréquences des modes analysés

### 6.4.2 Stabilisation active d'une cellule

A présent que nous avons repérés les modes à contrôler (modes 4 et 6), nous mettons en place la boucle de contrôle DVF de type sky-hook, illustrée figure 6.36 et présentée au chapitre 4.

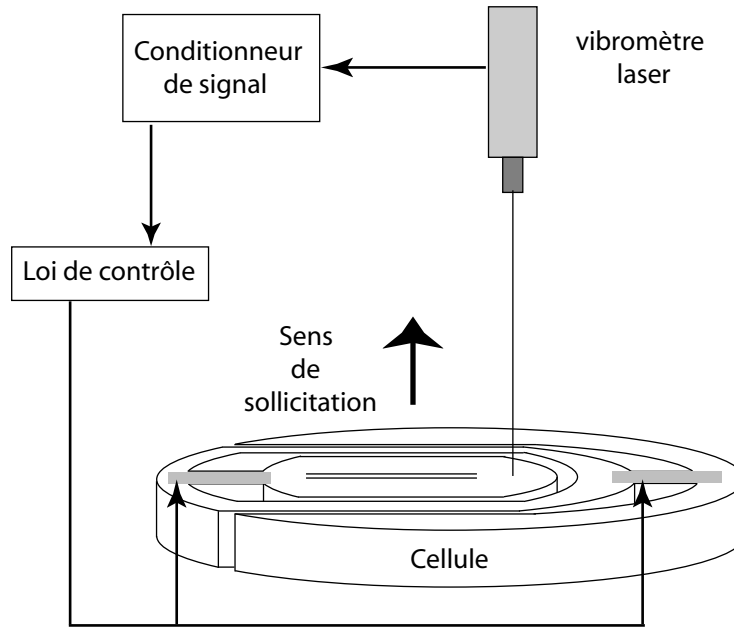


FIG. 6.36 – Schéma du montage de contrôle

Nous excitons la cellule, suivant l'axe  $\vec{Z}$  via la table sismique (cf annexe 3), avec un bruit blanc d'amplitude 22 g rms. Le signal de référence est une vitesse mesurée dans un repère absolu. La loi de contrôle est un retour proportionnel simple sur les électrodes de contrôle. Celle-ci est implantée grâce à une plate-forme DSpace<sup>®</sup> dont la fréquence d'échantillonnage ( $f_{\text{echantillon}}=20000$  Hz) est très supérieure aux fréquences des modes à amortir. Cependant, la chaîne de contrôle limite la tension de contrôle à 200V. Nous ne pouvons donc pas atteindre les performances optimales du contrôle. Néanmoins, cette manipulation nous montre la faisabilité du contrôle et les perspectives envisageables pour l'améliorer.

La figure 6.37 nous présente la courbe non contrôlée (trait plein) et la courbe contrôlée (pointillés). Il apparaît clairement que nous agissons sur les modes 4 et 6. Les courbes 6.38, 6.39 et 6.40 sont des zooms sur les trois modes observés pour différents gains de contrôle. Elles nous confirment notre observation.

Si nous analysons l'amortissement induit pour chaque mode (cf tableau 6.6), la tendance est évidente. Nous amortissons les modes 4 et 6 dans des proportions qui nous laissent envisager des performances optimales intéressantes et exploitables. Le mode 5, quant à lui, n'est pas affecté par la rétroaction. De plus, si nous comparons les résultats obtenus expérimentalement avec ceux simulés pour le premier mode (cf figures 6.31 et 6.32), nous observons une bonne corrélation à un facteur 2 près. Cela s'explique par le fait que la force d'excitation expérimentale est deux fois plus grande que celle simulée. Comme la force de contrôle est proportionnelle à la force d'excitation, nous retrouvons le

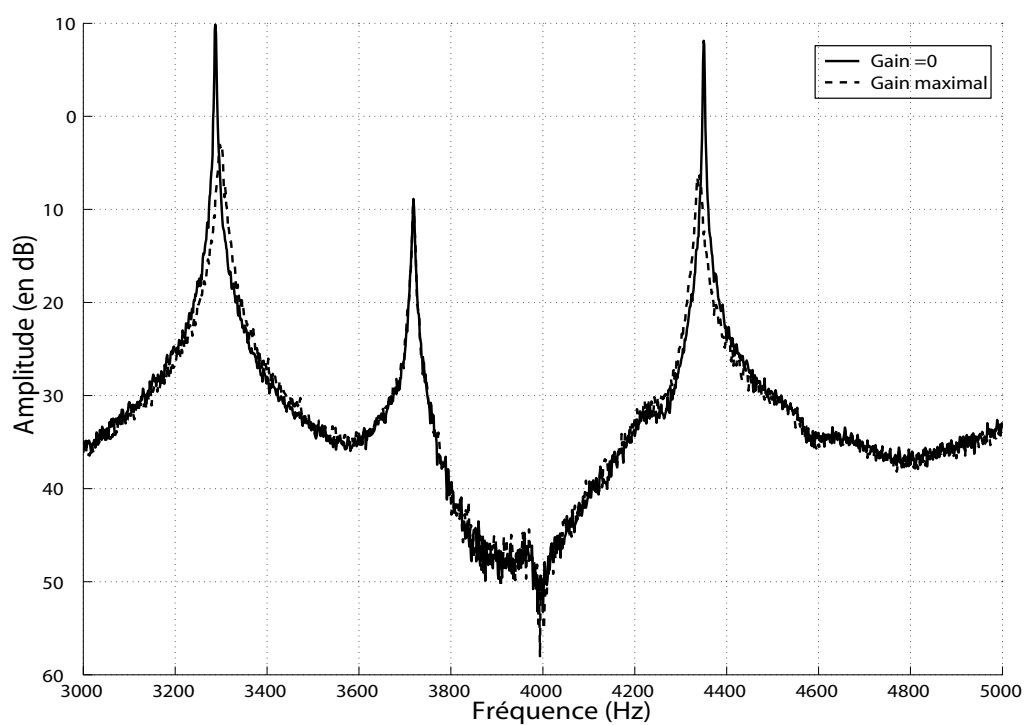


FIG. 6.37 – Courbes expérimentales avec et sans contrôle (trait plein)

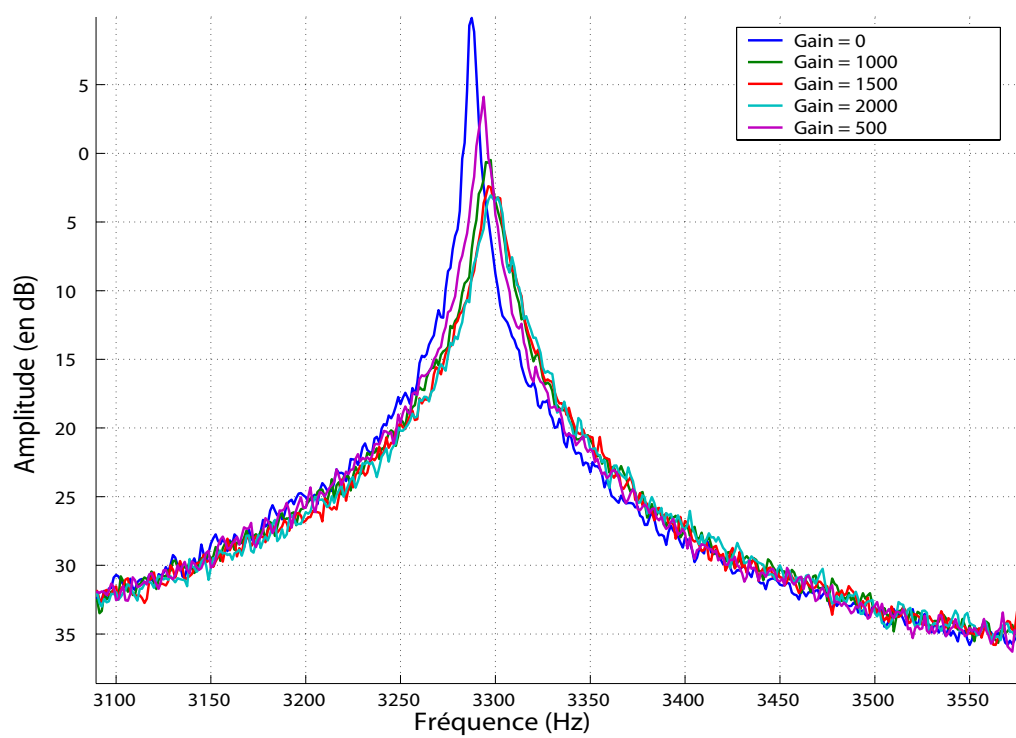


FIG. 6.38 – Zoom sur le mode 4 contrôlé

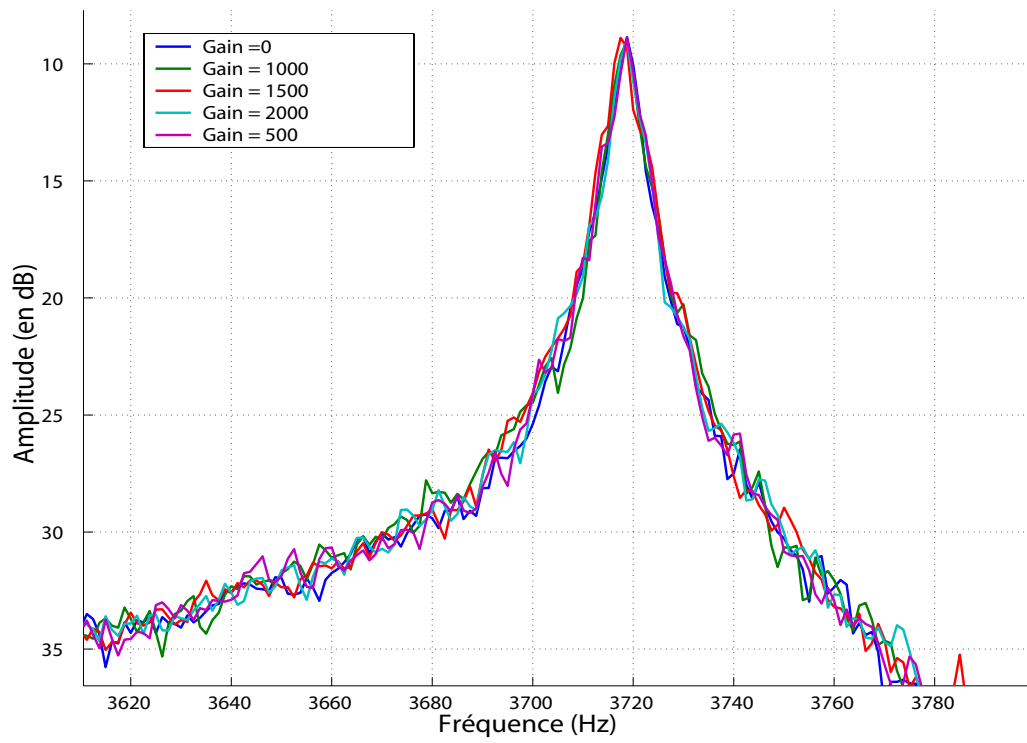


FIG. 6.39 – Zoom sur le mode 5 contrôlé

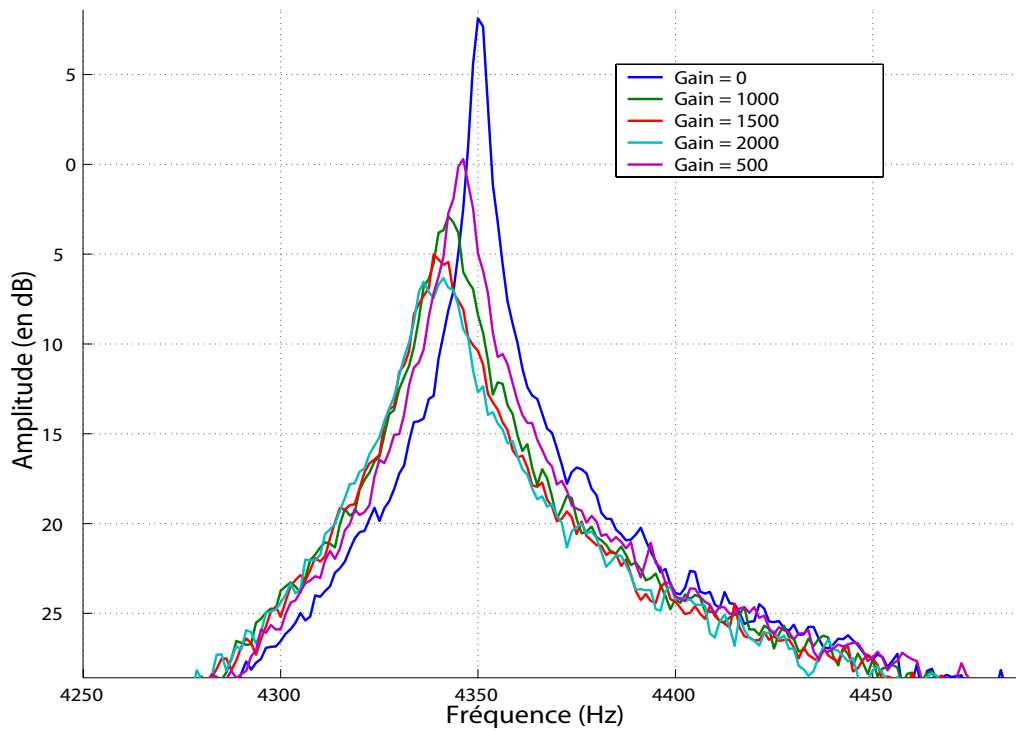


FIG. 6.40 – Zoom sur le mode 6 contrôlé

facteur 2. Bien entendu, cet énoncé n'est valide que lorsque l'on travaille à la saturation des amplificateurs de tension, comme nous le faisons dans cette expérimentation.

|                               | Mode 4 | Mode 5 | Mode 6 |
|-------------------------------|--------|--------|--------|
| Amortissement initial (en %)  | 0.034  | 0.08   | 0.025  |
| Amortissement avec DVF (en %) | 0.19   | 0.08   | 0.12   |
| Atténuation (en dB)           | -13    | 0      | -17    |

TAB. 6.6 – Performances du contrôle en terme d'amortissement induit.

Nous pouvons effectuer un calcul approché de la valeur de puissance nécessaire pour contrôler la structure. Nous considérons que la tension de contrôle appliquée est saturée à 200V ( $V_{sat}$ ) sur toute la gamme d'étude c'est à dire de 0 Hz à 5000 Hz ( $G_{amme}$ ). Grâce au logiciel Femlab<sup>©</sup>, nous avons accès à la valeur de la capacité aux bornes des électrodes de contrôle optimisées ( $C_{electrode}=1.65 e^{-14}$  F). Nous obtenons donc :

$$P_{contrle} = G_{amme} * (V_{sat})^2 * C_{electrode} \quad (6.42)$$

$$\implies P_{contrle} = 5000 * (200)^2 * 1.65e^{-14} = 3.3e - 6 \quad (6.43)$$

La puissance à fournir est de l'ordre de 3.3  $\mu$ W.

Dans cette première phase, le contrôle de type amortissement actif est appliqué par le biais d'une mesure de référence extérieure. Par conséquent, les mesures effectuées ne sont pas affectées par d'éventuels couplages physiques. Mais, il est plus intéressant d'un point de vue de l'intégration de système d'utiliser la mesure d'accélération fournie par le capteur lui-même. Un contrôle proportionnel est à prévoir.

### 6.4.3 Analyse vibratoire d'un accéléromètre

Dans cette phase, nous procédons à l'analyse vibratoire de l'accéléromètre. Le dispositif employé est décrit sur la figure 6.41. Nous mesurons le signal interne émis par l'accéléromètre ainsi que les signaux émis par les électrodes de contrôle. Les mesures sont effectuées grâce à une plateforme Siglab<sup>©</sup>. Nous excitons l'accéléromètre, suivant son axe de sensibilité  $\vec{Y}$  via la table sismique (cf annexe 3), avec un bruit blanc d'amplitude 22 g rms.

Avant toute tentative de contrôle, nous analysons les diagrammes de Bode expérimentaux entre les signaux du capteur et ceux émis par les électrodes de contrôle (cf figure 6.42).

Il est clair que les signaux sont très bruités ce qui les rend difficilement exploitables. Par ailleurs, un fort couplage entre les deux signaux des électrodes de contrôle et d'excitation de la poutre centrale apparaît. Il semble que ce couplage soit de type capacitif. En effet, les dimensions du capteur sont telles que les pistes électroniques de détection et de contrôle sont proches. Nous captons quelques électrons et nous injectons plusieurs centaines de volts en contrôle. A ce stade, la mise en oeuvre d'une boucle de contrôle n'est pas envisageable. Une profonde reconception du dispositif multi électrodes est alors à considérer.

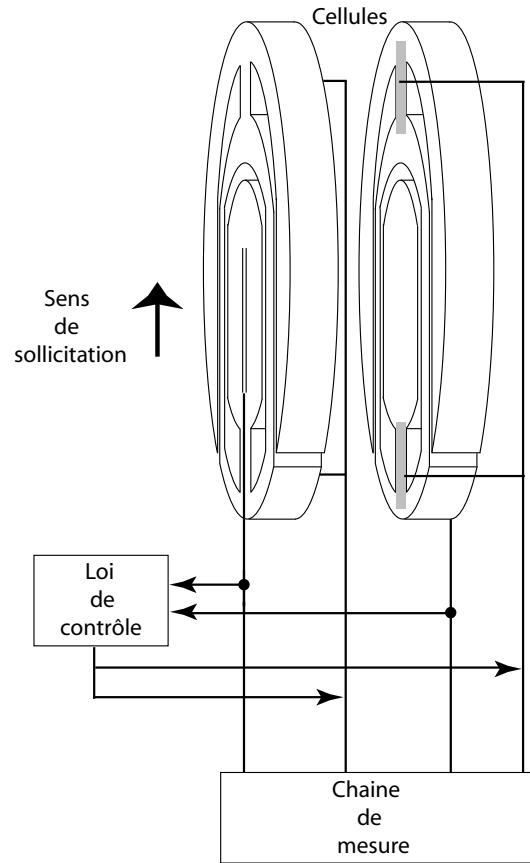


FIG. 6.41 – Schéma du montage de mesure et de contrôle de l'accéléromètre

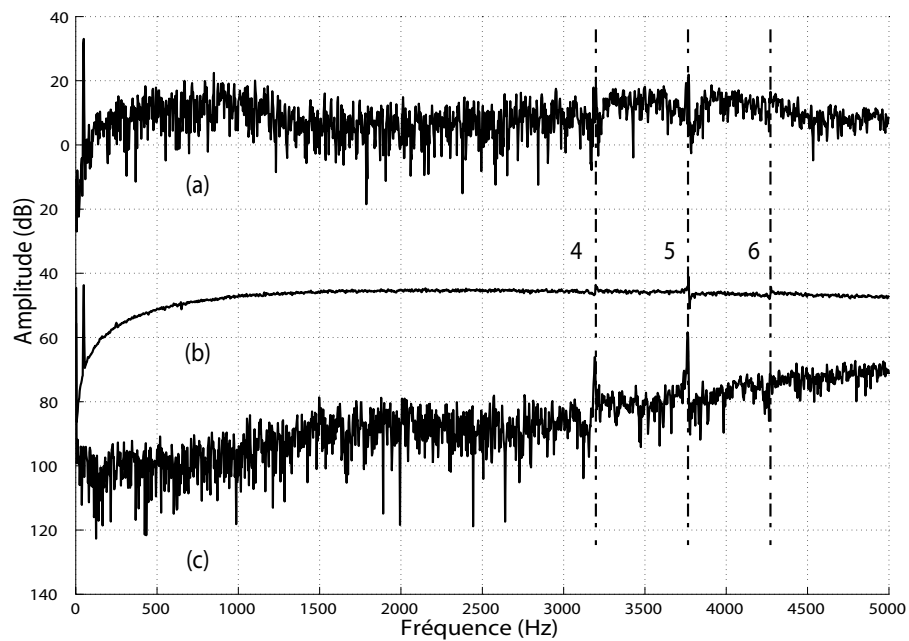


FIG. 6.42 – Diagrammes de Bode expérimentaux entre les signaux du capteur et ceux émis par les électrodes de contrôle. (a) FRF entre le signal émis par les électrodes de contrôle et celui injecté par la table vibrante, (b) FRF entre le signal émis par les électrodes d'excitation de la poutre centrale et celui injecté sur les électrodes de contrôle et (c) FRF entre le signal émis par les électrodes d'excitation de la poutre centrale et celui injecté par la table vibrante,

## 6.5 Conclusion

Le test de faisabilité du contrôle actif d'une cellule accélérométrique porte sur l'augmentation de son coefficient d'amortissement à 1%. Pour une sollicitation aléatoire d'amplitude 10 g, il faut appliquer, théoriquement, sur les électrodes de la structure une tension d'environ 600 V. Cette valeur est supérieure à la tension de claquage dans l'air pour un gap de  $5\mu m$ . Par conséquent, pour cette configuration, l'objectif de contrôle (1%) du premier mode de structure est théoriquement difficile à réaliser. La mise en oeuvre expérimentale nous donne des résultats prometteurs avec une mesure de référence extérieure. Mais, la limitation de la tension de contrôle ne nous permet d'atteindre la limite de claquage. Néanmoins, la tendance et les performances du contrôle expérimental sont en corrélation avec la théorie. L'utilisation d'une mesure interne s'avère impossible dans l'état actuel à cause de la présence d'un fort couplage. Pour lever cette difficulté, nous devons ajouter des électrodes d'observation, dûment optimisées, à partir desquelles le contrôle pourrait être élaboré.

Cependant, le problème général réside dans le fait que la structure en elle-même n'a pas été conçue afin d'"être contrôlée". Il est toujours compliqué d'ajouter une fonction supplémentaire à un système non prévu à cet effet. Cependant, il demeure deux solutions possibles pour améliorer les performances du contrôle vibratoire.

Nous pouvons faire varier des paramètres physiques de la cellule. Par modification de la masse et/ou de la rigidité du système, nous sommes susceptibles de trouver un compromis favorisant le contrôle. En outre, il s'agit de reconcevoir complètement la cellule afin de conserver ses propriétés de fonctionnement en capteur tout en lui conférant la capacité de contrôler ces deux premiers modes de structure. Ce choix ne semble pas le plus pertinent.

Nous pouvons également ajouter entre le support sur lequel est la cellule et la cellule elle-même un système de suspension actif. Celui-ci permet de soustraire la structure à son environnement ambiant dans la zone fréquentielle qui parasite le fonctionnement. Cette option ne nécessite pas de reconception et n'affecte pas la fonction "capteur accélérométrique".

## Bibliographie

- [1] LEROY J.C. Isolation active de micro-capteurs vibrants - annexe technique. Rapport technique, SAGEM S.A., Septembre 2002.
- [2] LEWIS J.A. The effect of driving electrode shape on the electrical properties of piezo-electric crystals. *The Bell system technical journal*, pages 1259–1280, Sept 1961.
- [3] GEORGE P. L. *Automatic mesh generation - Application to finiter element methods*. Wiley, 1991.
- [4] THE ARPACK ARNOLDI PACKAGE. <http://www.caam.rice.edu/software/ARPACK>.



- [5] LALLEMENT G. *Cours d'élastodynamique : méthodes de base et problèmes inverses*, Année 2001-2002. Cours de DEA OMM filière Mécanique des Structures, ENSMM option Mécanique et DESS ICSM.
- [6] GERADIN M. et RIXEN D. *Théorie des vibrations - Applications à la dynamique des structures*. Masson, Paris, 2nd edition, 1996.
- [7] BOYLE W. S. and KISLIUK P. Departure from paschen's law of breakdown in gases. *Phys. Rev.*, pages 255–259, Jan 1955.
- [8] TRUCHOT P. *Définition et modélisation analytique et numérique de structures vibrantes en quartz en vue de la réalisation de micro-capteurs à sortie fréquentielle*. Thèse, Université de Franche-Comté, Juillet 1995.
- [9] BEL O. *Gyromètre deux axes micro-usiné*. Thèse, Université de Franche-Comté, Octobre 2001.
- [10] GARDIOL F. *Traité d'électricité - Electromagnétisme*, volume III. Presses polytechniques et universitaires romandes, nouvelle edition, 1996.

# Chapitre 7

## Microsuspensions actives

### 7.1 Introduction

Nous l'avons remarqué au chapitre précédent, l'adjonction d'un montage de contrôle sur un composant existant est complexe. Par ailleurs, les performances obtenues sont intéressantes mais loin d'être maximales. Par conséquent, il semble pertinent de nous intéresser non pas au capteur en lui-même mais au support sur lequel il est fixé.

Par conséquent, une hybridation électromécanique est à effectuer. L'hybridation est le croisement entre différentes technologies afin de rendre un système mieux adapté à un environnement défini. Nous voulons faire fonctionner une impédance mécanique active dans un milieu électronique. Les problèmes soulevés lors d'une hybridation sont, bien entendu, liés à l'adaptation de technologies. Dans notre cas, l'utilisation de transducteurs compatibles avec l'électronique ambiante et l'emploi de méthodes d'usinage communément utilisées dans la fabrication des cartes de commande sont à étudier.

Une première phase de recherche a été d'étudier les possibilités d'isolation active offertes par des micropoutres piézo-composites en alumine, avec différentes conditions aux limites. L'efficacité d'isolation d'un micro-système encastrée-libre utilisant une stratégie classique de type sky-hook est caractérisée et largement étudiée dans [1]. Par la suite, l'étude d'une poutre encastrée-encastrée utilisant un capteur interne est effectuée [2]. Le capteur central, constitué d'un matériau piézoélectrique (le PVDF), renvoie un signal du type  $y_{\text{capteur}} = \alpha.w(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t) + \beta.M.\frac{\partial^2 w(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t)}{\partial t^2}$  [3, 4]. Dans la gamme de fréquences étudiées lors de l'analyse, le second terme est prépondérant. Un contrôle intégrateur direct est appliqué pour retomber sur une stratégie d'amortissement sky-hook basée sur une mesure d'accélération ainsi obtenue. Malheureusement, les résultats sont limités par la connectique ajoutée a posteriori.

Dans ce chapitre, nous présentons une étude dont l'objectif est de concevoir, fabriquer et tester un système d'isolation actif intégré pour micro-composants électroniques sensibles. Ce programme de recherche est issu d'une étroite collaboration avec le Laboratoire de Céramique de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne représenté par Paul Muralt et Jacek Baborowski.

Un cahier des charges est élaboré à partir des spécifications obtenues au chapitre 6. Les fréquences à partir desquelles les problèmes d'isolation se posent sont situées à environ

3000 Hz. Par ailleurs, les accélérations endurées par ce type de matériels sont de l'ordre de 50g. De plus, les composants sensibles de nouvelle génération, actuellement en cours de développement, possèdent une masse de l'ordre de 10 mg. La suspension développée doit se placer dans le cadre de ces contraintes.

## 7.2 Description des structures étudiées

La solution technologique envisagée, pour atteindre notre objectif, est l'emploi de structures piézocomposites constituées de dépôts de PZT sur un substrat en Silicium. La méthode de fabrication utilisée pour ce type de dispositifs est la méthode Sol-Gel (cf chapitre 3). La phase de micro-usinage nécessite une compétence et une infrastructure dont dispose le Laboratoire de Céramique de l'EPFL.

Les systèmes de suspension sont des poutres encastrees-encastrees constituées, comme indiqué sur la figure 7.1, de 50  $\mu\text{m}$  de Silicium, 2  $\mu\text{m}$  d'oxyde de silicium (SOI), d'une électrode de quelques nanomètres, d'une couche de 2  $\mu\text{m}$  de PZT et d'une électrode supérieure localisée à l'endroit où la couche est utilisée (comme actionneur ou comme capteur). Nous cherchons à valider les stratégies de contrôle développées au chapitre 5 pour l'isolation de micro-composants sensibles. Lors de cette phase de tests numériques et expérimentaux, le microcomposant à isoler n'est qu'une masse cubique de 1mm en acier soit de 7.8 mg. Les dispositifs sont donc dimensionnés pour supporter des vibrations aléatoires d'amplitude rms supérieure à 50 g ( $9.81 \text{ m.s}^{-2}$ ) pour une masse suspendue de 7.8 mg. L'épaisseur des couches piézoélectriques est limitée par les contraintes technologiques de déposition. Les dimensions des poutres utilisées sont 5.4 mm de long et 1.1 mm de large. Les longueurs de PZT actionneurs sont optimisées par application du critère donné au chapitre 4. Nous obtenons le diagramme d'évolution du critère en fonction de la longueur de déposition (cf figure 7.2). Selon l'architecture choisie, nous pouvons mettre en oeuvre chacune des stratégies envisagées au chapitre 5.

Lors du fonctionnement de la suspension, un signal de contrôle est calculé à partir de mesures effectuées par des capteurs piézoélectriques. Ce signal est amplifié et appliqué aux deux couches PZT activatrices. Il est ainsi possible appliquer une force mécanique de contrôle dans le système.

### 7.2.1 Dispositif avec capteur interne de force

Un schéma du premier dispositif testé est présenté sur la figure 7.3. L'objectif de cette première phase est de valider, d'une part, le modèle multiphysique de ce système et, d'autre part, de donner les propriétés de l'isolation active sky-hook avec une mesure fournie par un capteur interne au dispositif afin de le rendre autonome. De plus, un vélocimètre laser pointé sur la masse à isoler nous livre une mesure extérieure. Une photographie du système réel se trouve en figure 7.4.

Compte tenu des résultats présentés au chapitre 5, nous utilisons un capteur qui doit mesurer l'accélération transmise à la masse dans la gamme de fréquence d'analyse. A cette fin, nous ajoutons une couche piézoélectrique entre la poutre de suspension et la masse à suspendre [2, 5].

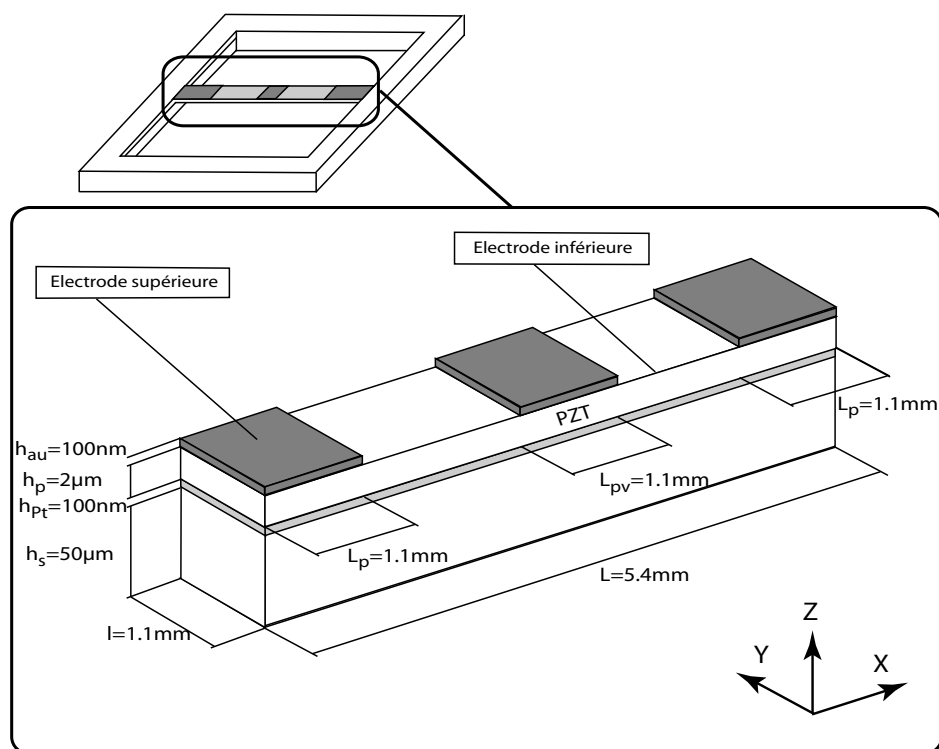


FIG. 7.1 – Descriptif des couches des piézocomposites employés

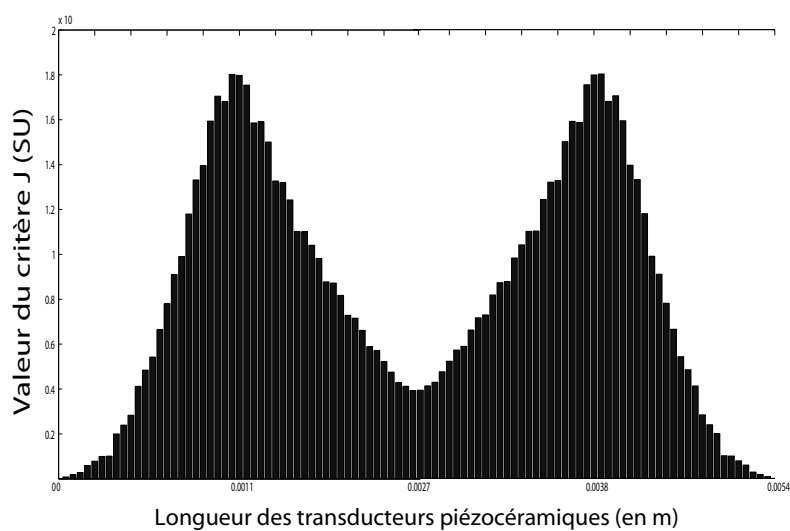


FIG. 7.2 – Critère d'optimisation en fonction de la longueur des transducteurs

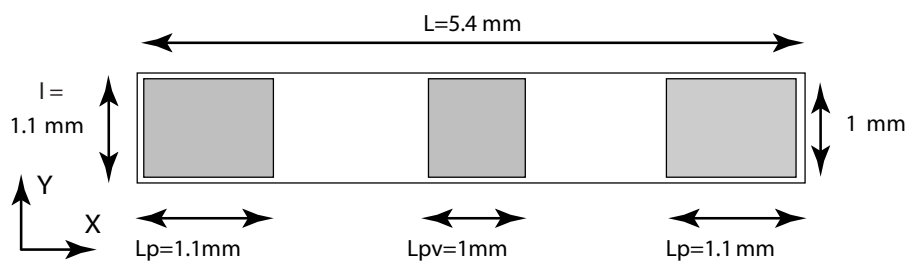


FIG. 7.3 – Dimensions du dispositif d'isolation de type poutre



FIG. 7.4 – Photographie du dispositif d'isolation de type poutre

### 7.2.2 Dispositif avec capteur interne de force et de déplacement relatif

Afin de montrer expérimentalement l'efficacité de la stratégie introduite au chapitre 5, nous avons réalisé un autre dispositif intégrant un capteur interne de type déformations relatives. Nous avons ajouté une seconde poutre perpendiculairement à la première équipée de deux couches piézoélectriques. Ces deux films PZT mesurent la déformation de la poutre, c'est à dire un signal proportionnel au déplacement relatif de la masse. Un schéma de la structure est montré en figure 7.5. Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 7.6.

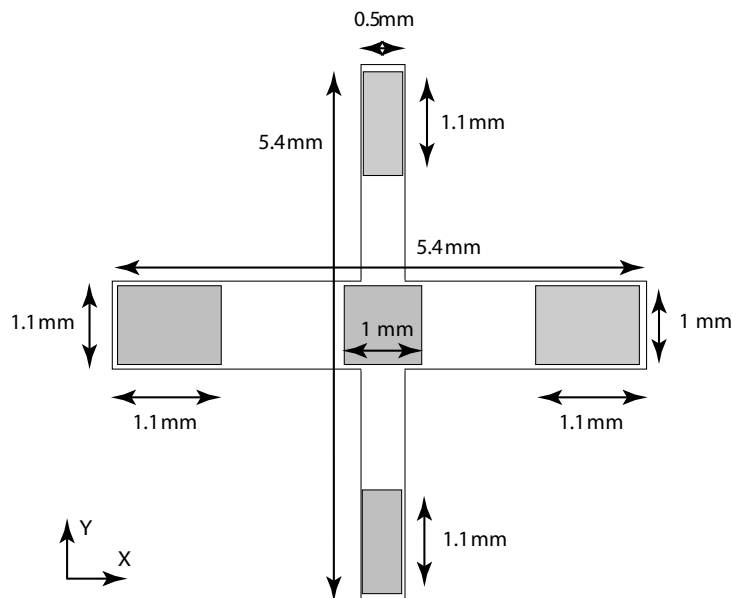


FIG. 7.5 – Dimensions du dispositif d'isolation de type croix

### 7.2.3 Configuration du système multiélectrodes

Une attention particulière a été portée à la configuration des pistes de connexion des actionneurs et du capteur central. En effet, la piste provenant du capteur passe nécessai-

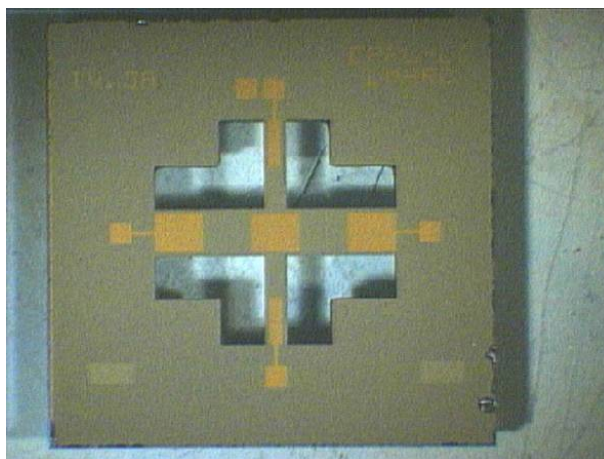


FIG. 7.6 – Photographie du dispositif d'isolation de type croix

rement à proximité d'un des actionneurs. Les contraintes liées à la méthode de déposition et à la puissance minimale de l'actionneur considéré nous impose le dimensionnement présenté en figure 7.7. Une photographie du système réel est affichée sur le figure 7.8.

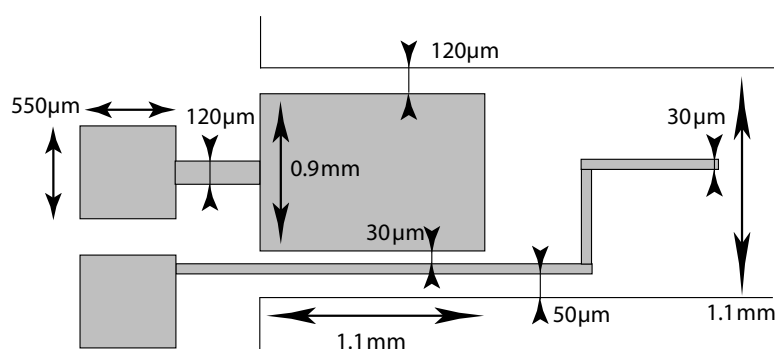


FIG. 7.7 – Dimensions du dispositif multiélectrode.

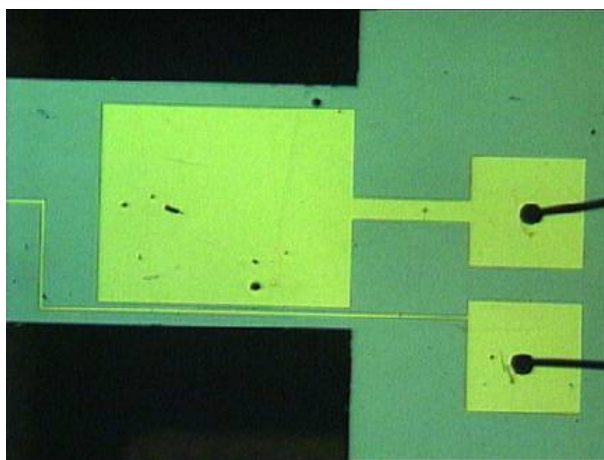


FIG. 7.8 – Photographie du dispositif multiélectrode.

Il est impératif, dans ces conditions, d'évaluer les éventuels couplages engendrés par cette configuration géométrique. Pour ce faire, nous effectuons une modélisation 2D du

problème en électrostatique. Nous plaçons deux électrodes aux dimensions d'un actionneur et d'une piste sur un support. L'ensemble est placé dans l'air. Nous prenons comme limite maximale de contrôle, un potentiel électrique de 25 V appliqué sur l'électrode activatrice. Nous étudions, par le biais de la simulation, le potentiel électrique résultant sur la piste de mesure (cf figure 7.9). Les éléments du maillage employé sont de type triangulaire [6]. Nous obtenons un potentiel de 4,3 V sur la piste du capteur. Il existe donc un terme de "feedthrough" entre l'actionnement et la mesure c'est à dire un passage d'information direct entre les entrées et les sorties du système. Le terme de "feedthrough" correspond à la matrice D des équations d'état d'un système. Il reste à déterminer, via des mesures expérimentales, l'incidence de ce terme sur le dispositif.

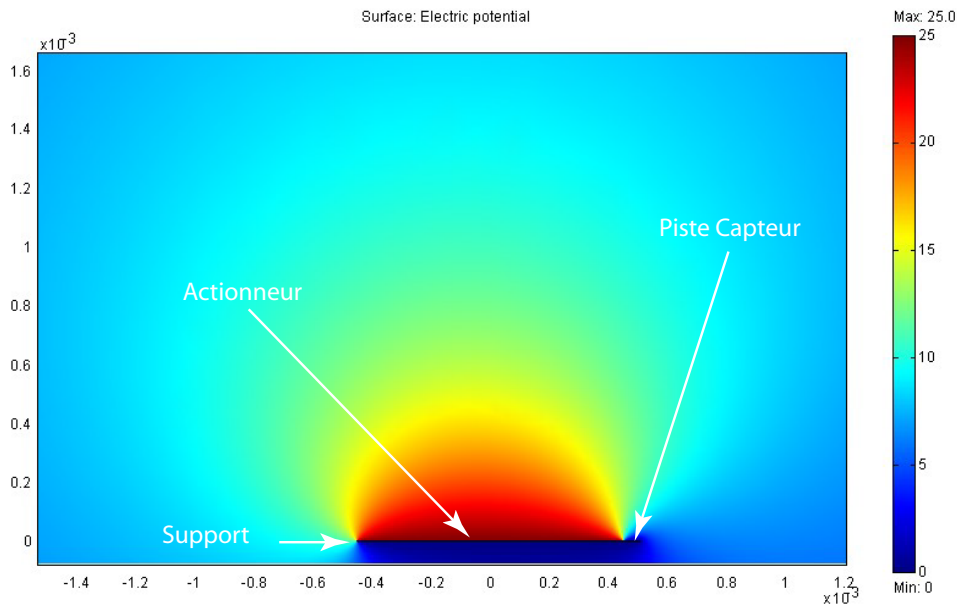


FIG. 7.9 – Visualisation du potentiel électrique pour les dimensions de pistes choisies.

## 7.2.4 Préparation des dispositifs

Les dispositifs doivent être préparés afin de pouvoir procéder aux essais expérimentaux. Les dispositifs sont montés sur des plaquettes à circuits imprimés (PCB) par collage. Ensuite, la connection électrique entre les électrodes de la structure et les pistes du circuits imprimés est effectuée par la technique de câblage par fil (wire bonding). Cette méthode consiste en la soudure entre les deux parties d'un fil d'or fin d'un diamètre classique de 30  $\mu\text{m}$ . Le wire bonding est, dans ce cas précis, tout à fait adapté. En effet, les deux parties reliées par le fil (bond) sont solidaires et relativement proches l'une de l'autre. Une photographie d'un dispositif de type croix préparé est montrée sur la figure 7.10.

L'objectif de la première phase, concernant la suspension simple, est de valider, d'une part, le modèle multiphysique de la structure et, d'autre part, de donner les propriétés de la suspension avec une mesure interne. Les données expérimentales obtenues sont utilisées comme référence pour les tests de la structure de type croix.

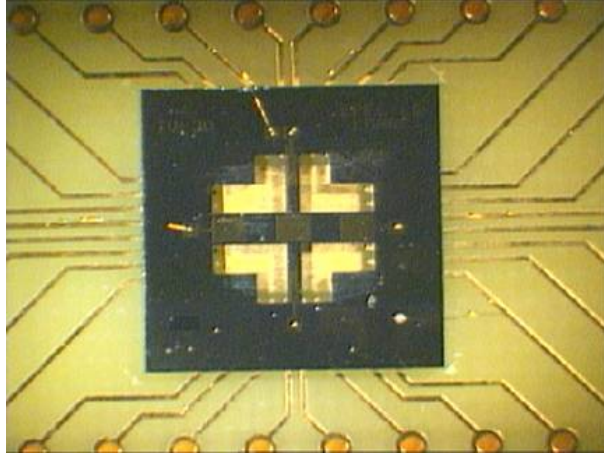


FIG. 7.10 – Photographie d'un dispositif préparé pour la mise en oeuvre expérimentale

## 7.3 Etude de la suspension avec un capteur de force interne

### 7.3.1 Modélisation multiphysique de la structure

A présent, il est nécessaire de valider le principe d'isolation de la structure de type poutre sur un modèle numérique. Tout d'abord, nous procédons à l'étude de la poutre de suspension sans la masse à isoler. Dans un second temps, la masse simulant la présence de l'élément sensible est placée sur la suspension afin d'en évaluer les performances. Par la suite, les fonctions de transfert sont comparées à celles mesurées sur la structure réelle.

Le modèle numérique employé est un modèle éléments finis multiphysique développé sous l'environnement Femlab<sup>©</sup>. Les équations aux dérivées partielles de la structure couplée sont présentées au chapitre 3. Afin de résoudre le champ électrique dans nos couches piézoélectriques minces, nous devons procéder une modélisation 3D de la structure. Cependant, compte tenue de la symétrie de la structure, nous procédons à une modélisation 2D dans le plan  $(\vec{X}, \vec{Z})$ .

Les conditions aux limites sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u}(-\frac{L}{2}, z) = 0 \\ \mathbf{u}(\frac{L}{2}, z) = 0 \\ V(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}, 0) = 0 \\ V(-\frac{L_{pv}}{2}, \frac{L_{pv}}{2}, h_p) = 0 \\ V(-\frac{L}{2}, -\frac{L}{2} + L_p, h_p) = V_{actionnement} \\ V(\frac{L}{2} - L_p, \frac{L}{2}, h_p) = V_{actionnement} \end{array} \right.$$

Les autres faces des couches piézoélectriques minces sont considérées isolées électriquement ( $\vec{D} \cdot \vec{n} = 0$ ) (cf figure 7.11). Le facteur d'amortissement inhérent à la structure est évalué par identification ( $\xi = 0.132\%$ ) [7].

Pour la discrétisation du modèle, nous présentons le mailleur automatique de Femlab<sup>©</sup>. Dans l'espace 2D, les éléments d'Argyris sont utilisés [6].



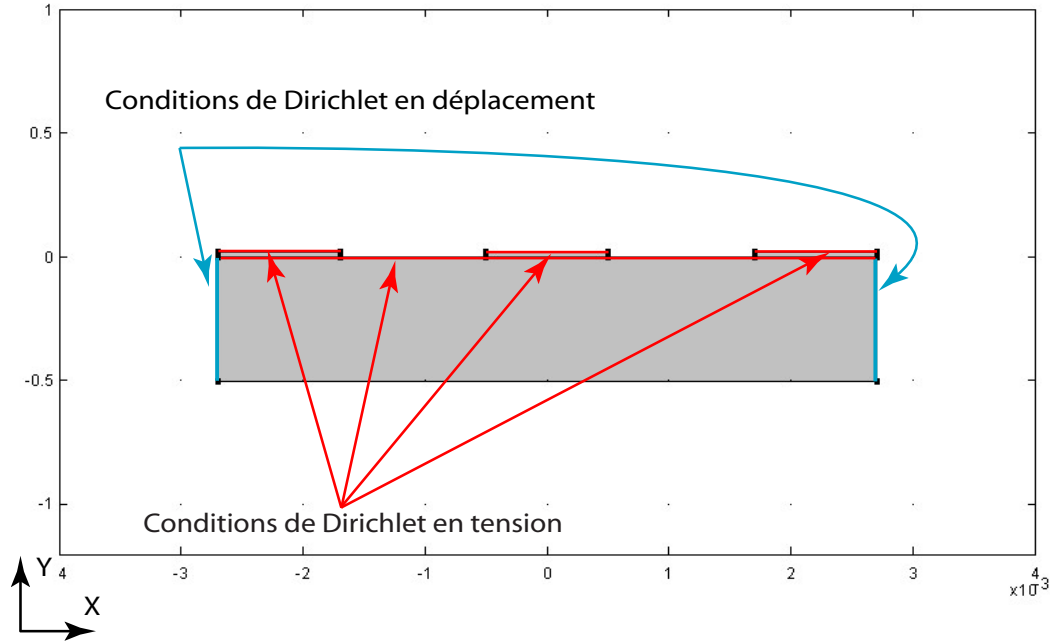


FIG. 7.11 – Schéma de la suspension comprenant ses conditions aux limites

Sur la figure 7.12, nous présentons le maillage "éléments finis" appliqué à la structure nue. Nous avons donc accès à un modèle possédant 3 015 degrés de liberté.

Nous observons, sur la figure 7.13, le maillage "élément finis" de la suspension chargée avec la masse à isoler. Le modèle obtenu comporte 4 446 degrés de liberté.

La première déformée modale de la structure sur laquelle la masse représentant l'élément à isoler est placée est représentée sur la figure 7.14.

Nous avons, à présent, accès aux différentes fonctions de transfert de la structure couplée. Tout d'abord, vérifions que le capteur central est de type accélérométrique dans la gamme de fréquences de l'analyse. Pour cela, nous traçons le diagramme de Bode entre un déplacement imposé aux bords de la poutre et la charge émise par le capteur (cf figure 7.15).

Nous voyons apparaître trois zones de fonctionnement du capteur :

- de 0 Hz à 33.5 Hz. Le capteur perçoit préférentiellement le déplacement de la masse.  
 $q_{\text{capteur}} = \alpha \cdot w_s$
- de 33.5 Hz à  $8e^5$  Hz. Le capteur est, majoritairement, de type accélérométrique.  
 $q_{\text{capteur}} = \alpha \cdot \ddot{w}_s$
- au-delà de  $8e^5$  Hz. Nous voyons apparaître la troncature de la base modale.

Le capteur possède un signal de la forme  $y_{\text{capteur}} = \alpha \cdot w(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t) + \beta \cdot M \cdot \frac{\partial^2 w(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t)}{\partial t^2}$  lorsque la poutre est chargée [2]. Nous désirons identifier les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ . Le paramètre  $\alpha$  est déterminé à partir de la modélisation de la poutre nue. Le signal est alors

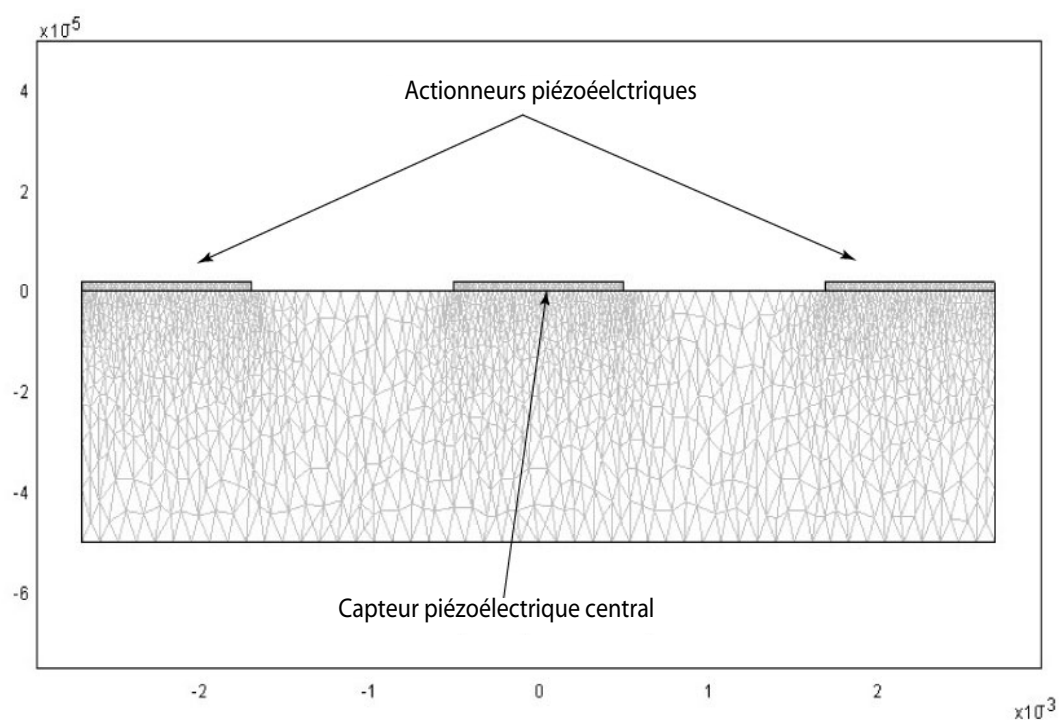


FIG. 7.12 – Maillage "éléments finis" employé pour la suspension nue. (les échelles des axes ne sont pas égales)

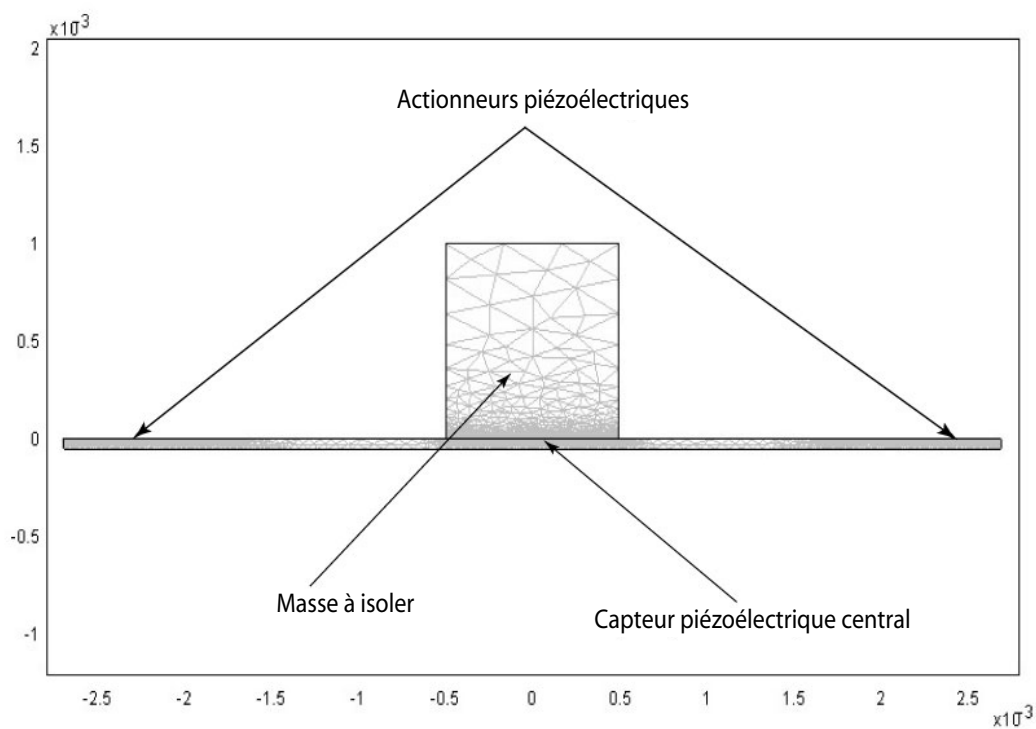


FIG. 7.13 – Maillage "éléments finis" employé pour la suspension chargée.

proportionnel à la déformation de la poutre  $y_{\text{capteur}} = \alpha \cdot w\left(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t\right)$ . Après détermination

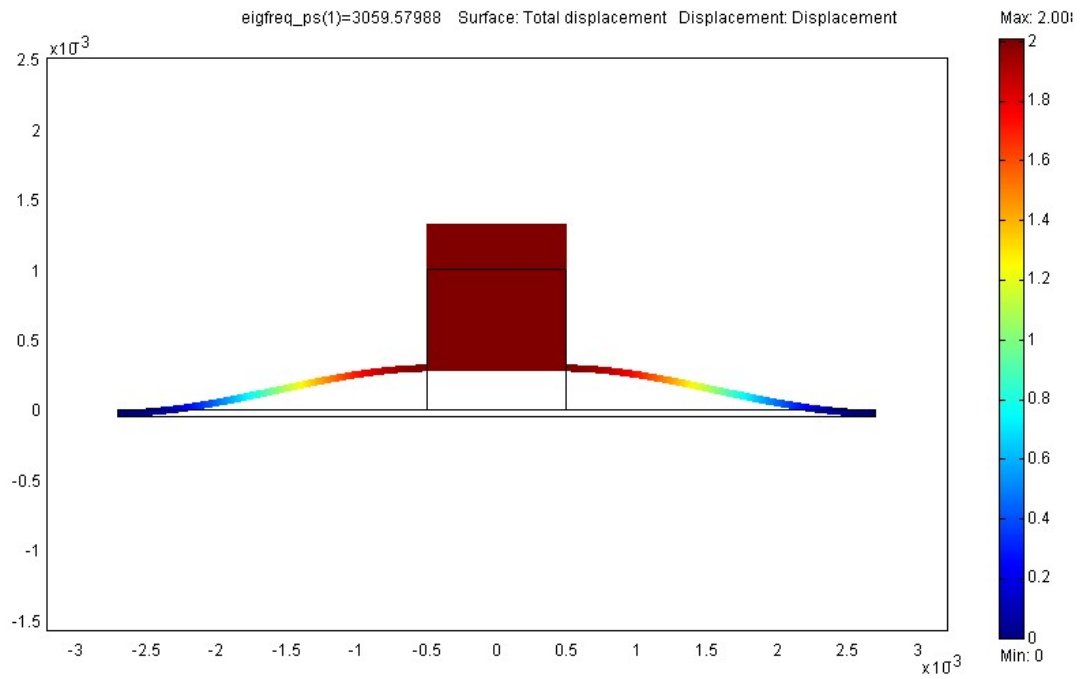


FIG. 7.14 – Première déformée modale de la poutre chargée de l'élément à isoler (3059 Hz)

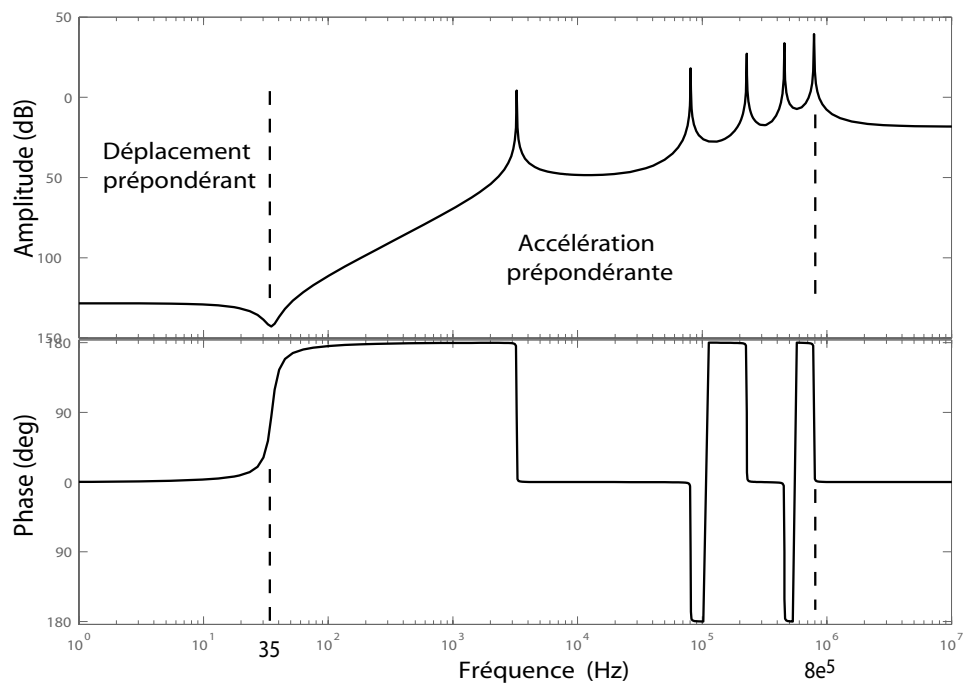


FIG. 7.15 – Diagramme de Bode entre un déplacement imposé aux bords de la poutre et la charge émise par le capteur central.

de  $w(\frac{L_{poutre}}{2}, t)$ , nous obtenons  $\alpha = 5.295e^{-6}$  SI. De la même manière avec le modèle de la poutre chargée, nous estimons l'accélération et la déformation subies par la couche et

nous identifions  $\beta = 3.878e^{-7}$  SI. Par conséquent, le signal du capteur est

$$y_{\text{capteur}} = 5.295e^{-6} \cdot w\left(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t\right) + 3.878e^{-7} \cdot M \cdot \frac{\partial^2 w\left(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t\right)}{\partial t^2} \quad (7.1)$$

Si nous ne considérons que le premier mode de la suspension, la structure équivalente est un système "Masse-ressort". L'équation de mouvement entre un déplacement imposé au support et le déplacement de la masse s'écrit :

$$w = \frac{K}{K - \omega^2 \cdot M} \quad (7.2)$$

En introduisant l'expression (7.3) dans la relation (7.1), nous obtenons

$$y_{\text{capteur}} = \frac{5.295e^{-6} \cdot K - 3.878e^{-7} \cdot \omega^2 \cdot M \cdot K}{K - \omega^2 \cdot M} \quad (7.3)$$

La fréquence de coupure entre le comportement "capteur de déformation" et "capteur d'accélération" est évaluée à :

$$f_{\text{coupure}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{5.295e^{-6}}{3.878e^{-7} \cdot M} = \frac{5.295e^{-6}}{3.878e^{-7} \cdot M} = 33.5 \text{ Hz} \quad (7.4)$$

L'équation (7.3) permet d'expliquer la forme du signal émis par le capteur central et montré sur la figure (7.15).

Par la suite, nous testons expérimentalement les structures. Une confrontation modèle - expérience est alors effectuée.

### 7.3.2 Caractérisations expérimentales

L'expérimentation s'effectue en deux étapes. Une mesure extérieure émise par un vélocimètre est employée pour analyser le fonctionnement de la structure . Par la même démarche, nous validons le modèle multiphysique. Ensuite, nous utilisons la mesure émise par le capteur interne pour observer le comportement de la suspension.

Une photographie de l'environnement expérimental est montrée en figure 7.16. Nous observons les amplificateurs de tension nécessaires à l'alimentation des couches PZT de la table vibrante et des couches PZT minces de la suspension. La tension maximale applicable sur les PZT de la suspension est évaluée à 25V. Au-delà de cette valeur, nous risquons d'atteindre la tension de calquage des actionneurs. Le conditionneur de signal nous renvoie une tension proportionnelle au courant émis par le capteur central.

Il est à noter que les amplificateurs de tension reliés aux couches PZT activatrices possèdent une "dynamique" interne. Le diagramme de Bode entre l'entrée et la sortie d'un amplificateur de tension est représenté sur la figure 7.17. Ils engendrent notamment une dérive de phase qui peut limiter les performances du contrôle.

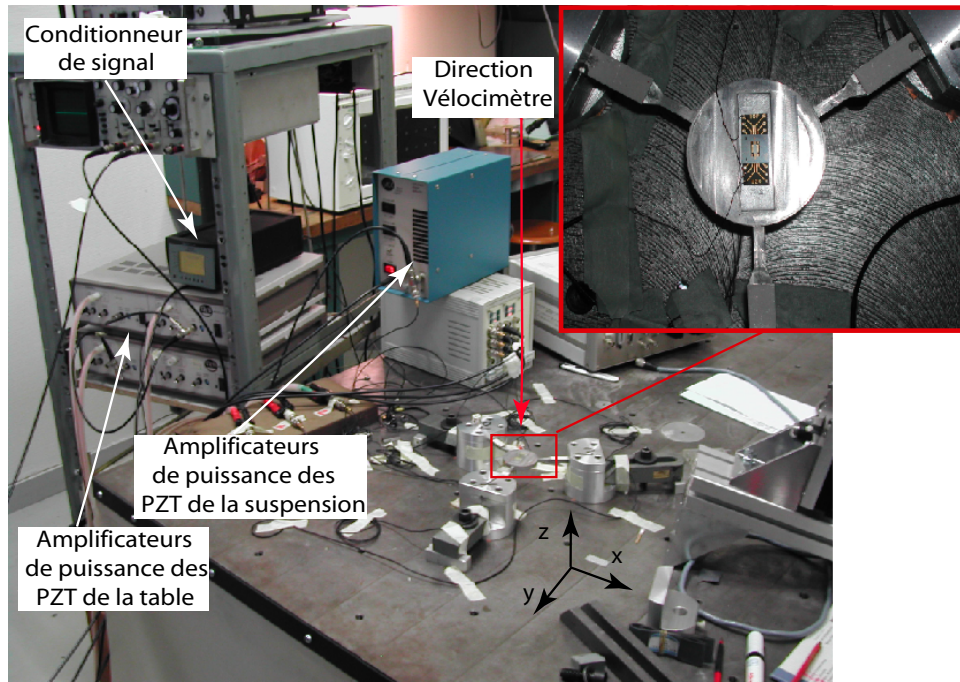


FIG. 7.16 – Photographie du montage global

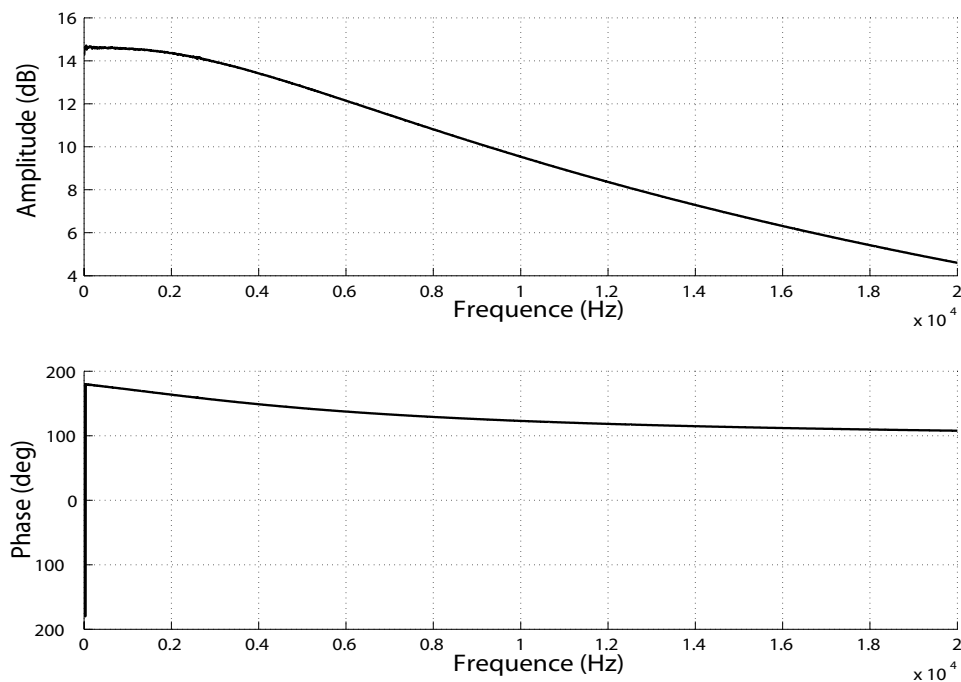


FIG. 7.17 – Diagramme de Bode entre l'entrée et la sortie de l'amplificateur de puissance

### Analyse de la poutre non chargée

Sur la figure 7.18, nous comparons le diagramme de Bode expérimental (trait plein) et celui simulé. Ils représentent la fonction de transfert entre le signal appliqué sur les actionneurs de la suspension et celui produit par le capteur central pour la poutre non chargée.

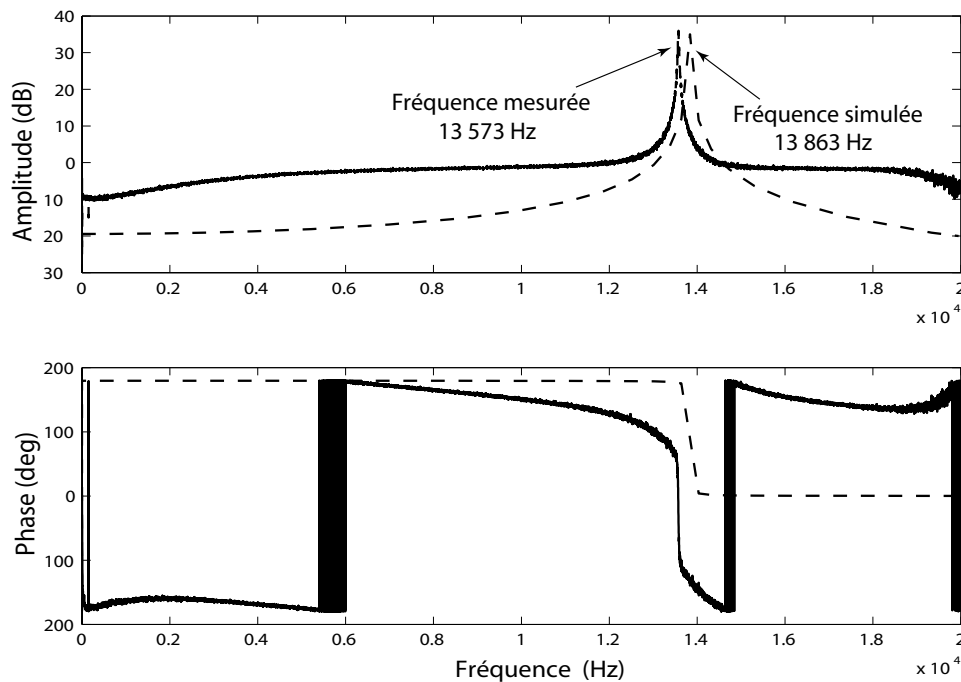


FIG. 7.18 – Diagrammes de Bode, théorique (en pointillés) et expérimental (en traits pleins), entre la tension appliquée aux bornes des PZT actionneurs de la suspension et le capteur central pour la poutre nue.

La corrélation entre la simulation et l'expérience est relativement bonne sur la résonance. Il est à noter qu'aucun recalage n'a été effectué. Par conséquent, nous en déduisons que le processus de fabrication est bien contrôlé et que les défauts d'usinage sont négligeables par rapport aux dimensions et à la géométrie de la structure. Cependant, il apparaît clairement un fort couplage entre les deux signaux étudiés. Nous observons un terme de "feedthrough" important et des coupures en basses et hautes fréquences. Plusieurs causes peuvent expliquer ces phénomènes :

- la coupure en hautes fréquences est certainement due à l'amplificateur de charges.
- la coupure en basses fréquences est le résultat d'un couplage via la masse commune à tous les transducteurs. La modélisation complète du circuit électrique équivalent est effectuée en Annexe 5. Par identification, nous obtenons la forme de la fonction de transfert du couplage  $H_{couplage} = \frac{s}{s+b}$ . La figure 7.19 montre la fonction de transfert du couplage. Ce couplage contribue aussi au terme de "feedthrough".
- Le terme de "feedthrough" provient également du couplage électrostatique entre le signal d'actionnement et le signal du capteur.

### Etude de la suspension chargée via une mesure extérieure

La stratégie de contrôle de type sky-hook est fondée sur l'utilisation de la mesure de vitesse absolue du système sensible à isoler. La mesure de cette vitesse renseigne le contrôleur sur l'état vibratoire de l'élément. Le signal de contrôle est alors amplifié et appliqué aux deux couches PZT activatrices. De plus, une procédure d'acquisition de données est placée en parallèle par rapport au contrôleur. Elle nous permet de tracer les fonctions de

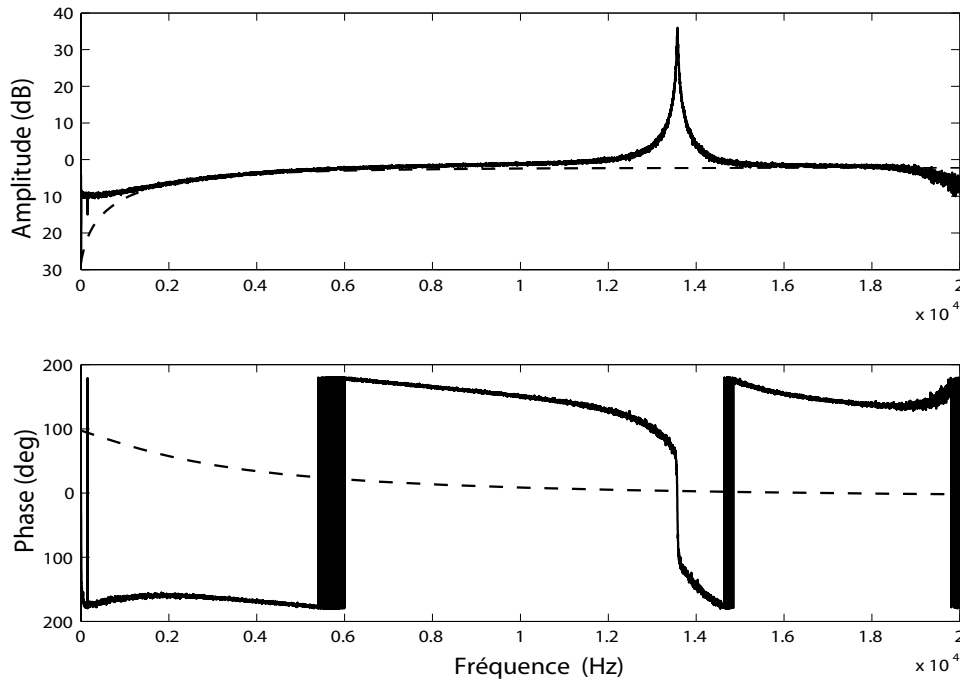


FIG. 7.19 – Diagramme de Bode entre la tension appliquée aux bornes des PZT actionneurs de la suspension et le capteur central, pour la poutre nue, avec la mise en évidence d'un effet de couplage (pointillés)

transfert expérimentales nécessaires à l'analyse et au suivi des performances. Le système produit l'isolation active du système électronique suivant l'axe  $\vec{Z}$ . Le diagramme d'implantation de la stratégie de contrôle est décrite sur la figure 7.20.

La mise en place de la boucle de contrôle utilisant une mesure extérieure, nous permet de valider le modèle numérique multiphysique. En effet, les fonctions de transfert simulées ainsi que les performances théoriques attendues sont proches de la réalité mécanique. Par ailleurs, le bon fonctionnement des actionneurs et du capteur constitués de couches minces piézoélectriques et le principe de la suspension MEMS sont validés.

### Etude de la suspension chargée via une mesure interne

La stratégie de contrôle de la structure de type multipoutres est fondée sur l'utilisation de l'accélération absolue subie par le système sensible à isoler. Cette mesure renseigne le contrôleur sur l'état vibratoire de l'élément. Le signal de contrôle est amplifié et appliqué aux deux couches PZT activatrices. De plus, une procédure d'acquisition de données est placée en parallèle par rapport au contrôleur. Elle nous permet de tracer les fonctions de transfert expérimentales nécessaires à l'analyse et au suivi des performances. Le système produit l'isolation active du système électronique suivant l'axe  $\vec{Z}$ . Le diagramme d'implantation de la stratégie de contrôle est décrite sur la figure 7.22.

Sur la figure 7.23, apparaît la comparaison entre le diagramme de Bode expérimental (trait plein) et le diagramme de Bode simulé pour des valeurs de potentiel électrique faibles. Ils révèlent les fonctions de transfert entre les signaux d'entrée des couches activatrices et du signal en sortie du capteur central.

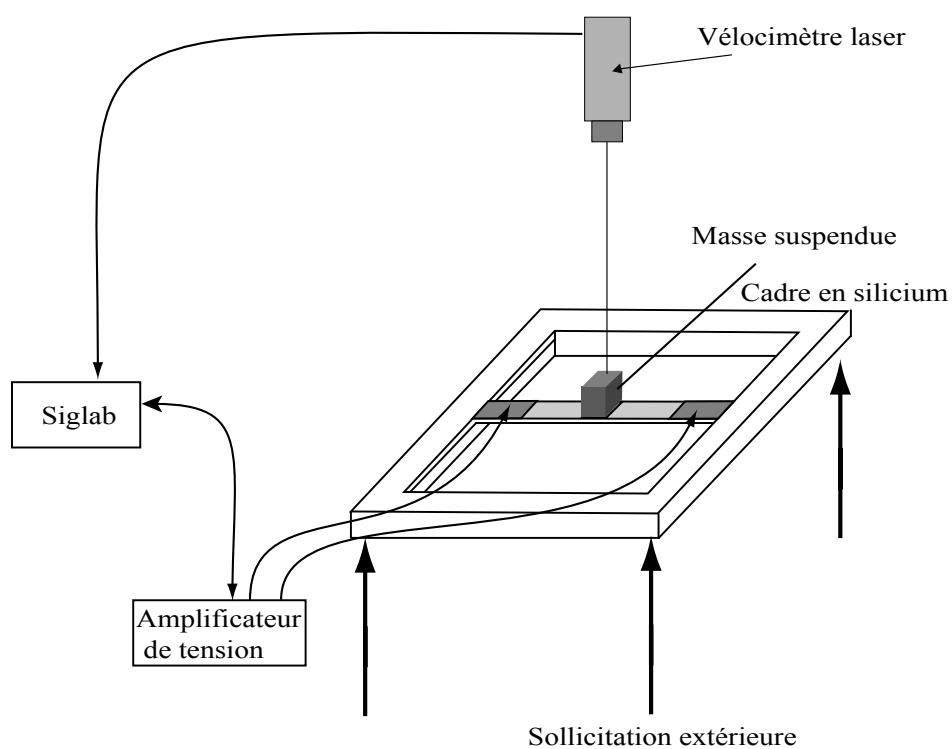


FIG. 7.20 – Architecture du montage expérimental de contrôle pour la poutre avec une mesure extérieure

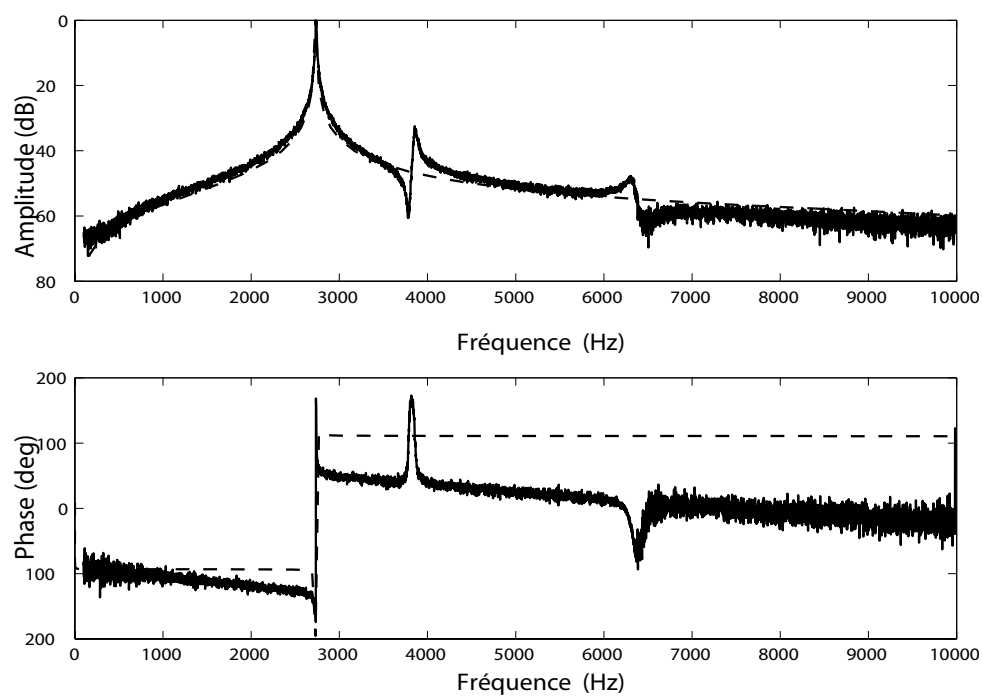


FIG. 7.21 – Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des PZT actionneurs de la poutre et le signal du vélocimètre laser.



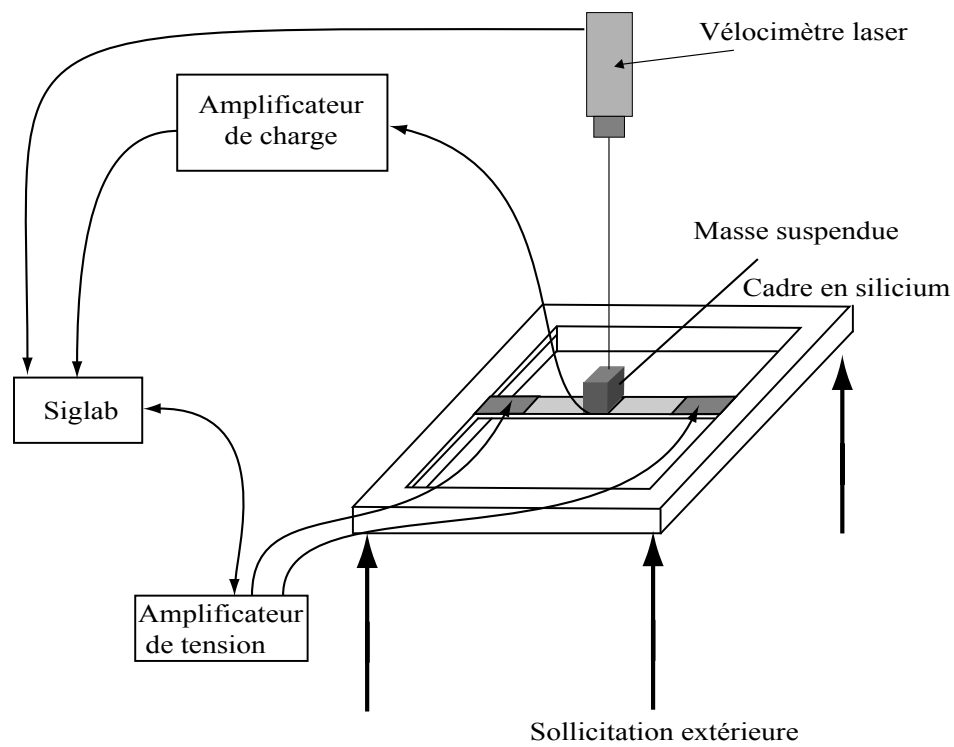


FIG. 7.22 – Architecture du montage expérimental de contrôle pour la poutre avec une mesure interne

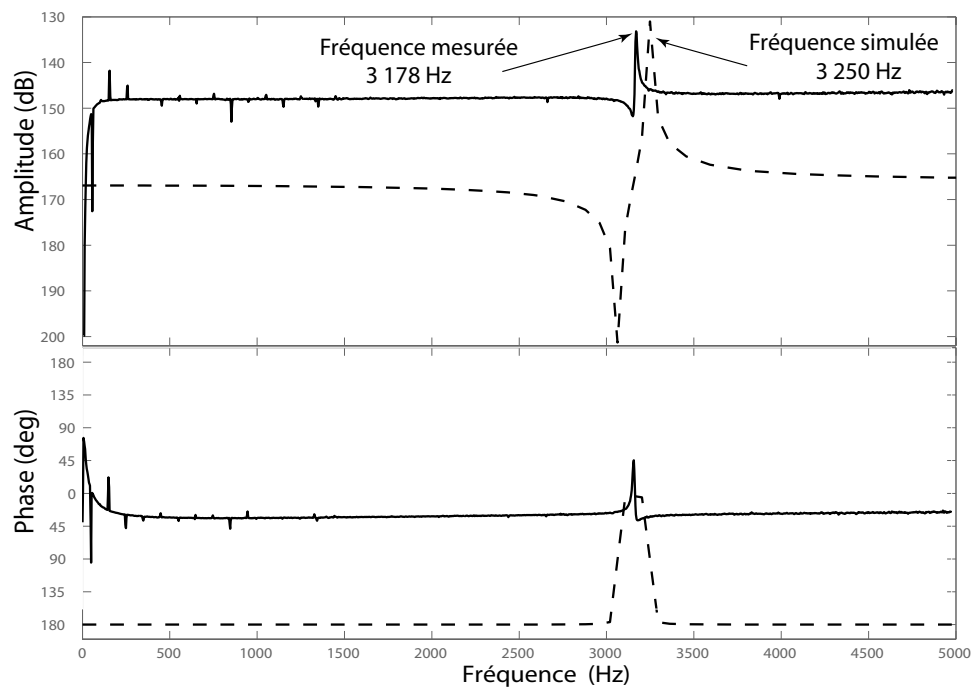


FIG. 7.23 – Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par le capteur central interne pour de faibles niveaux de tension

Il existe clairement une différence entre les deux FRF au niveau de la fréquence de l'anti résonance. En effet, le modèle numérique du système est fondé sur la théorie de la piézoélectricité c'est à dire sur une théorie linéaire. Cependant, les actionneurs de la structure expérimentale possèdent un champ coercitif très faible dû à l'utilisation de couches minces. Par conséquent, le comportement ferroélectrique est dominant et modifie la réponse de la structure pour des valeurs élevées de potentiel électrique appliqué(cf figure 7.24) .

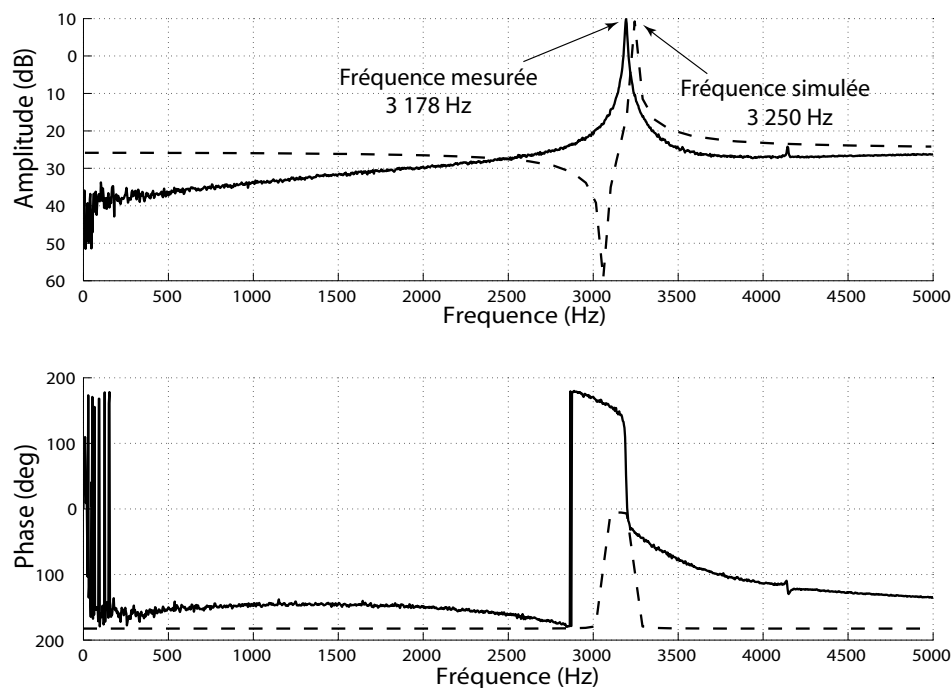


FIG. 7.24 – Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par le capteur central interne pour de grands niveaux de tension.

Afin de mettre en évidence le comportement ferroélectrique des couches piézoélectriques minces, nous effectuons des tests en sinus balayé montant et descendant pour différentes conditions aux limites électriques et pour différentes amplitudes d'excitation. Pour la courbe 7.25, nous excitons la suspension grâce aux actionneurs minces et nous observons la réponse du capteur central. Pour les courbes 7.26 et 7.27, nous excitons la table vibrante et nous mesurons le signal émis par le capteur central. Les conditions électriques aux limites sont, respectivement, de Dirichlet puis de Neumann sur les électrodes supérieures des actionneurs de la suspension. Le phénomène de saut est caractéristique d'un comportement non-linéaire de la structure étudiée (cf figure 7.28).

### 7.3.3 Mises en oeuvre expérimentales du contrôle

L'expérimentation s'effectue en deux étapes. Une mesure extérieure émise par un vélocimètre est employée pour contrôler la masselotte. Puis, nous utilisons la mesure émise par le capteur interne pour élaborer le contrôle et observer les performances de la suspension.

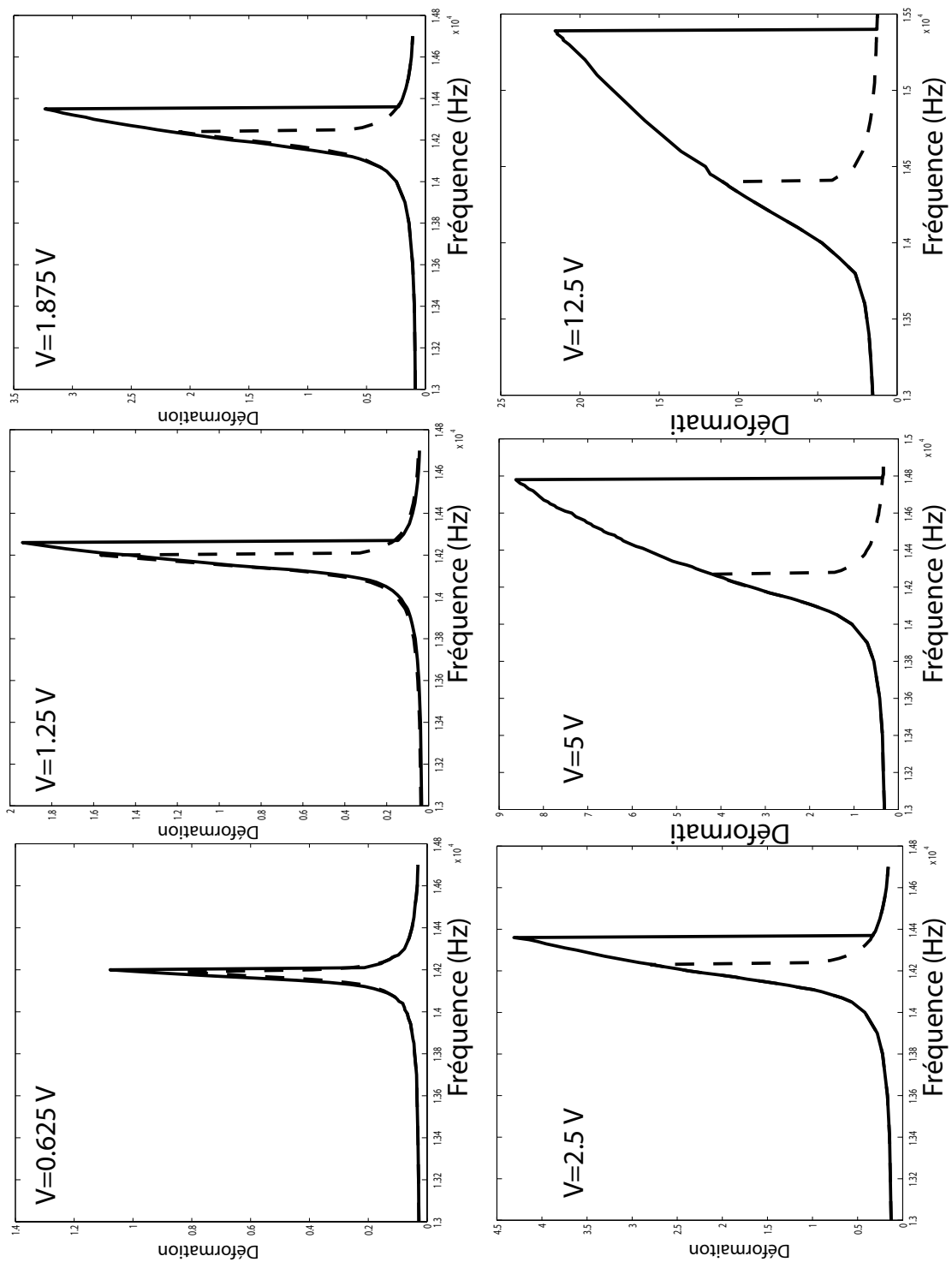


FIG. 7.25 – Fonctions de réponse en fréquence entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs de la suspension et le signal du capteur central pour la poutre non chargée et pour différents niveaux de tension. La courbe en trait plein représente le balayage dans le sens des fréquences croissantes.

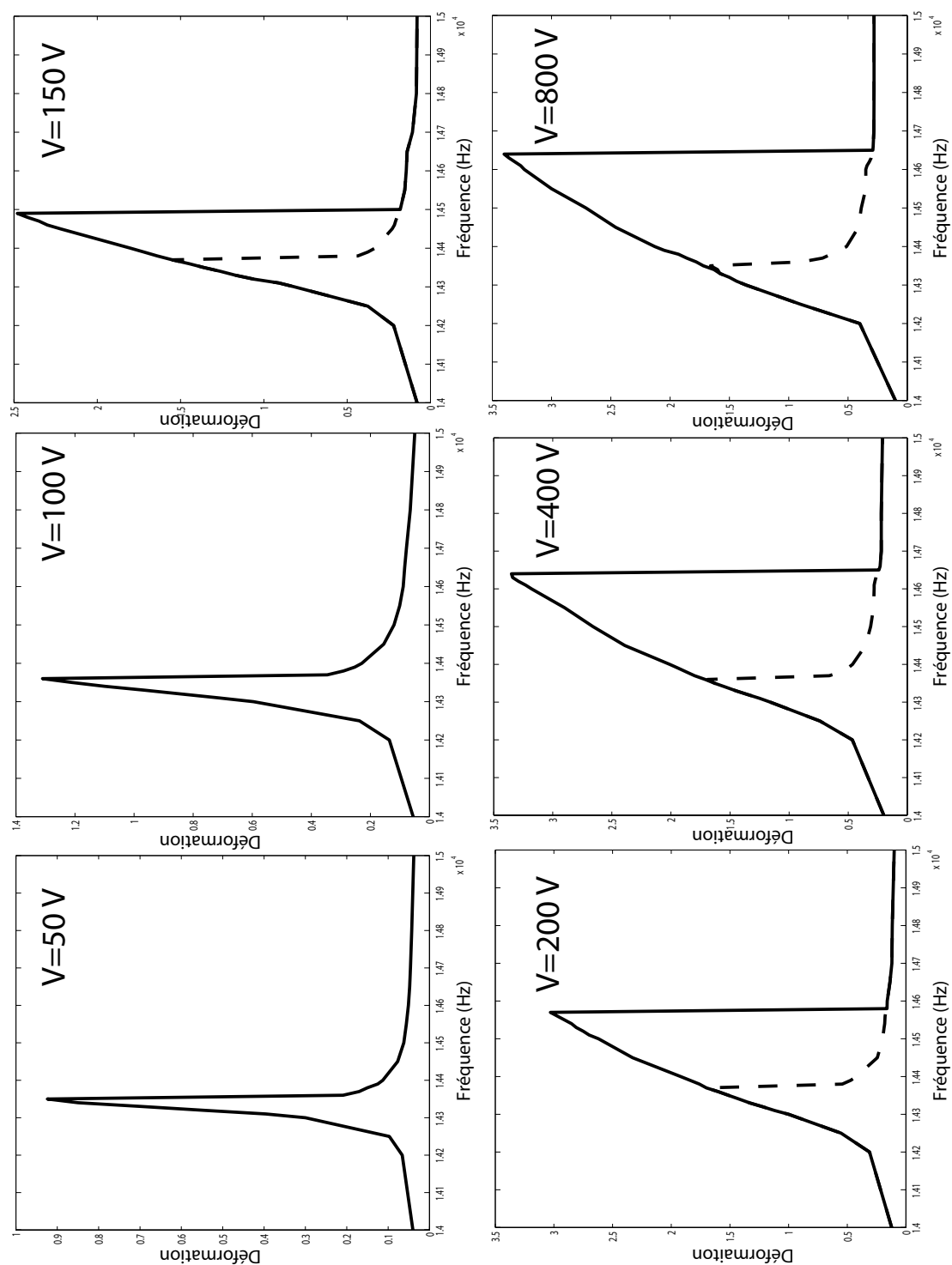


FIG. 7.26 – Fonctions de réponse en fréquence entre la tension d'excitation des actionneurs de la table vibrante et le signal du capteur central pour la poutre non chargée et pour différents niveaux de tension. Les actionneurs de la suspension sont placés en court circuit. La courbe en trait plein représente le balayage dans le sens des fréquences croissantes.

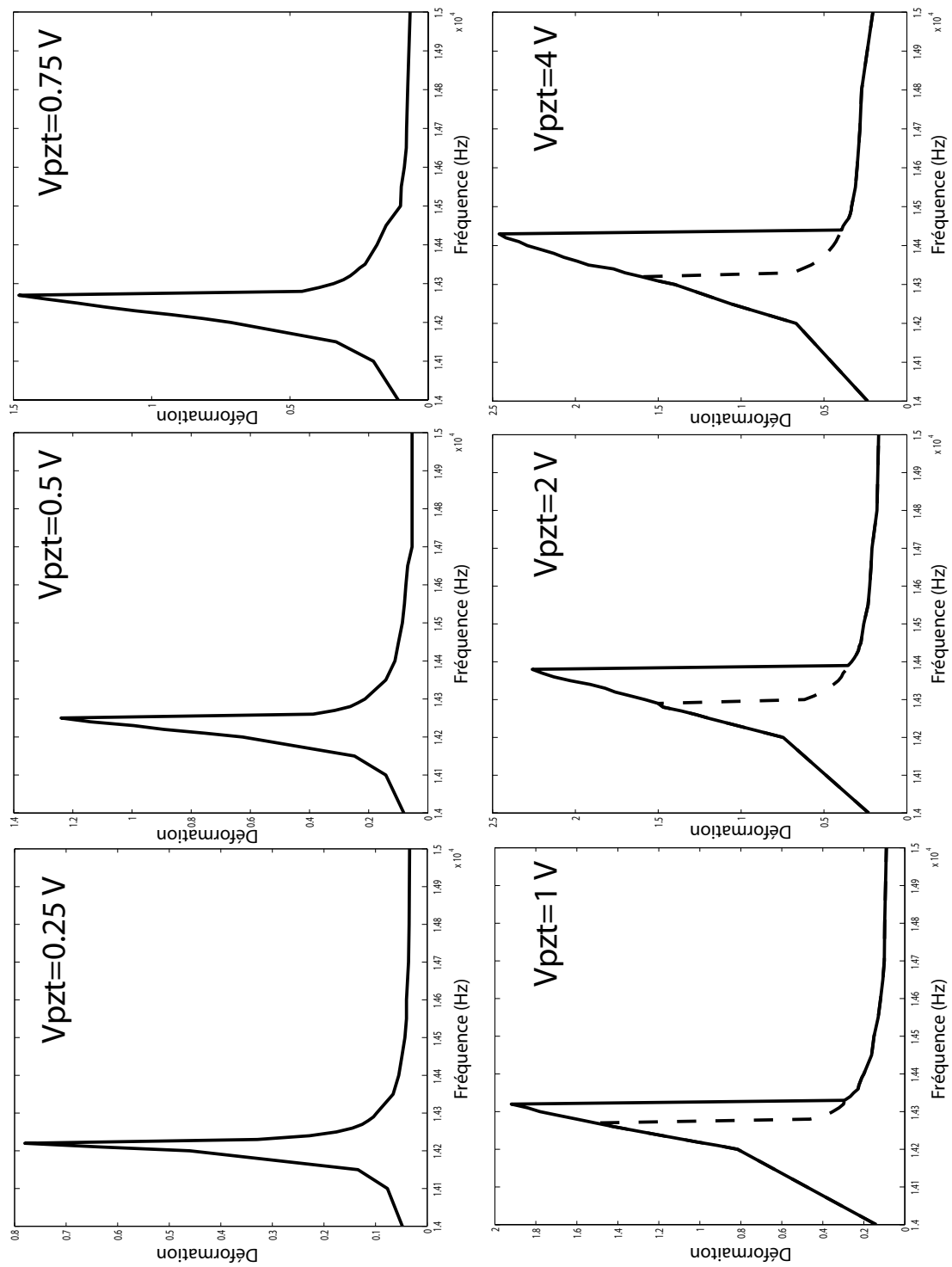


FIG. 7.27 – Fonctions de réponse en fréquence entre la tension d'excitation des actionneurs de la table vibrante et le signal du capteur central pour la poutre non chargée et pour différents niveaux de tension. Les actionneurs de la suspension sont placés en court ouvert. La courbe en trait plein représente le balayage dans le sens des fréquences croissantes.

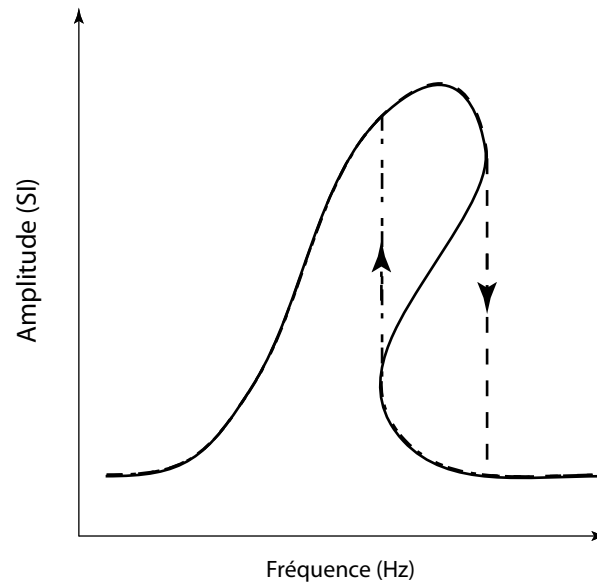


FIG. 7.28 – Schéma explicatif du phénomène de saut

### Contrôle avec une mesure extérieure

La stratégie de contrôle de type sky-hook est fondée sur l'utilisation de la mesure de vitesse absolue du système sensible à isoler. La mesure de cette vitesse renseigne le contrôleur sur l'état vibratoire de l'élément. Le signal de contrôle est alors amplifié et appliqué aux deux couches PZT activatrices. De plus, une procédure d'acquisition de données est placée en parallèle par rapport au contrôleur. Elle nous permet de tracer les fonctions de transfert expérimentales nécessaires à l'analyse et au suivi des performances. Le système produit l'isolation active du système électronique suivant l'axe  $\vec{Z}$ . Le diagramme d'implantation de la stratégie de contrôle est décrite sur la figure 7.29.

Afin de procéder à une confrontation de performances entre la simulation et l'expérimentation, nous mettons en place la boucle de contrôle au niveau théorique. Pour une excitation en bruit blanc d'amplitude rms 1 V soit 11g rms appliqués et une limitation de la tension de contrôle à 25 V, nous obtenons un amortissement contrôlé de 5.25 % (cf figure 7.30). Nous traçons les diagrammes de Bode de la structure contrôlée et non-contrôlée (cf figure 7.31). La courbe en pointillés réguliers montre le comportement du système pour un amortissement induit de 100 % sur la première résonance propre.

Nous présentons, sur les figures 7.32 et 7.33, les fonctions de transfert expérimentales contrôlées et la fonction de transfert non-contrôlée, entre la force appliquée sur la table d'excitation (cf Annexe 3) et la mesure interne utilisée pour le contrôle du dispositif. L'excitation appliquée est de 11g rms. Nous distinguons nettement une atténuation de l'ordre de 28 dB du pic de résonance du premier mode de suspension de la structure. La valeur du facteur d'amortissement après contrôle est évaluée à 4.2%. Nous sommes très proches des performances simulées. Cependant, nous observons une évolution des résonances contrôlées vers les fréquences croissantes. Ce comportement s'explique certainement par la présence proche d'un zéro électrique sur des fréquences plus élevées. Le pôle est donc attiré par ce zéro du "système de suspension" global entre le signal de contrôle et la mesure du contrôle.

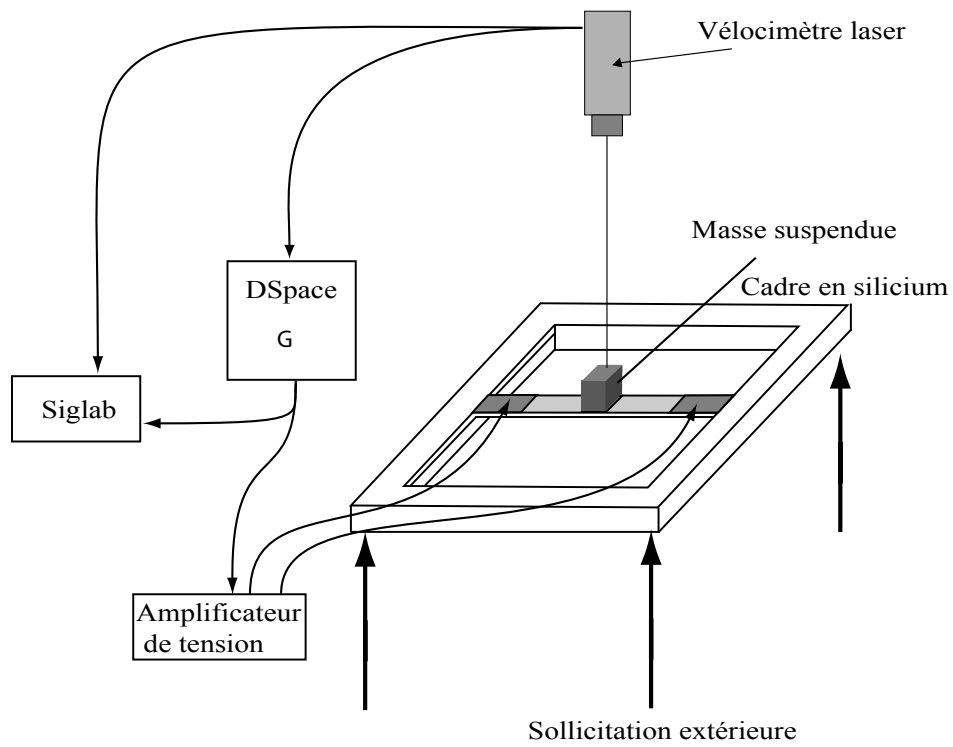


FIG. 7.29 – Architecture du montage expérimental de contrôle pour la poutre avec une mesure extérieure

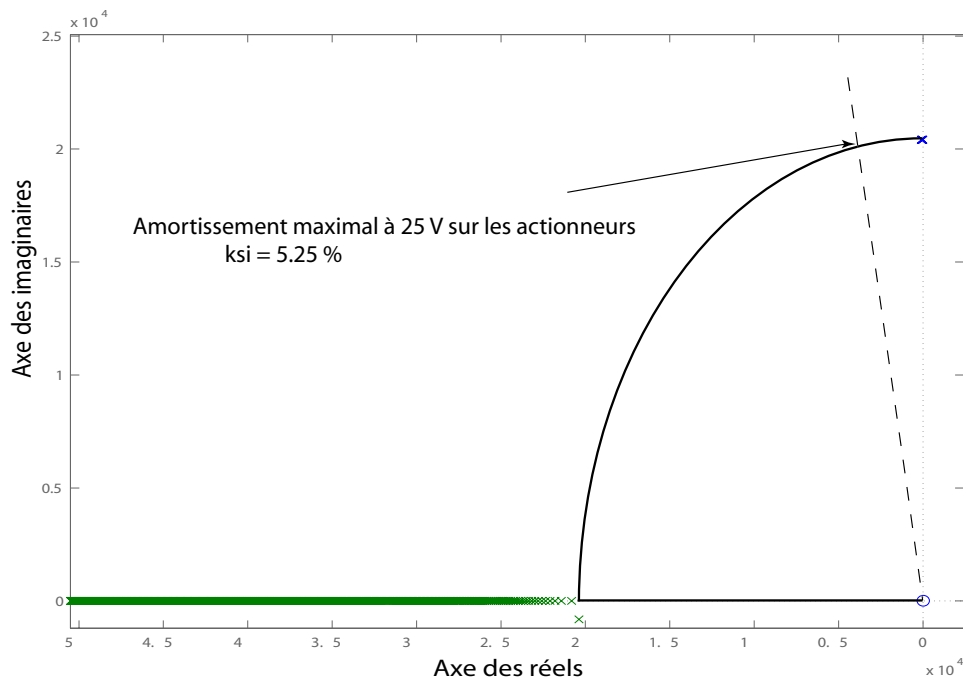


FIG. 7.30 – Lieu d'Evans entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par le vélocimètre laser

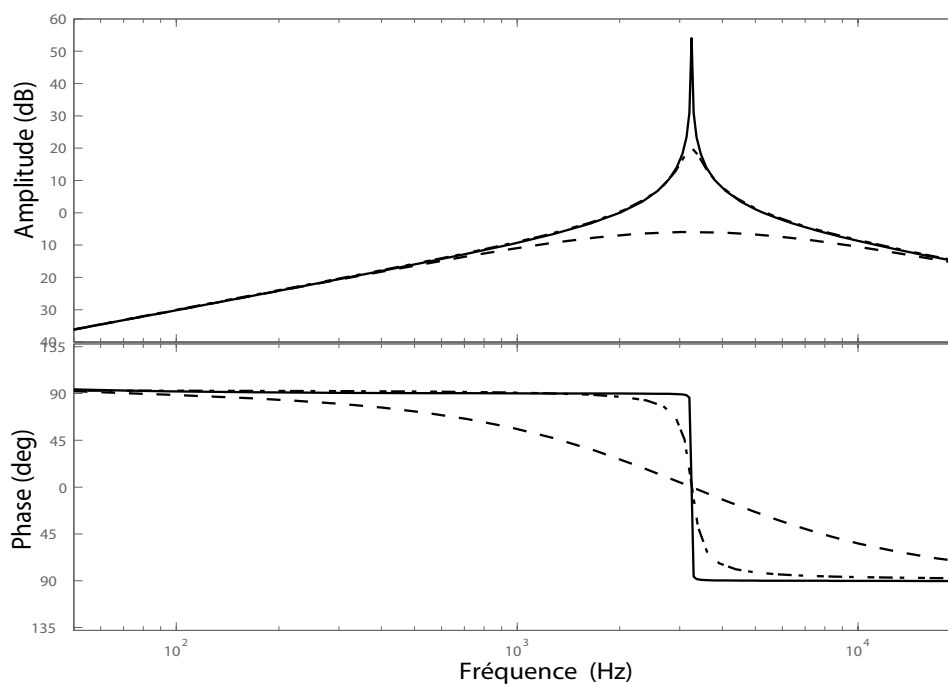


FIG. 7.31 – Diagrammes de Bode théoriques entre une force imposée aux bords de la structure et le signal émis par le vélocimètre laser pour la structure contrôlée (pointillés discontinus)) et non contrôlée (trait plein). La courbe en pointillés réguliers est évaluée pour un amortissement induit de 100 %

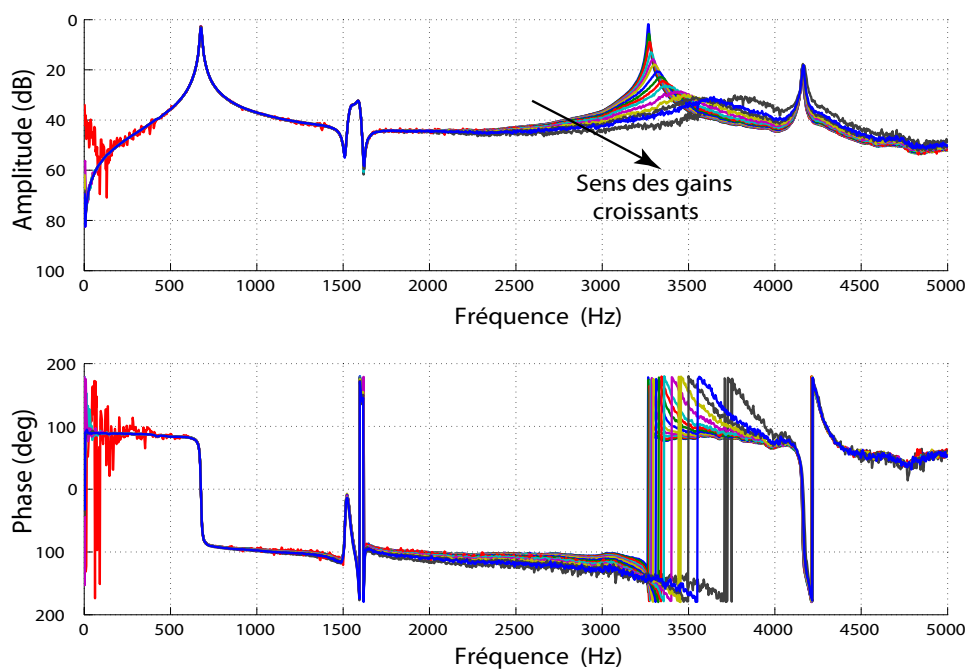


FIG. 7.32 – Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du vélocimètre laser pour différents gains de contrôle.



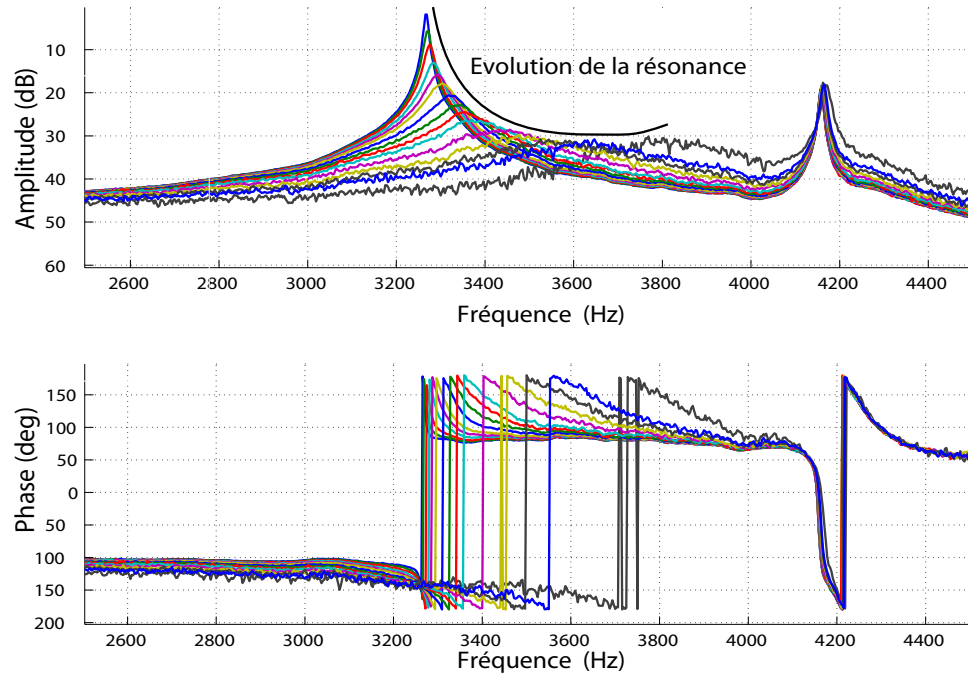


FIG. 7.33 – Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle

|                               | Mode à contrôler |
|-------------------------------|------------------|
| Amortissement initial (en %)  | 0.132            |
| Amortissement avec DVF (en %) | 4.2              |
| Fréquence initiale (en %)     | 3267.06          |
| Fréquence avec DVF (en %)     | 3644.42          |
| Atténuation (en dB)           | -28              |

TAB. 7.1 – Performances du contrôle avec une mesure laser en terme d'amortissement induit.

### Contrôle par le biais d'une mesure interne

La stratégie de contrôle de la structure de type poutre est fondée sur l'utilisation de l'accélération absolue subie par le système sensible à isoler. Cette mesure renseigne le contrôleur sur l'état vibratoire de l'élément. Le signal de contrôle est amplifié et appliqué aux deux couches PZT activatrices. De plus, une procédure d'acquisition de données est placée en parallèle par rapport au contrôleur. Elle nous permet de tracer les fonctions de transfert expérimentales nécessaires à l'analyse et au suivi des performances. Le système produit l'isolation active du système électronique suivant l'axe  $\vec{Z}$ . Le diagramme d'implantation de la stratégie de contrôle est décrit sur la figure 7.34.

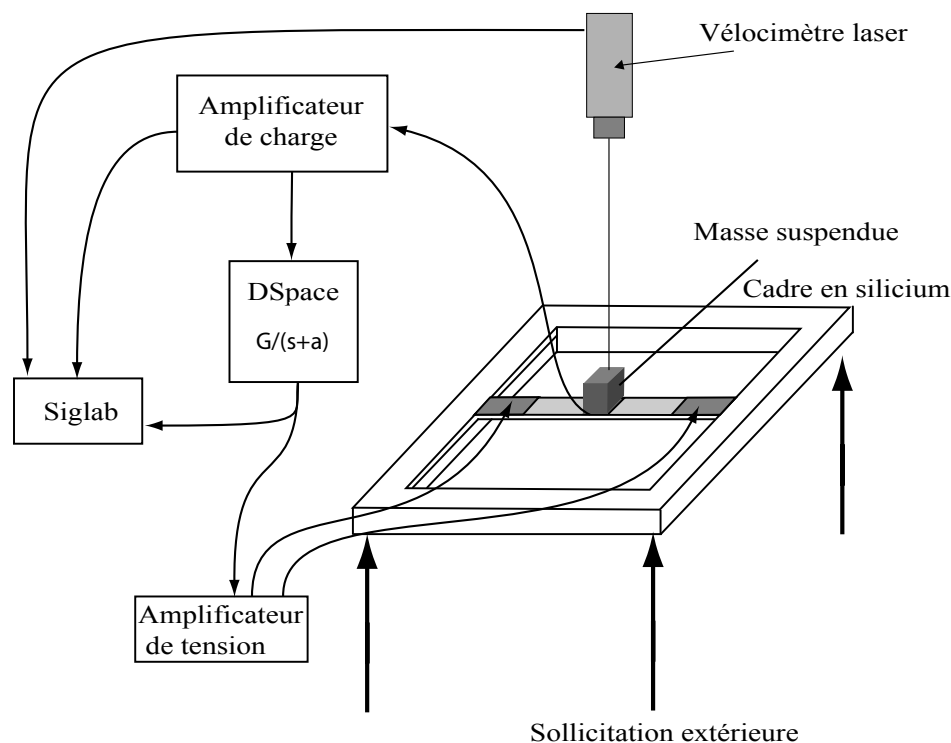


FIG. 7.34 – Architecture du montage expérimental de contrôle pour la poutre avec une mesure interne

La figure 7.35 est le lieu d'Evans du premier pôle de la suspension. Nous pouvons évaluer les possibilités de la stratégie d'amortissement. Dans notre cas, la valeur d'amortissement optimale est égale à 3,14 %. Nous traçons également le diagramme de Bode théorique contrôlé avec le gain optimal et le diagramme de Bode non-contrôlé (cf figure 7.36). La résonance est atténuée. Le comportement en statique est également modifié. En effet, le capteur renvoie en basses fréquences un signal proportionnel à la déformation de la poutre. La loi de contrôle agit donc sur le terme de raideur de l'équation de mouvement. Par conséquent, nous rigidifions la structure en basses fréquences.

Nous présentons, sur les figures 7.37 et 7.38, les fonctions de transfert contrôlées et la fonction de transfert non-contrôlée, entre la force appliquée sur la table d'excitation (cf Annexe 3) et la mesure interne utilisée pour le contrôle du dispositif. L'excitation appliquée est de 11g rms. Nous distinguons nettement une atténuation d'environ 20 dB du pic de résonance du premier mode de suspension de la structure. La valeur du facteur

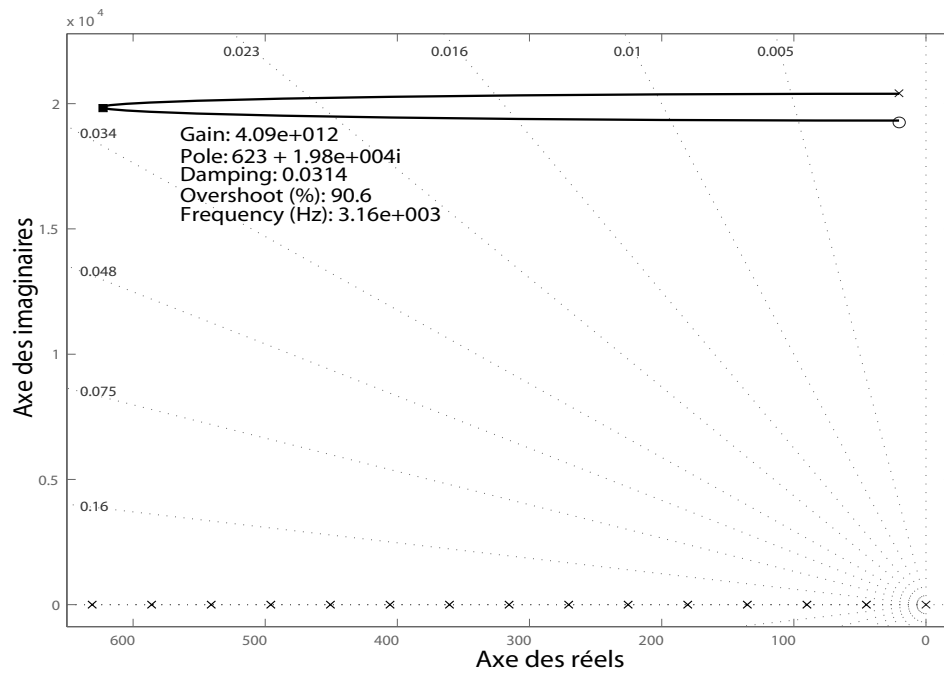


FIG. 7.35 – Lieu d'Evans entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par le capteur central interne

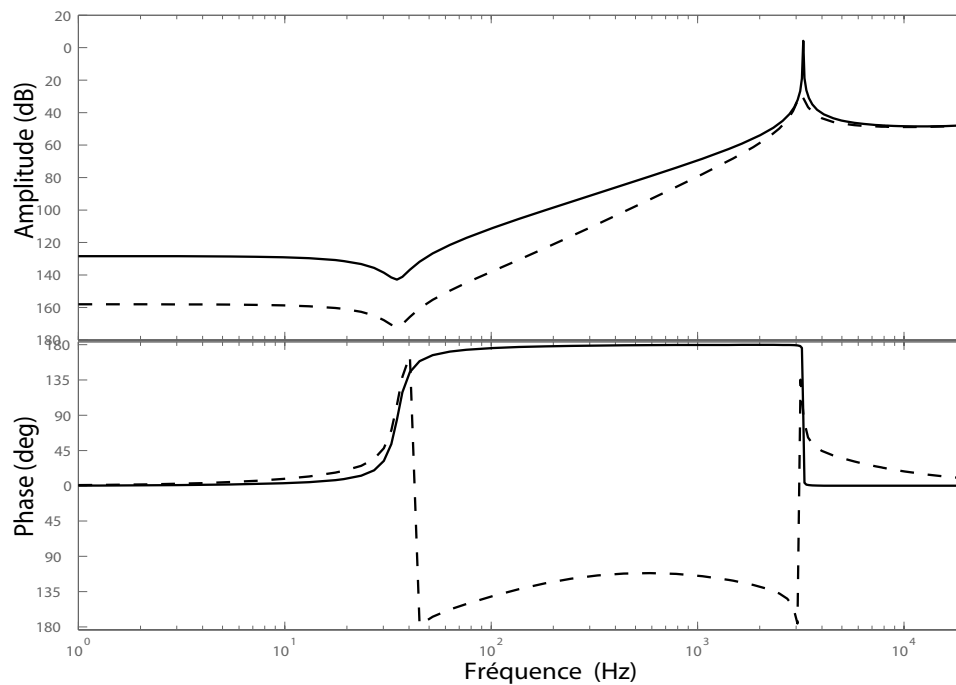


FIG. 7.36 – Diagrammes de Bode théoriques entre un déplacement imposé aux bords de la structure et le signal émis par le capteur central interne pour la structure contrôlée et non contrôlée (trait plein)

d'amortissement après contrôle est évaluée à 1.7%. L'amortissement obtenu est intéressant mais représente à peine un peu plus de la moitié de la performance théorique attendue. Nous observons également une évolution des résonances contrôlées vers les fréquences croissantes. Le pôle est donc attiré par un zéro électrique.

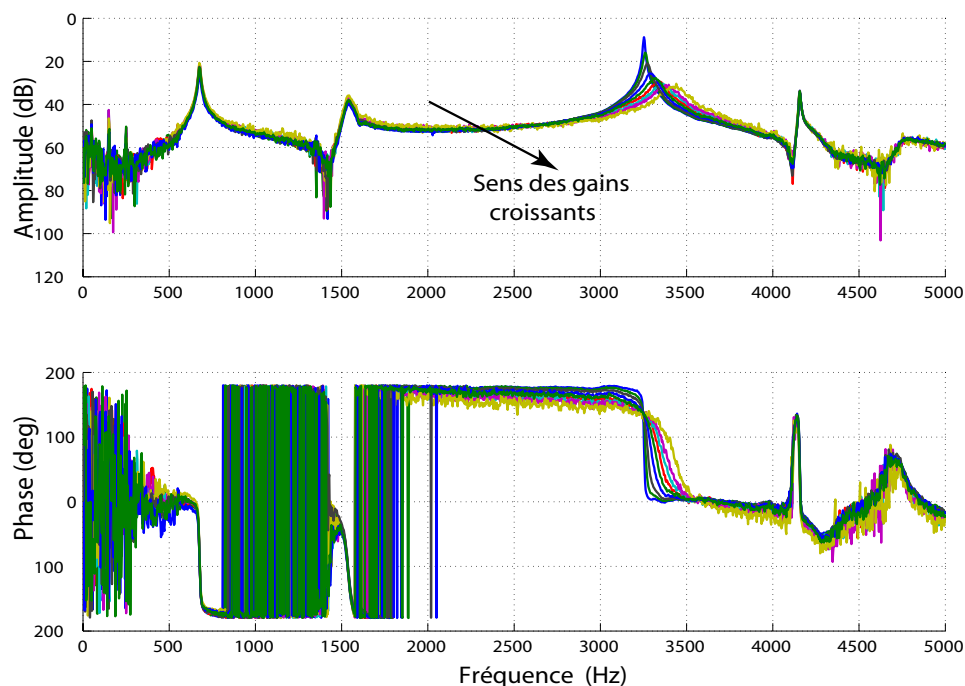


FIG. 7.37 – Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central pour différents gains de contrôle.

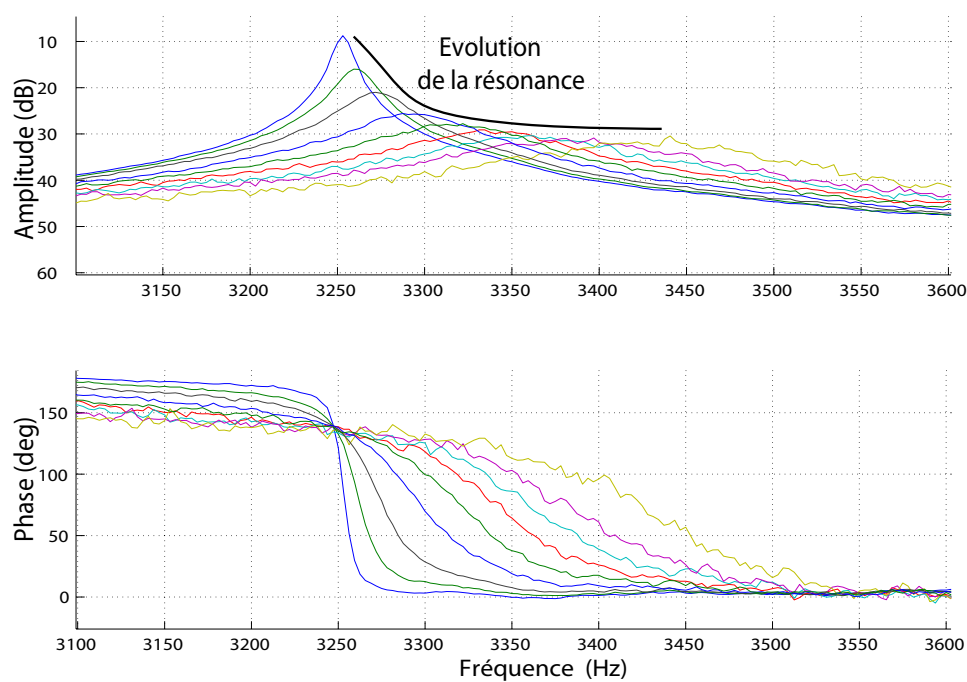


FIG. 7.38 – Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle

|                               | Mode à contrôler |
|-------------------------------|------------------|
| Amortissement initial (en %)  | 0.132            |
| Amortissement avec IFF (en %) | 1.7              |
| Fréquence initiale (en %)     | 3267.06          |
| Fréquence avec IFF (en %)     | 3430.9           |
| Atténuation (en dB)           | -20              |

TAB. 7.2 – Performances du contrôle avec une mesure interne en terme d’amortissement induit.

Nous pouvons effectuer un calcul approché de la valeur de puissance nécessaire pour contrôler la structure. Nous considérons que la tension de contrôle appliquée est saturée à 25V ( $V_{sat}$ ) sur toute la gamme d’étude c’est à dire de 0 Hz à 5000 Hz ( $G_{amme}$ ). Nous avons accès à la valeur mesurée de la capacité aux bornes des électrodes de contrôle optimisées ( $C_{electrode}=20$  nF). Nous obtenons donc :

$$P_{contrle} = G_{amme} * (V_{sat})^2 * C_{electrode} \quad (7.5)$$

$$\Rightarrow P_{contrle} = 5000 * (25)^2 * 20e^{-9} = 62.5e - 3 \quad (7.6)$$

La puissance à fournir est de l’ordre de 62.5 mW.

### 7.3.4 Conclusion

Dans cette première phase, nous avons testé le dispositif de suspension fondé sur une structure de type poutre actionnée par des couches piézoélectriques minces. Tout d’abord, le modèle multiphysique employé possède un bon pouvoir de prédiction de performances de contrôle. Ensuite, nous validons les performances réelles de la suspension dans le cas d’une excitation d’amplitude 11 g rms. Malgré un comportement fortement non-linéaire induit par l’emploi des couches minces, la stratégie de contrôle reste performante. Sa robustesse vis à vis des paramètres expérimentaux constitue l’un de ses grands atouts.

## 7.4 Etude de la suspension avec un capteur de force interne et un capteur de déplacement relatif

### 7.4.1 Modélisation multiphysique de la structure

Il est nécessaire de valider le principe d’isolation de la structure de type multipoutres sur un modèle numérique. De la même manière que précédemment, nous procédons à l’étude de la suspension sans la masse à isoler. Dans un second temps, la masse simulant la présence de l’élément sensible est placée sur la suspension afin d’en évaluer ses performances pour différents types de contrôle. Par la suite, les fonctions de transfert sont comparées à celles mesurées sur la structure réelle.

Le modèle numérique employé est un modèle éléments finis multiphysique développé sous l’environnement Femlab<sup>©</sup>. Les équations aux dérivées partielles de la structure couplée sont présentées au chapitre 3. Afin de résoudre le champ électrique dans nos couches piézoélectriques minces et compte tenu de la géométrie du dispositif, nous devons procéder une modélisation 3D de la structure. Nous obtenons la première déformée modale

représentée sur la figure 7.39.

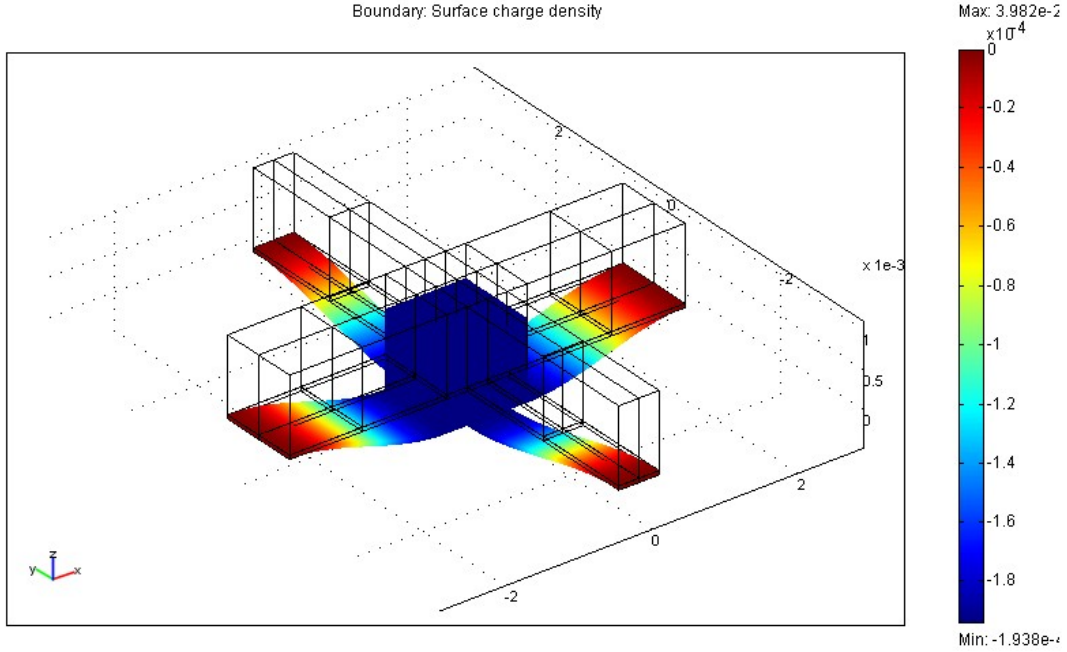


FIG. 7.39 – Première déformée modale de la croix chargée de l'élément à isoler (3 756 Hz)

Le capteur central possède un signal de la forme  $y_{\text{capteur}} = \alpha.w(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t) + \beta.M.\frac{\partial^2 w(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t)}{\partial t^2}$  lorsque la poutre est chargée [2]. Nous désirons identifier les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ . Le paramètre  $\alpha$  est déterminé à partir de la modélisation de la croix nue. Le signal est alors proportionnel à la déformation de la poutre  $y_{\text{capteur}} = \alpha.w(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t)$ . Après détermination de  $w(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t)$ , nous obtenons  $\alpha = 2.95e^{-5}$  SI. De la même manière avec le modèle de la croix chargée, nous estimons l'accélération et la déformation subies par la couche centrale et nous identifions  $\beta = 5.13e^{-11}$  SI. Par conséquent, le signal du capteur est

$$y_{\text{capteur}} = 2.95e^{-5}.w(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t) + 5.13e^{-11}.M.\frac{\partial^2 w(\frac{L_{\text{poutre}}}{2}, t)}{\partial t^2} \quad (7.7)$$

Si nous nous considérons que le premier mode de la suspension, la structure équivalente est un système "Masse-ressort". L'équation de mouvement entre un déplacement imposé au support et le déplacement de la masse s'écrit :

$$w = \frac{K}{K - \omega^2.M} \quad (7.8)$$

En introduisant l'expression (7.9) dans la relation (7.7), nous obtenons

$$y_{\text{capteur}} = \frac{2.95e^{-5}.K - 5.13e^{-11}.\omega^2.M.K}{K - \omega^2.M} \quad (7.9)$$

La fréquence de coupure entre le comportement "capteur de déformation" et "capteur d'accélération" est évaluée à :

$$f_{coupure} = \frac{1}{2 \cdot \pi i} \cdot \frac{2.95e^{-5}}{5.13e^{-11} \cdot M} = 43kHz \quad (7.10)$$

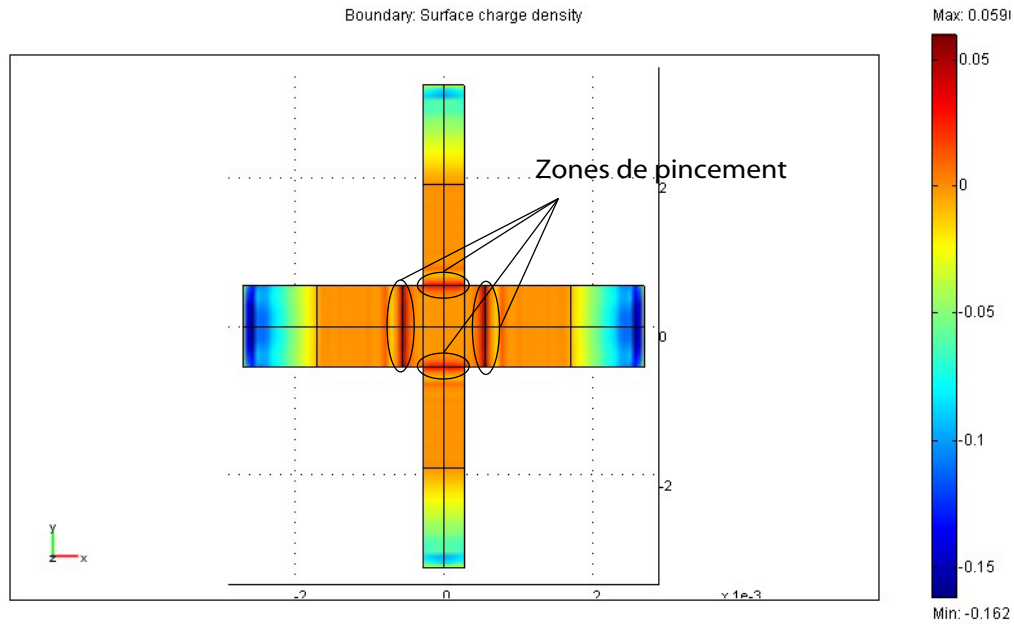


FIG. 7.40 – Déplacement électrique suivant l'axe Z

Nous pouvons observer sur la figure 7.40, au centre de la croix, les effets de pincement de la structure sur la distribution des charges aux frontières du capteur central. Il semble que la charge qui apparaît aux électrodes du capteur central soient essentiellement due à ce phénomène de bord et non aux contraintes exercées par la masse.

Selon le modèle éléments finis, le domaine de la fréquence dans lequel le capteur central fonctionne est situé avant la fréquence de coupure. C'est donc essentiellement un capteur de déplacement ! En conséquence, pour disposer d'un capteur d'accélération, il conviendra donc de revoir sa conception en vue d'abaisser la fréquence de coupure. Or, cette valeur  $\alpha$  est liée à la partie des charges due aux déformations  $w(\frac{L_{poutre}}{2}, t)$  et la valeur  $\beta$  de à la partie des charges dues aux contraintes exercées par la masse  $M \cdot \frac{\partial^2 w(\frac{L_{poutre}}{2}, t)}{\partial t^2}$ . Pour abaisser la fréquence de coupure, il existe deux possibilités :

- On pourrait jouer sur la géométrie et la disposition du capteur central pour que les déformations aux frontières du capteur soient plus faibles.
- On pourrait choisir un autre matériau piézoélectrique en vue de privilégier le coefficient  $d_{33}$ .

Par la suite, nous mettons en place les stratégies de contrôle expérimentalement en considérant qu'à proximité du mode de résonance, le capteur central retourne une information de type accélérométrique pouvant ainsi être traitée.

## 7.4.2 Caractérisations expérimentales

### Analyse de la poutre non chargée

Les figures 7.41 et 7.42 représentent les fonctions de transfert entre les signaux appliqués sur les actionneurs de la suspensions et, respectivement, celui produit par le capteur extérieur pour la poutre non-chargée et celui produit par le capteur central pour la poutre non-chargée .

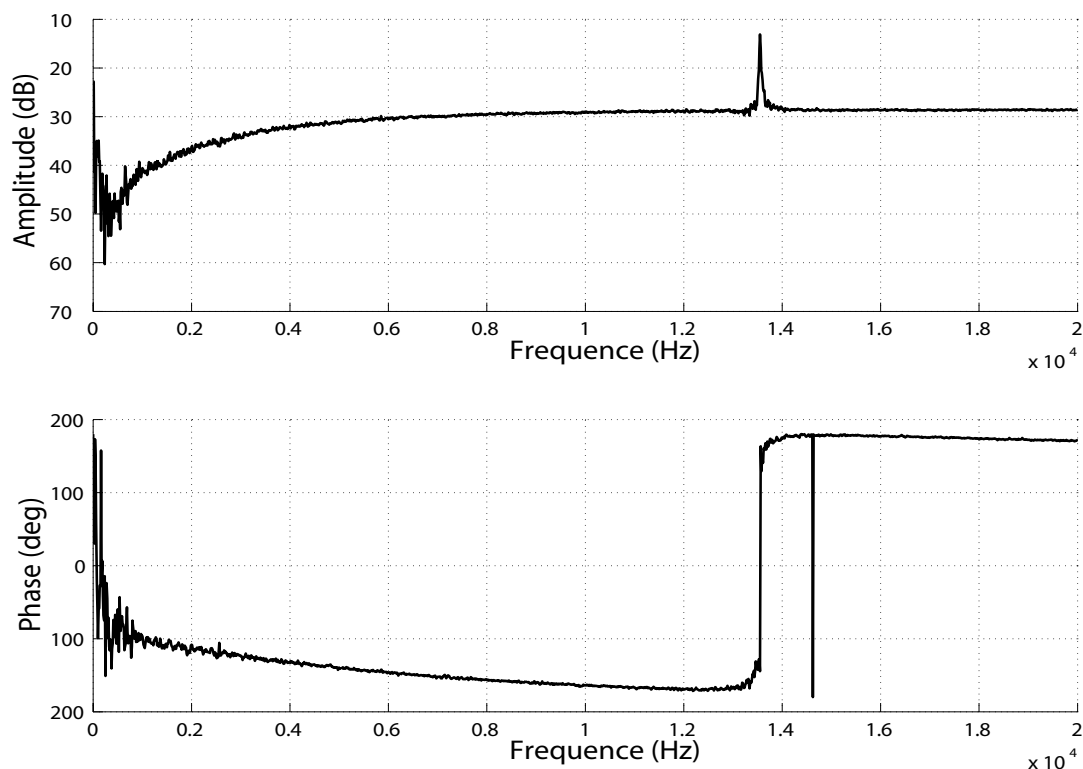


FIG. 7.41 – Diagramme de Bode expérimental entre la tension appliquée aux bornes des PZT actionneurs de la suspension et le capteur extérieur pour la poutre nue.

Il apparaît encore clairement un fort couplage entre les deux signaux étudiés. Nous observons un terme de "feedthrough" important et des coupures en basses et hautes fréquences. Plusieurs causes peuvent expliquer ces phénomènes :

- la coupure en hautes fréquences est certainement due à l'amplificateur de charges.
- la coupure en basses fréquences est le résultat d'un couplage via la masse commune à tous les transducteurs. La modélisation complète du circuit électrique équivalent est effectuée en annexe 5. Ce couplage contribue également au terme de "feedthrough".
- Le terme de "feedthrough" provient également du couplage électrostatique entre le signal d'actionnement et le signal du capteur.



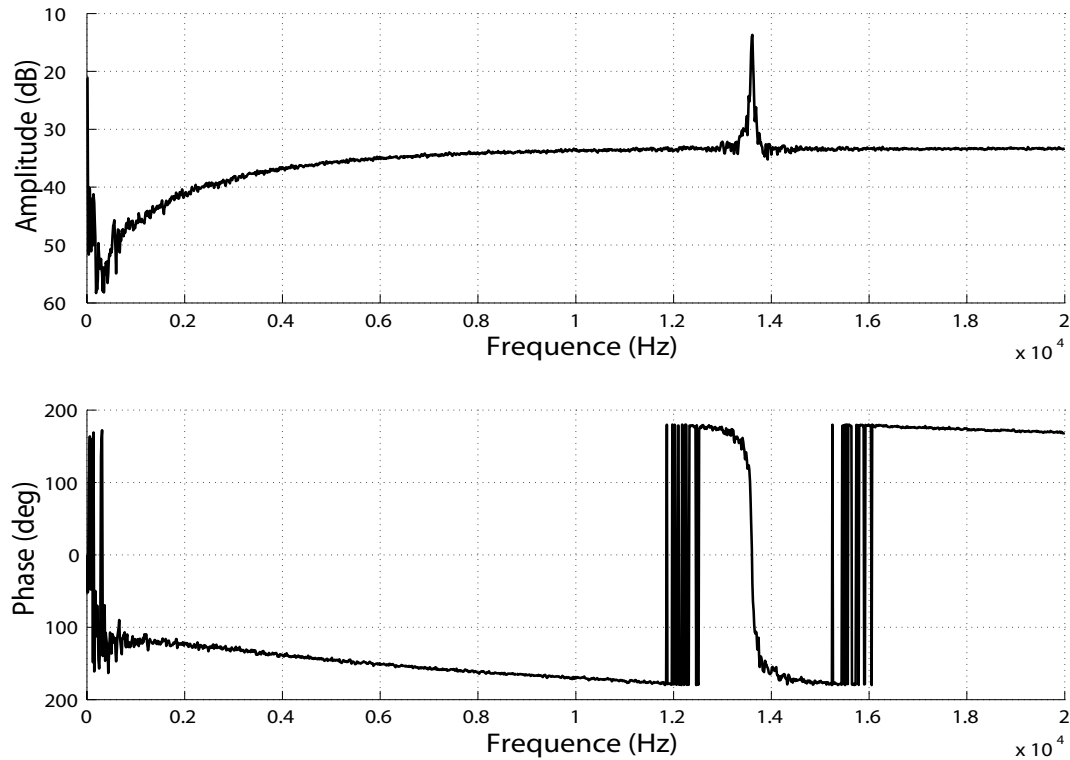


FIG. 7.42 – Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des PZT actionneurs de la suspension et le capteur central pour la poutre nue.

### Etude de la suspension chargée via les mesures internes

La stratégie de contrôle de la structure de type multipoutres est fondée sur l'utilisation de l'accélération absolue subie par le système sensible à isoler. Cette mesure renseigne le contrôleur sur l'état vibratoire de l'élément. Le signal de contrôle est amplifié et appliqué aux deux couches PZT activatrices. De plus, une procédure d'acquisition de données est placée en parallèle par rapport au contrôleur. Elle nous permet de tracer les fonctions de transfert expérimentales nécessaires à l'analyse et au suivi des performances. Le système produit l'isolation active du système électronique suivant l'axe  $\vec{Z}$ .

Sur les figures 7.43 et 7.44, apparaît la comparaison entre les diagrammes de Bode expérimentaux (trait plein) et les diagramme de Bode simulés pour des valeurs de potentiel électrique élevées. Nous retrouvons les différences, précédemment citées, entre les courbes simulées et expérimentales. Les termes de feedthrough et de couplage électrique sont à nouveau parfaitement visibles.

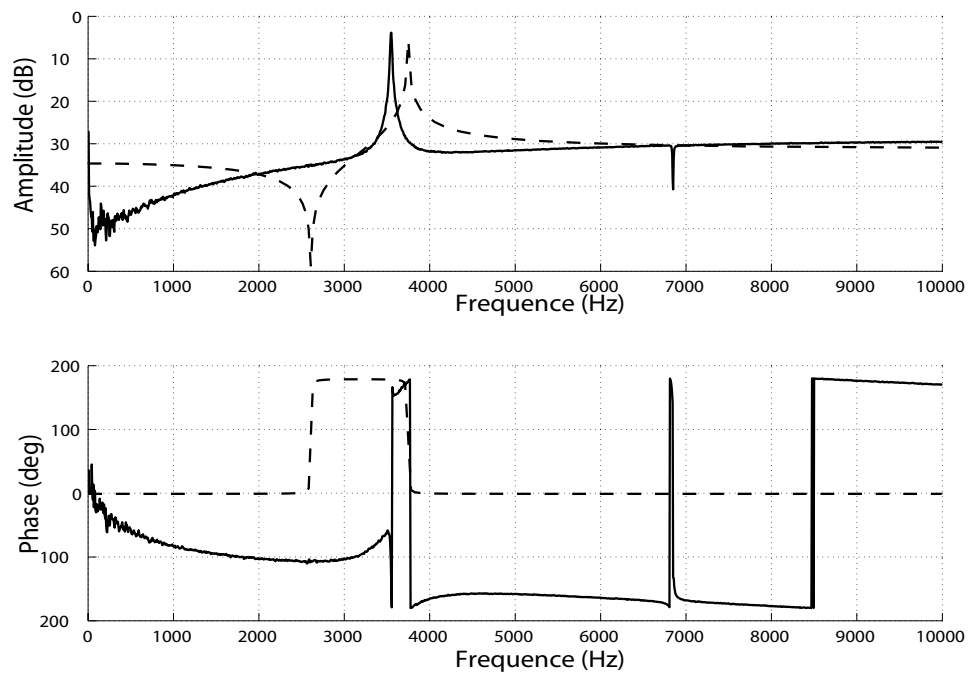


FIG. 7.43 – Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par l'un des capteurs extérieure.

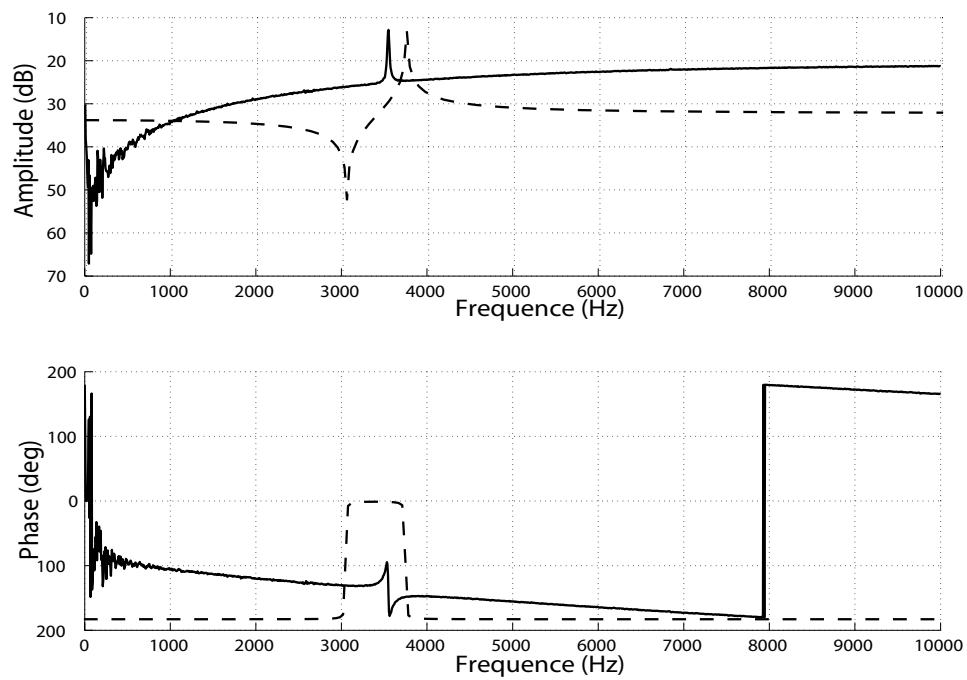


FIG. 7.44 – Diagrammes de Bode, théorique et expérimental, entre la tension appliquée aux bornes des actionneurs et le signal émis par le capteur central.

### 7.4.3 Mises en oeuvre expérimentales du contrôle

L'expérimentation s'effectue en trois étapes. Nous utilisons individuellement le capteur central et les deux autres capteurs pour mettre en place, respectivement, un IFF et un DVF. Puis, nous utilisons la mesure mixte pour élaborer le contrôle et observer les performances de la suspension.

#### Contrôle IFF avec la mesure du capteur central

La stratégie de contrôle de type IFF est fondée sur l'utilisation de la mesure de l'accélération absolue du système sensible à isoler. La mesure de cette accélération renseigne le contrôleur sur l'état vibratoire de l'élément. Le signal de contrôle est alors amplifié et appliqué aux deux couches PZT activatrices. De plus, une procédure d'acquisition de données est placée en parallèle par rapport au contrôleur. Elle nous permet de tracer les fonctions de transfert expérimentales nécessaires à l'analyse et au suivi des performances. Le système produit l'isolation active du système électronique suivant l'axe  $\vec{Z}$ . Le diagramme d'implantation de la stratégie de contrôle est décrit sur la figure 7.45.

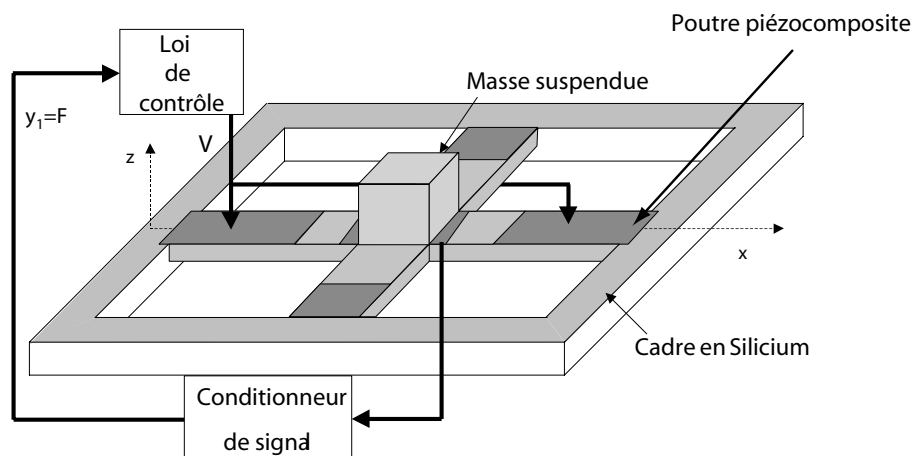


FIG. 7.45 – Architecture du montage expérimental de contrôle avec l'utilisation de la mesure émise par le capteur central de la croix

Nous présentons, sur les figures 7.46 et 7.47, les fonctions de transfert expérimentales contrôlées et la fonction de transfert non contrôlée, entre la force appliquée sur la table d'excitation (cf Annexe 3) et la mesure interne utilisée pour le contrôle du dispositif. De plus, nous traçons, sur les figures 7.48 et 7.49, les fonctions de transfert expérimentales, contrôlées et non contrôlée, entre la force appliquée sur la table d'excitation (cf Annexe 3) et la mesure émise par les couches placées sur les poutrelles latérales. L'excitation appliquée est de 11 g rms. Nous distinguons nettement une atténuation de l'ordre de 26 dB du pic de résonance du premier mode de suspension de la structure. La valeur du facteur d'amortissement après contrôle est évaluée à 1.2%. Nous sommes très proches des performances simulées. Cependant, nous observons une évolution des résonances contrôlées vers les fréquences croissantes. Ce comportement s'explique certainement par la présence proche d'un zéro électrique sur des fréquences plus élevées. Le pôle est donc attiré par ce zéro du "système de suspension" global entre le signal de contrôle et la mesure du contrôle.

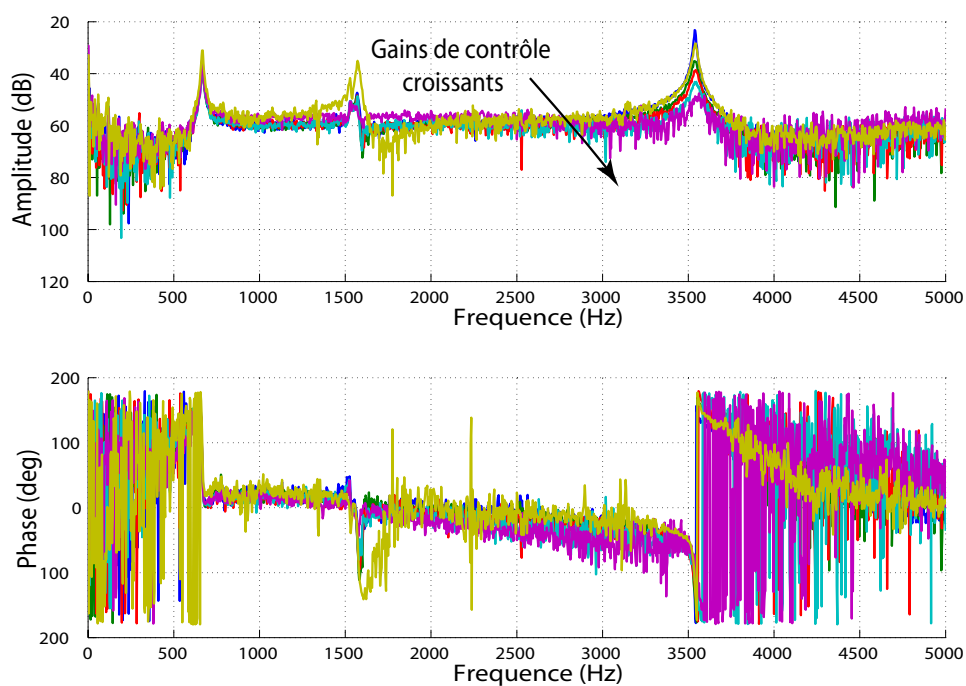


FIG. 7.46 – Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central.

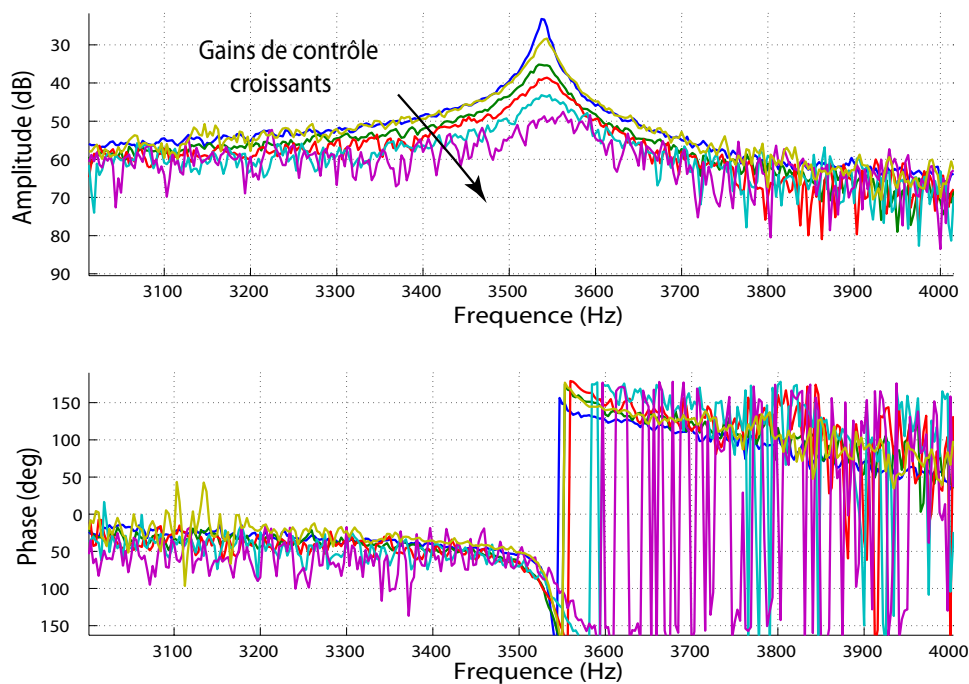


FIG. 7.47 – Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle

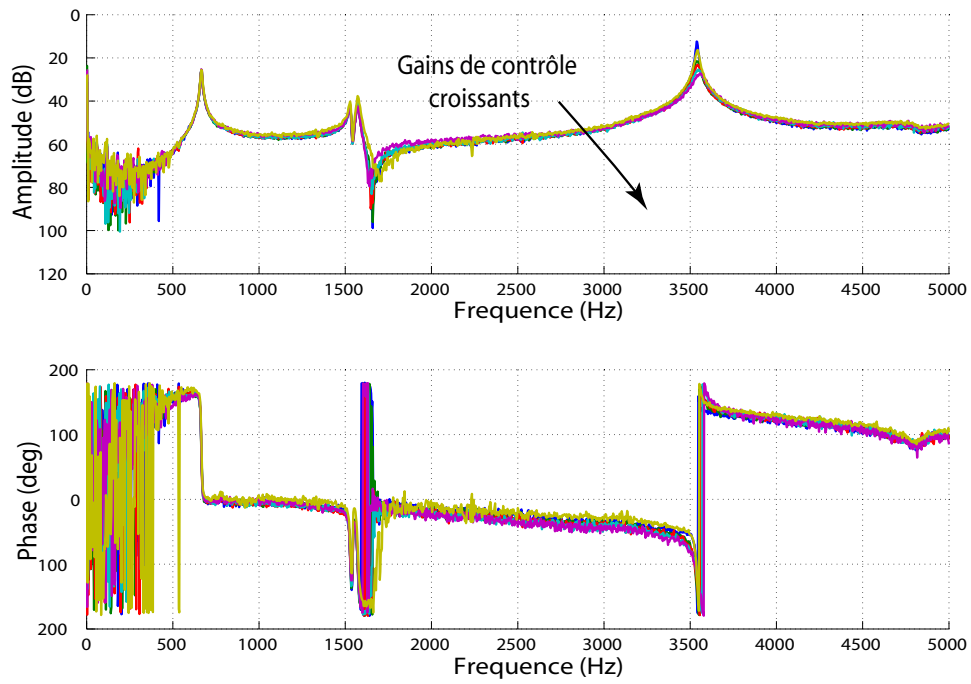


FIG. 7.48 – Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central.

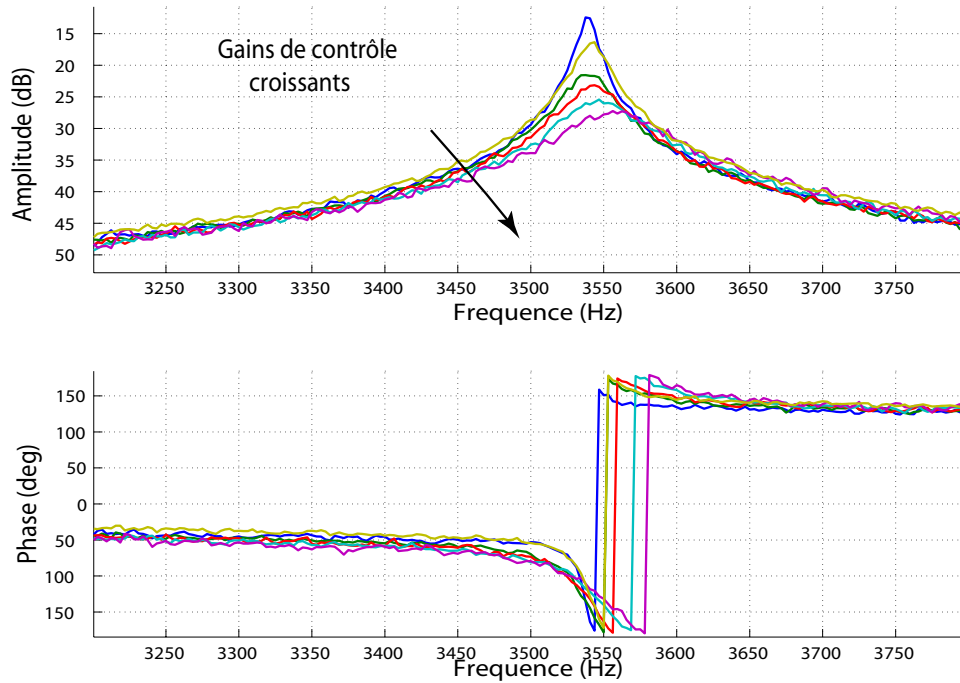


FIG. 7.49 – Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle

|                               | Mode à contrôler |
|-------------------------------|------------------|
| Amortissement initial (en %)  | 0.139            |
| Amortissement avec IFF (en %) | 1.2              |
| Fréquence initiale (en %)     | 3553.72          |
| Fréquence avec IFF (en %)     | 3557.56          |
| Atténuation (en dB)           | -26              |

TAB. 7.3 – Performances du contrôle IFF avec une mesure central en terme d'amortissement induit.

### Contrôle DVF avec la mesure des capteurs extérieurs

La stratégie de contrôle de type DVF est fondée sur l'utilisation de la mesure de déplacement relatif du système sensible à isoler. La mesure de ce déplacement renseigne le contrôleur sur l'état vibratoire de l'élément. Le signal de contrôle est alors amplifié et appliqué aux deux couches PZT activatrices. De plus, une procédure d'acquisition de données est placée en parallèle par rapport au contrôleur. Elle nous permet de tracer les fonctions de transfert expérimentales nécessaires à l'analyse et au suivi des performances. Le système produit l'isolation active du système électronique suivant l'axe  $\vec{Z}$ . Le diagramme d'implantation de la stratégie de contrôle est décrit sur la figure 7.50.

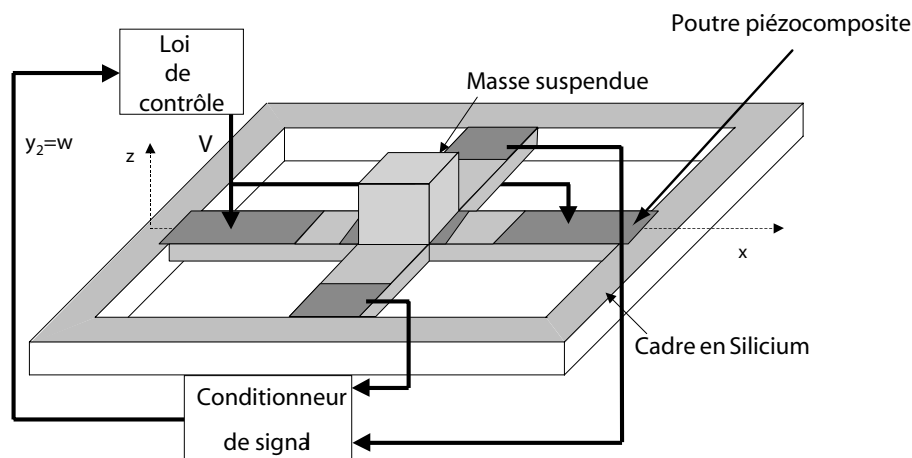


FIG. 7.50 – Architecture du montage expérimental de contrôle avec l'utilisation de la mesure émise par les capteurs transverse de la croix

Nous présentons, sur les figures 7.51 et 7.52, les fonctions de transfert expérimentales contrôlées et la fonction de transfert non contrôlée, entre la force appliquée sur la table d'excitation (cf Annexe 3) et la mesure interne utilisée pour le contrôle du dispositif. De plus, nous traçons, sur les figures 7.53 et 7.54, les fonctions de transfert expérimentales, contrôlées et non contrôlée, entre la force appliquée sur la table d'excitation (cf Annexe 3) et la mesure émise par les couches placées sur les poutrelles latérales. L'excitation appliquée est de 11g rms. Nous distinguons nettement une atténuation de l'ordre de 29 dB du pic de résonance du premier mode de suspension de la structure. La valeur du facteur d'amortissement après contrôle est évaluée à 2.5%. Nous sommes très proches des performances simulées. Cependant, nous observons une évolution des résonances contrôlées

vers les fréquences croissantes. Ce comportement s'explique certainement par la présence proche d'un zéro électrique sur des fréquences plus élevées. Le pôle est donc attiré par ce zéro du "système de suspension" global entre le signal de contrôle et la mesure du contrôle.

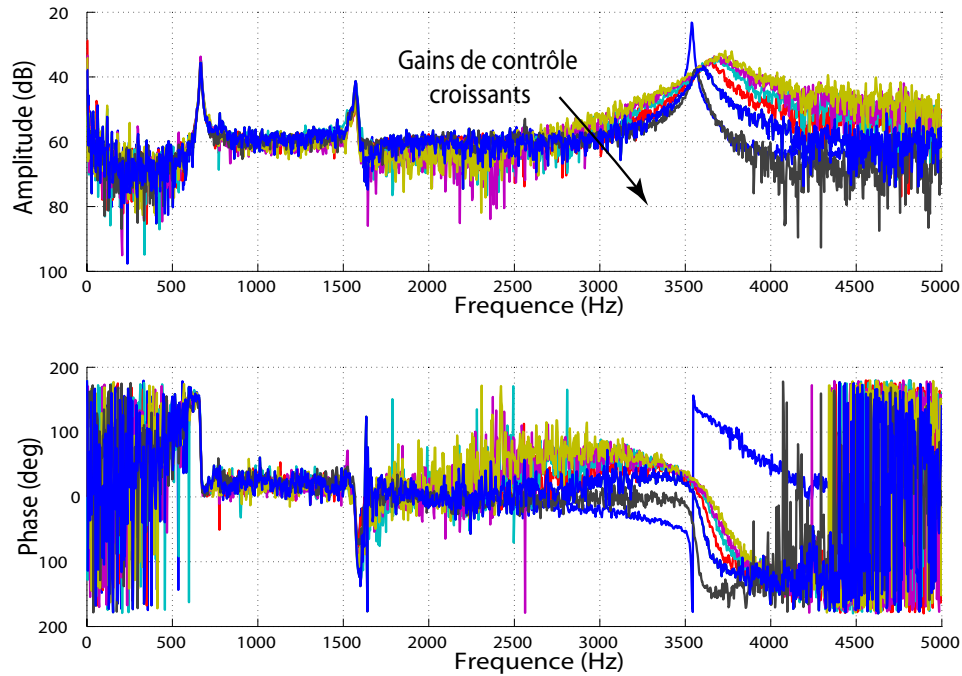


FIG. 7.51 – Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central.

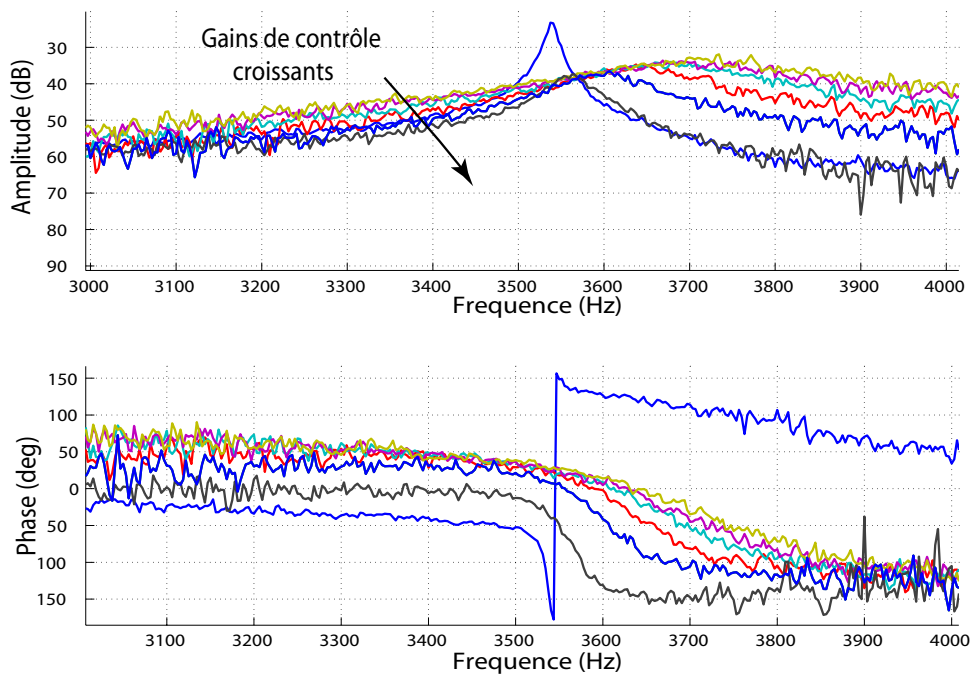


FIG. 7.52 – Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle

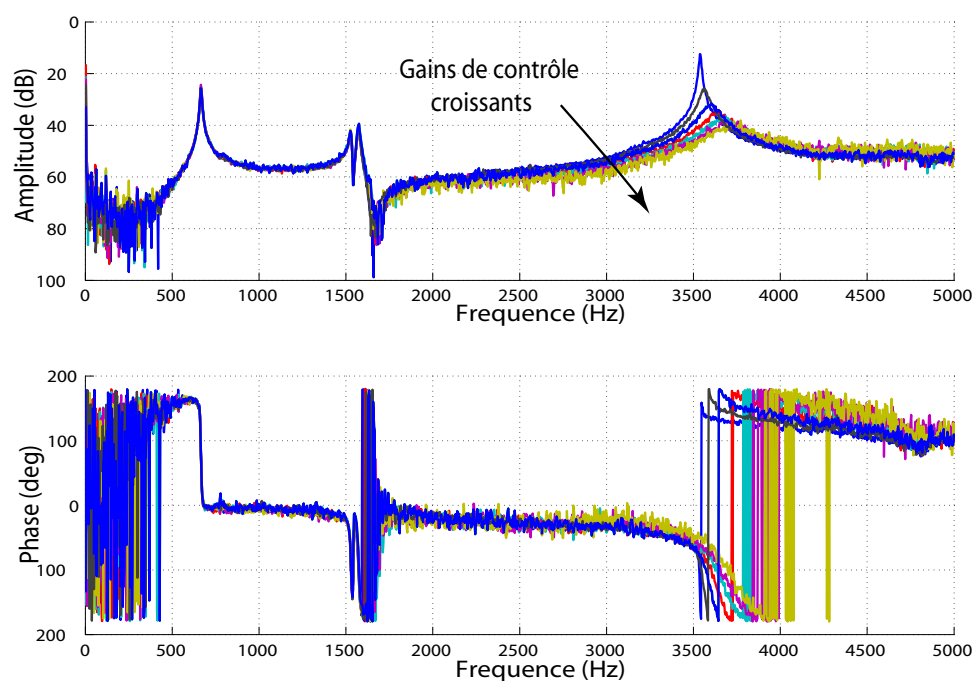


FIG. 7.53 – Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central.

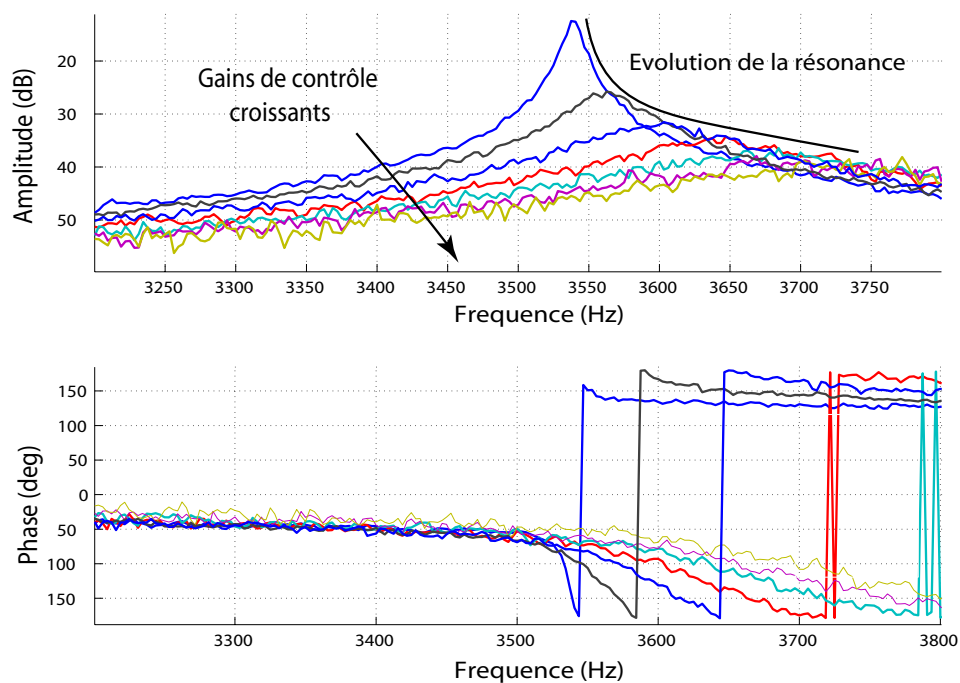


FIG. 7.54 – Evolution de la première résonance de la poutre en fonction des gains de contrôle



|                               | Mode à contrôler |
|-------------------------------|------------------|
| Amortissement initial (en %)  | 0.139            |
| Amortissement avec DVF (en %) | 2.5              |
| Fréquence initiale (en %)     | 3553.72          |
| Fréquence avec DVF (en %)     | 3714.65          |
| Atténuation (en dB)           | -29              |

TAB. 7.4 – Performances du contrôle DVF avec une mesure extérieure en terme d'amortissement induit.

### Contrôle par le biais d'une mesure mixte

La stratégie de contrôle mixte de la structure de type multipoutres est fondée sur l'utilisation de l'accélération absolue et du déplacement relatif subis par le système sensible à isoler. Cette mesure renseigne le contrôleur sur l'état vibratoire de l'élément. Le signal de contrôle est amplifié et appliqué aux deux couches PZT activatrices. De plus, une procédure d'acquisition de données est placée en parallèle par rapport au contrôleur. Elle nous permet de tracer les fonctions de transfert expérimentales nécessaires à l'analyse et au suivi des performances. Le système produit l'isolation active du système électronique suivant l'axe  $\vec{Z}$ . Le diagramme d'implantation de la stratégie de contrôle est décrite sur la figure 7.55. Naturellement, comme le capteur central nous renvoie une mesure incertaine du point de vue de sa nature, ce contrôle nous permet uniquement de vérifier le fonctionnement des actionneurs et de récolter des informations nécessaires à l'établissement des spécifications des dispositifs de deuxième génération.

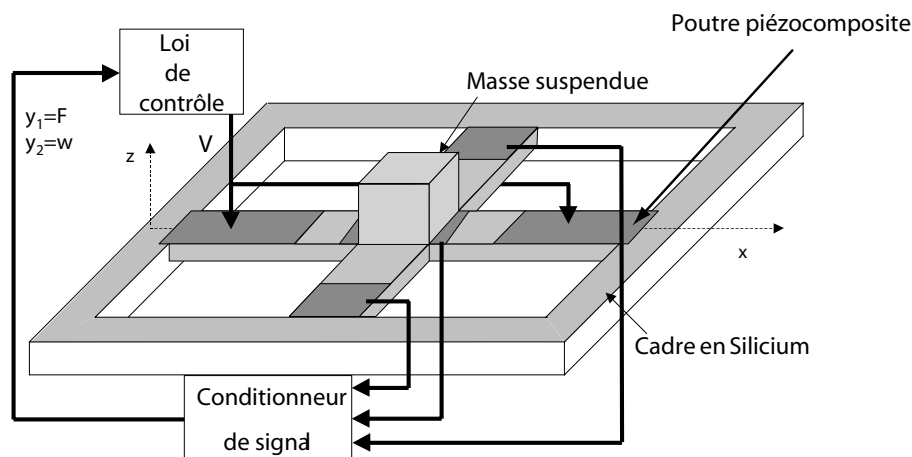


FIG. 7.55 – Architecture du montage expérimental de contrôle mixte pour la croix

Nous présentons, sur la figure 7.56, les fonctions de transfert expérimentales contrôlées et la fonction de transfert non-contrôlée, entre la force appliquée sur la table d'excitation (cf Annexe 3) et la mesure interne utilisé pour le contrôle du dispositif. De plus, nous traçons, sur la figure 7.57, les fonctions de transfert expérimentales contrôlées et la fonction de transfert non-contrôlée, entre la force appliquée sur la table d'excitation (cf Annexe 3) et la mesure émise par les couches placées sur les poutrelles latérales. Nous nous plaçons à une excitation donnée et nous comparons les trois types de contrôle. Pour

la stratégie IFF, l'atténuation est de l'ordre de -4 dB au niveau du pic de résonance du premier mode de suspension de la structure. La valeur du facteur d'amortissement après contrôle est évaluée à 0.23% pour un gain  $G_{IFF}$ . Pour la stratégie DVF, l'atténuation est de l'ordre de -6 dB au niveau du pic de résonance du premier mode de suspension de la structure. La valeur du facteur d'amortissement après contrôle est évaluée à 0.31% pour un gain  $G_{DVF}$ . Pour la stratégie mixte, nous appliquons les gains  $G_{IFF}$  et  $G_{DVF}$ . Nous obtenons une atténuation sur la résonance de -10 dB soit un amortissement induit de 0.42%.

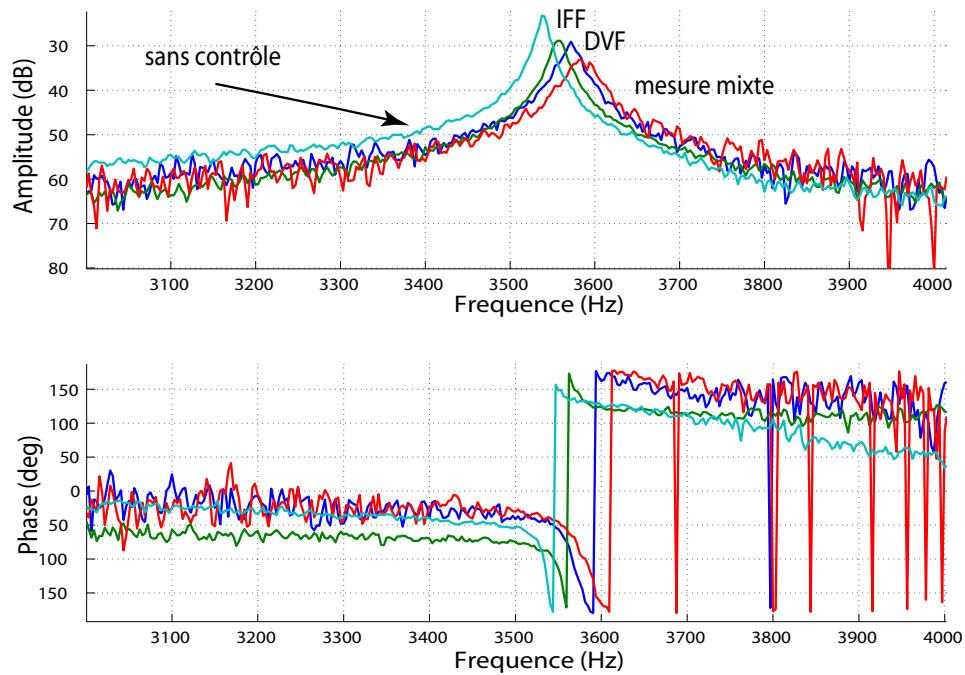


FIG. 7.56 – Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal du capteur central pour différents gains de contrôle.

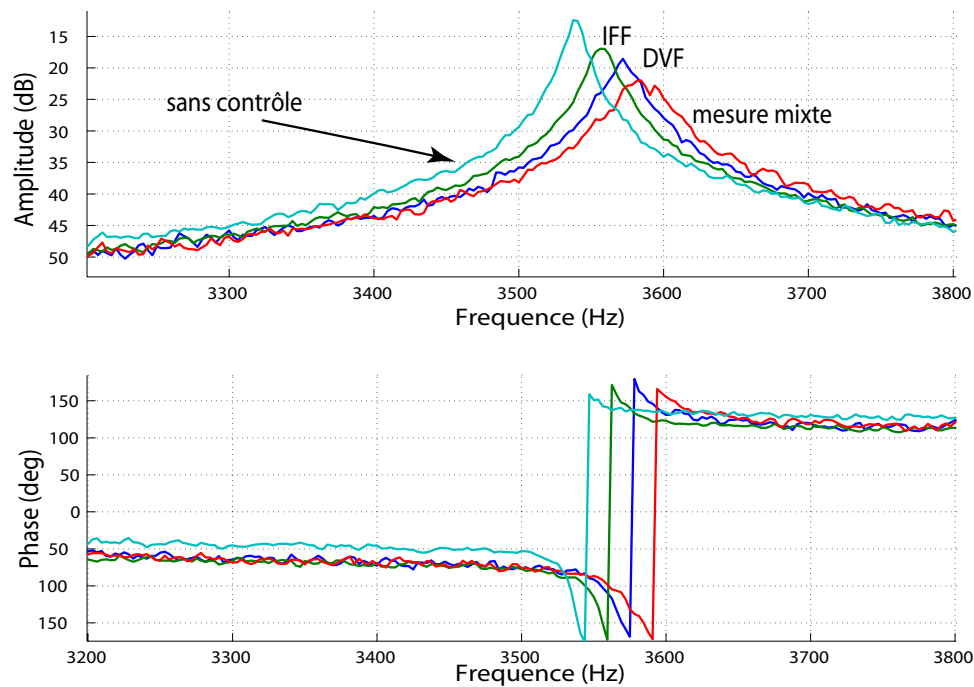


FIG. 7.57 – Diagrammes de Bode expérimentaux entre la tension appliquée aux bornes des PZT de la table vibrante et le signal d'un des capteurs extérieurs central pour différents gains de contrôle.

#### 7.4.4 Conclusion

Dans cette seconde phase, nous avons testé le dispositif de suspension fondé sur une structure de type multipoutres actionnée par des couches piézoélectriques minces. Dans son état actuel, le dispositif de micro suspension active élaboré ne permet pas de mettre en place la stratégie de contrôle envisagée. Les résultats expérimentaux obtenus en mettant en place le contrôle actif se limitent au domaine des fréquences proches de la résonance de la suspension où l'on obtient une atténuation de la surtension à la résonance de la suspension. Néanmoins ils ont permis de mettre en évidence que le manque d'efficacité du contrôle est dû au fait que les capteurs ne fournissent pas des signaux conformes à nos attentes :

- Du point de vue mécanique d'abord, car il s'avère que le capteur central tel qu'il a été conçu ne fournit pas un signal proportionnel à l'accélération absolue de la masse dans le domaine des fréquences où s'effectue le contrôle.
- Du point de vue électrique ensuite car l'existence de l'électrode de référence commune à tous les transducteurs provoque des couplages entre les capteurs et les actionneurs. Cela a des conséquences néfastes puisque les signaux des capteurs sont essentiellement dus aux grandeurs électriques du système et non aux grandeurs mécaniques.

## 7.5 Perspectives

Les essais et les modèles réalisés sur les systèmes poutre et multipoutres nous montrent les possibilités de ces systèmes d'isolation active. De plus, elles nous permettent d'établir les spécifications requises pour les systèmes de deuxième génération.

En effet, l'amélioration du principe du dispositif multipoutre nécessite une phase d'optimisation plus sophistiquée des transducteurs. C'est tout l'intérêt des modèles multiphysiques développés.

Nous pouvons également prévoir l'amélioration naturelle de la puissance des actionneurs par la meilleure maîtrise des processus de déposition. En effet, plus la couche est épaisse, plus la puissance de l'actionneur est élevée.

Il est également nécessaire d'étudier les possibilités de découplage des signaux d'actionnement et de prise d'informations. Nous pouvons mettre en parallèle des transducteurs des capacités de découplages et imaginer un processus permettant la création de masses découplées pour chaque transducteur.

Dans un second temps, l'utilisation d'autres matériaux piézoélectriques comme l'AlN pourrait améliorer l'hybridation de la structure. Comme nous l'avons énoncé précédemment, ce matériau possède l'avantage de pouvoir se déposer de manière sélective sur les zones choisies. De plus, la phase de polarisation devient inutile. L'AlN, une fois déposé, est utilisable immédiatement. L'intégration dans la phase de fabrication des cartes serait plus aisée. De plus, il possède une grande compatibilité avec l'électronique.

## Bibliographie

- [1] WALTER V., COLLET M., and DELOBELLE P. Active damping of a micro-cantilever piezocomposite beam. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 260 n°3 :453–476, 2003.
- [2] MEYER Y., COLLET M., and DELOBELLE P. Active damping of electronic micro components with piezoelectric MEMS devices. *In Proc. Cansmart Meeting International Workshop Smart Materials and Structures, Montréal, Québec, Canada*, pages 27–36, October 2004.
- [3] MEYER Y. *Isolation active de micro capteurs vibrants*. Projet de Fin d'Etudes, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques de Besançon, Juin 2002.
- [4] MEYER Y. *Isolation active de micro capteurs vibrants*. Diplôme d'Etudes Approfondies, Université de Franche-Comté, Septembre 2002.
- [5] COLLET M. *Contrôle actif des structures : Contributions à la stabilisation et à l'isolation de systèmes dynamiques*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Franche-Comté, Février 2005.
- [6] ARGYRIS J., TENEK L., and OLOFSSON L. Tric : a simple but sophisticated 3-node triangular element based on 6 rigid-body and 12 straining modes for fast computational

simulations of arbitrary isotropic and laminated composite shells. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 145 :11–85, 1997.

- [7] FOLTETE E. *Identification modale de structures linéaires et faiblement non-linéaires*. Thèse, Université de Franche-Comté, Novembre 1998.

## Conclusion générale et Perspectives



L'erreur est humaine, la science aussi.

**Brève de comptoir**





# Conclusion générale et perspectives

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire traitent du contrôle actif de composants électroniques sensibles à l'environnement extérieur. Deux stratégies sont étudiées : la stabilisation interne active du composant et son isolation active. Ces méthodes de contrôle, par souci d'hybridation, nécessitent l'utilisation de transducteurs piézoélectriques. Les recherches ont été menées par voie numérique et expérimentale.

Les stratégies de stabilisation et d'isolation actives, fondées sur des lois colocalisées simples, ont été étudiées. Leur robustesse vis-à-vis des paramètres déstabilisants du contrôle a motivé notre choix. Cependant, ces stratégies sont non optimales car leurs effets sont localisés spatialement sur la structure. Par conséquent, il est nécessaire de prêter une attention particulière à la phase d'optimisation des éléments de transduction. Ainsi, l'utilité du développement de modèles multiphysiques représentatifs s'est imposée d'elle-même. Nous nous sommes alors confrontés à la difficulté de l'établissement de ce type de modèles numériques. En effet, chaque organe, mis en jeu lors d'une stratégie de contrôle, doit être caractérisé et, le cas échéant, modélisé. Il est notamment essentiel de prendre en compte la dynamique interne des transducteurs. Dans la continuité du projet, nous devons évoluer vers une modélisation complète de la boucle de rétroaction et intégrer les éléments d'électronique de conditionnement. Au final, nous avons abordé la théorie du contrôle via les études théoriques d'implémentation des lois de contrôle étudiées.

L'ensemble des travaux expérimentaux a permis d'acquérir une certaine maîtrise technologique dans l'utilisation et la manipulation de microstructures. La conception d'outils et de matériels spécifiques tels qu'une table sismique et un support d'encastrement a été nécessaire pour pallier certains problèmes de mise en oeuvre expérimentale. Par ailleurs, l'utilisation de montages expérimentaux nous a donné l'opportunité de mettre en place des procédures de contrôle dans lesquelles chaque organe se doit d'être appréhendé avec attention. Un certain nombre de résultats, largement exposés au cours de ce mémoire, nous a donné l'occasion de nous confronter à des problèmes spécifiques. Les amplificateurs de tension, originellement conçus pour commander des dispositifs statiques, ont révélé leurs limites lors d'utilisation dynamique. De plus, les effets de couplages électriques nous ont donnés la pleine mesure de leur pouvoir de nuisance. Ces erreurs, prépondérantes, ont limité les performances des stratégies de contrôle étudiées et nécessitent une étude poussée sur les possibilités de découplages ou de limitations de ces phénomènes. Enfin, une plus grande attention à l'aspect énergétique des expérimentations devra impérativement être apportée aux futures études expérimentales.

L'emploi de matériaux piézoélectriques minces nous amène à nous poser la question du type de modélisation à effectuer. Les hypothèses de modélisation communément employées pour les couches piézoélectriques minces sont celles de Kirchhoff-Love. L'effet

de cisaillement est alors négligé au vu des dimensions des couches utilisées. Cependant, il s'avère que la non prise en compte des effets de cisaillement dans les couches fines nous amène à des erreurs substantielles d'évaluation de performances (cf chapitre 3). Il est alors nécessaire d'effectuer une modélisation 3D des structures étudiées afin d'obtenir des modèles numériques proches de la réalité expérimentale. Il s'agit d'une condition nécessaire à l'évolution et à l'optimisation des structures et des stratégies de contrôle étudiées. L'utilisation du code de calcul multiphysique Femlab<sup>®</sup> permet d'effectuer la résolution des équations différentielles couplées sans hypothèse de résolution.

L'ensemble des investigations effectuées nous a conduits à l'extension du champ d'application d'un critère d'optimisation structurale de stratégies Integral Force Feedback au cas de stratégies Direct Velocity Feedback. Nous pouvons ainsi, via une méthode de pénalisation, améliorer l'efficacité des deux stratégies d'amortissement actif colocalisées avec un unique critère. Ce critère a le grand avantage d'être simple d'application et de ne nécessiter que des calculs basiques. Par ailleurs, nous avons validé, théoriquement et expérimentalement, le principe d'isolation individuel de composants sensibles sur le cas d'une structure de poutre en silicium. De plus, une structure d'isolation originale, objet d'un brevet d'invention, fondée sur une loi de contrôle utilisant une mesure mixte en accélération absolue et en déplacement relatif a été développée et partiellement testée. Les spécifications nécessaires à son amélioration ont été énoncées au chapitre 7. Enfin, un modèle électrique équivalent des structures étudiées a permis de reproduire leur comportement et de renforcer les modèles multiphysiques développés.

De nombreuses perspectives de recherche apparaissent naturellement à l'issue de ce mémoire, tant au niveau de la stabilisation interne qu'au niveau des structures d'isolation actives.

L'application du principe de structures porteuses peut être rapidement développée au cas de la cellule accélérométrique. Actuellement, nos études sur les structures d'isolation portent sur des capteurs de très petites dimensions ( $m_{totale}=10$  mg). Or, une seule cellule en quartz est dix fois plus massive. Il convient donc d'adapter le principe d'isolation individuel à une telle masse. La solution pourrait intervenir au niveau du support de maintien. Une hybridation d'un dispositif piézoélectrique actif est envisageable.

Il est essentiel de travailler sur l'intégration technologique des systèmes étudiés théoriquement. Ce rapport mentionne les développements possibles de microsuspensions en silicium pour l'isolation active de microcomposants sensibles aux vibrations (cf chapitre 7). L'emploi d'un matériau piézoélectrique tel que le Nitride D'aluminium (AlN) permettrait de franchir une étape supplémentaire dans la phase d'hybridation. Il serait ainsi possible de graver sur un même wafer l'électronique de commande et de conditionnement ainsi que le dispositif de suspension.

Lors de l'étude de problèmes de stabilisation ou d'isolation active, nous sommes toujours confrontés au problème générique de l'optimisation des rendements des échanges énergétiques soit entre une structure et ces transducteurs (stabilisation) soit entre une structure, son support et les éléments de transduction (isolation). Cette problématique est, bien entendu, liée aux stratégies actives ou hybrides mais également passives et semi-actives. Elle peut être rapprochée d'un nouvel axe de recherche traitant de la récupération

de l'énergie vibratoire. Cette thématique est nouvellement développée par G. A. Lesieutre de Penn State University aux Etats-Unis et par D. Guyomar au LGEF de l'INSA de Lyon. De nombreuses applications liées à la conception de systèmes actifs autonomes auto-alimentés sont envisageables. Il est notamment possible de connecter, sur une structure multipoutres, un dispositif de récupération d'énergie vibratoire (Energy harvesting device) comme représenté en figure 7.58.

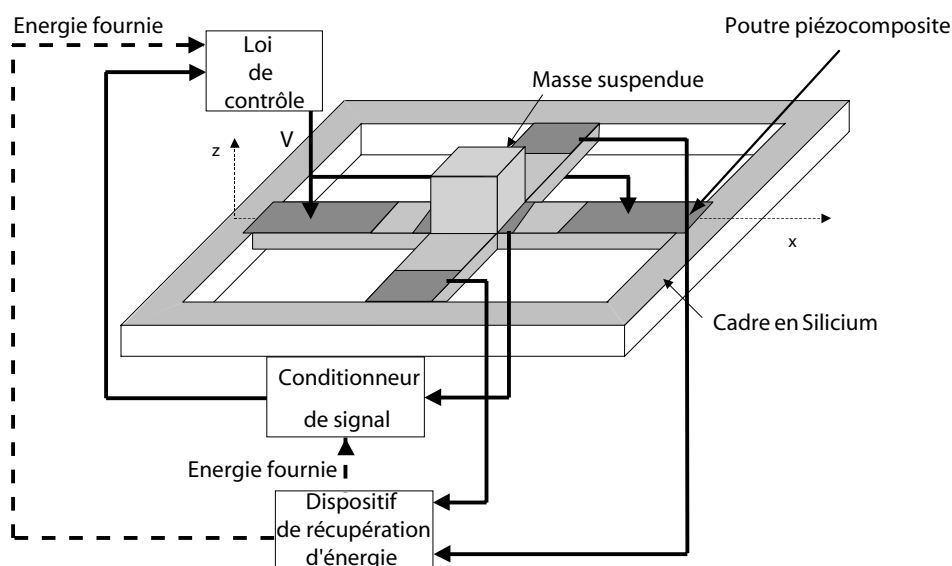


FIG. 7.58 – Architecture d'un dispositif d'isolation active auto-alimenté.



# Annexes



# Annexe A

## Vérifications de l'équivalence entre la formulation duale avec la condition de Fourier et la formulation primale

Nous allons vérifier si la formulation duale avec la condition de Fourier est équivalente à la formulation primale.

### A.1 Formulation primal du problème avec la condition de Fourier duale

Nous repassons en primal en considérant  $M_e(x, t) = E.I. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}$  et  $\frac{\partial^2 M_e(x, t)}{\partial x^2} = -\rho.S. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2}$ .

D'après la relation (4.35), nous exhibons le couple d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{E.I.S.\rho}{k_e} \cdot \frac{\partial^3 w_1(x_p, t)}{\partial^2 t \partial x} = -(E.I. \frac{\partial^2 w_1(x_p, t)}{\partial x^2} - E.I. \frac{\partial^2 w_2(x_p, t)}{\partial x^2} - \delta M_e(x_p, t)) \\ -\frac{E.I.S.\rho}{k_e} \cdot \frac{\partial^3 w_2(x_p, t)}{\partial^2 t \partial x} = -(E.I. \frac{\partial^2 w_2(x_p, t)}{\partial x^2} - E.I. \frac{\partial^2 w_1(x_p, t)}{\partial x^2} + \delta M_e(x_p, t)) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

avec

$$\begin{cases} J = \frac{E.I.S.\rho}{k_e} & : \text{l'inertie de rotation de la section de jonction} \\ E.I. \frac{\partial^2 w_1(x_p, t)}{\partial x^2} & : \text{le couple à droite de la section de jonction} \\ E.I. \frac{\partial^2 w_2(x_p, t)}{\partial x^2} & : \text{le couple à gauche de la section de jonction} \\ \delta M_e(x_p, t) & : \text{le moment appliqué par la couche piézoélectrique} \end{cases}$$

L'équation (1.2) correspond à l'équilibre dynamique de la section de poutre d'abscisse  $x_p$ .

### A.2 Formulation faible du problème primal avec la condition de Fourier

Nous obtenons, dans le cadre de la formulation faible du système primal avec la condition de Fourier, la relation suivante :

$$\begin{aligned} & \int_0^L E.I. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{w}(x, t)}{\partial x^2} dx + \int_0^L \rho.S. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \cdot \tilde{w} dx \\ & = (-\delta M(x_p, t) + \frac{S.\rho.E.I.}{k_e} \cdot \frac{\partial^3 w(x_p, t)}{\partial^2 t \partial x}) \cdot (\frac{\partial \tilde{w}(x_p, t)}{\partial x}) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$



Si nous reprenons  $\delta M({}_ex_p, t) = \frac{h}{2}.e_{31}.l.V$  et, dans le même temps, nous faisons tendre  $k_e \longrightarrow +\infty$ , nous retrouvons la relation (4.18). D'un point de vue mécanique, cette formulation duale est cohérente avec celle primale si nous choisissons un  $k_e$  suffisamment grand.

## Annexe B

# Paramètres matériaux des diélectriques utilisés

### B.1 Le PZT

#### Paramètres élémentaires

La masse volumique du PZT, à 25 °C, est de :

$$\rho = 7500 \text{ kg.m}^{-3} \quad (\text{B.1})$$

Le module d'Young du PZT, à 25 °C, est de :

$$E = 1.14 \times 10^{11} \text{ Pa} \quad (\text{B.2})$$

Le coefficient de Poisson du PZT, à 25 °C, est de :

$$\nu = 0.32 \quad (\text{B.3})$$

#### Matrice de rigidité

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

avec  $C_{\alpha\beta}$  en  $10^{10} \text{ N.m}^{-2}$  :

$$\begin{cases} C_{11} = 12.72 \\ C_{12} = 8.02 \\ C_{13} = 8.46 \\ C_{33} = 11.74 \\ C_{44} = 2.29 \\ C_{66} = 2.34 \end{cases}$$

## Matrice des constantes piézoélectriques

$$e_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

avec  $e_{\alpha\beta}$  en  $C.m^{-2}$  :

$$\begin{cases} e_{31} = -6.62 \\ e_{33} = 23.24 \\ e_{15} = 17.03 \end{cases}$$

## Matrice des constantes de permittivité

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

avec  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  en  $10^{-11}F.m^{-1}$  :

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = 150.91 \\ \varepsilon_{33} = 126.93 \end{cases}$$

## B.2 Le quartz

### Paramètres élémentaires

La masse volumique du quartz, à 25 °C, est de :

$$\rho = 2648 kg.m^{-3} \quad (\text{B.7})$$

Le module d'Young du quartz, à 25 °C, est de :

$$E = 0.8 \times 10^{11} Pa \quad (\text{B.8})$$

Le coefficient de Poisson du quartz, à 25 °C, est de :

$$\nu = 0.28 \quad (\text{B.9})$$

## Matrice de rigidité

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ C_{14} & -C_{14} & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{14} & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

avec  $C_{\alpha\beta}$  en  $10^{10}N.m^{-2}$  :

$$\begin{cases} C_{11} = 8.67 \\ C_{12} = 0.70 \\ C_{13} = 1.19 \\ C_{14} = -1.79 \\ C_{33} = 10.72 \\ C_{44} = 5.79 \end{cases}$$

### Matrice des constantes piézoélectriques

$$e_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{14} & -e_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (B.11)$$

avec  $e_{\alpha\beta}$  en  $C.m^{-2}$  :

$$\begin{cases} e_{11} = -0.173 \\ e_{14} = 0.044 \end{cases}$$

### Matrice des constantes de permittivité

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (B.12)$$

avec  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  en  $10^{-11}F.m^{-1}$  :

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = 3.98 \\ \varepsilon_{33} = 4.073 \end{cases}$$



# Annexe C

## Table vibrante

### C.1 Introduction

Nous voulons concevoir une structure nous permettant de créer un environnement vibratoire donné. Nous devons pouvoir injecter sur la structure des mouvements suivant l'axe  $\vec{Z}$  et autour des axes  $\vec{X}$  et  $\vec{Y}$  soient suivant trois degrés de liberté (cf figure 3.1). Par ailleurs, la table ne doit pas interférer dans le spectre des structures étudiées. Dans notre cas, nous libérons la gamme de fréquences comprise entre 2000 Hz et 5000 Hz. Pour cela, les trois modes de structure (suivant les degrés de liberté à piloter) de la table sont confinés avant 2000 Hz. Les autres modes de fréquence supérieure sont rejetés au-delà de 5000 Hz. L'actionnement est assuré par des patches piézoélectriques. De plus, le matériau employé est l'aluminium. En effet, il est à la fois très raide et peu massique. Nous pouvons donc jouer sur les épaisseurs afin de se placer dans le cadre d'acceptation défini précédemment.

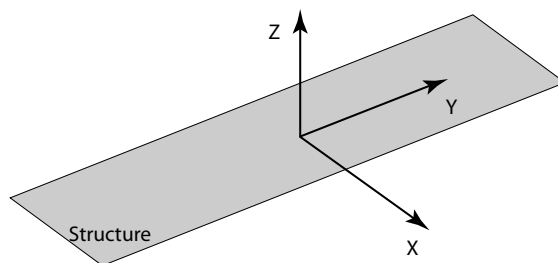


FIG. C.1 – Les axes de conception

### C.2 Solution adoptée

La solution choisie est présentée sur la mise en plan 3.2. La table vibrante est constituée de trois pattes actionnées par les patches PZT. Par application d'actionnement en phase ou déphasé, nous pouvons appliquer les mouvements suivant les trois degrés de liberté voulus. Le coeur de la table est plus massique de par sa différence d'épaisseur. Les six premières déformées modales de la table sont données en figures 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 et 3.8.

Il apparaît que les trois premières fréquences propres sont bien sous la valeur de la borne inférieure de l'intervalle fréquentiel à éviter. De plus les deux dernières sont bien au

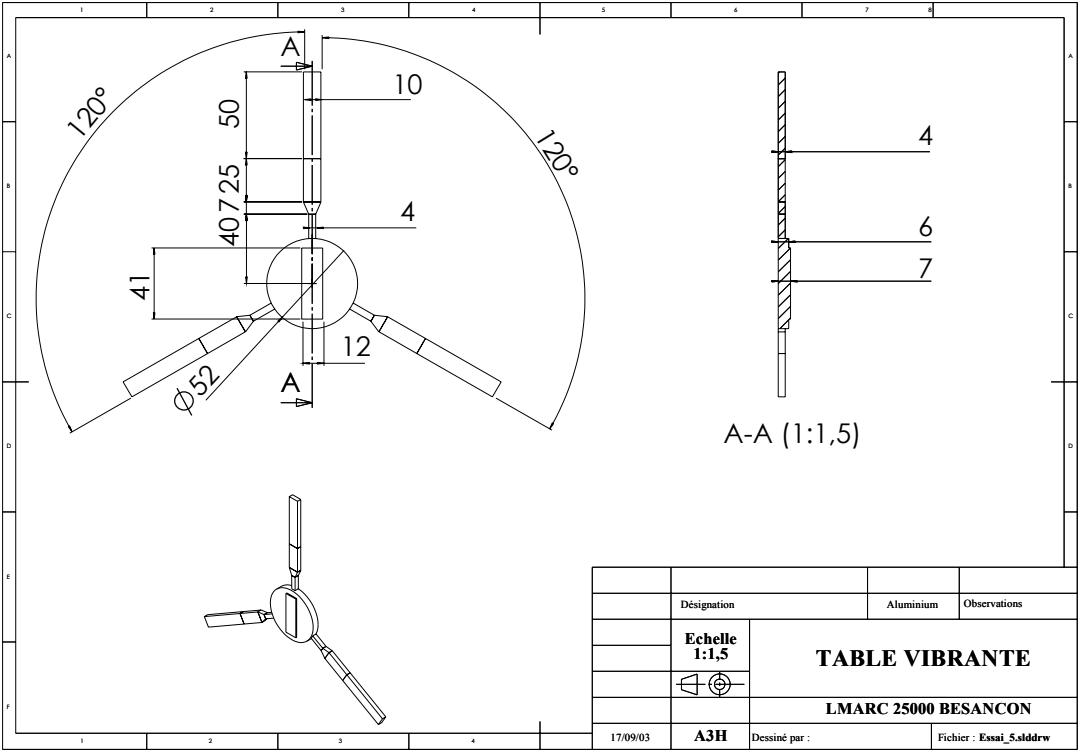


FIG. C.2 – Plan de la table vibrante

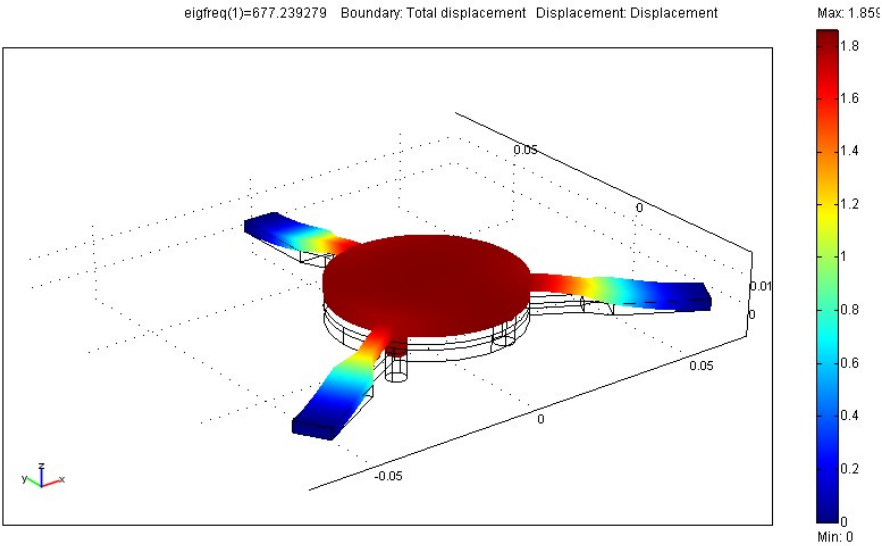


FIG. C.3 – Déformée du premier mode propre de la table vibrante (677 Hz)

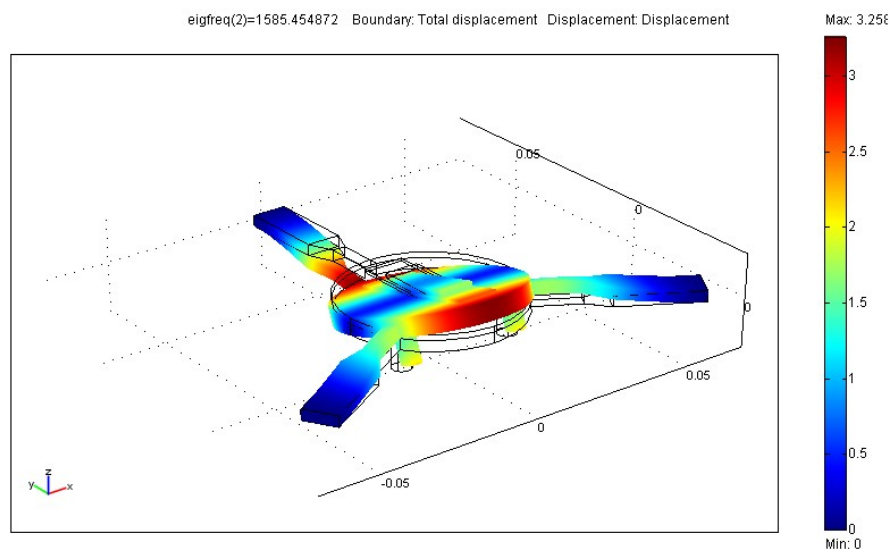


FIG. C.4 – Déformée du second mode propre de la table vibrante (1585 Hz)

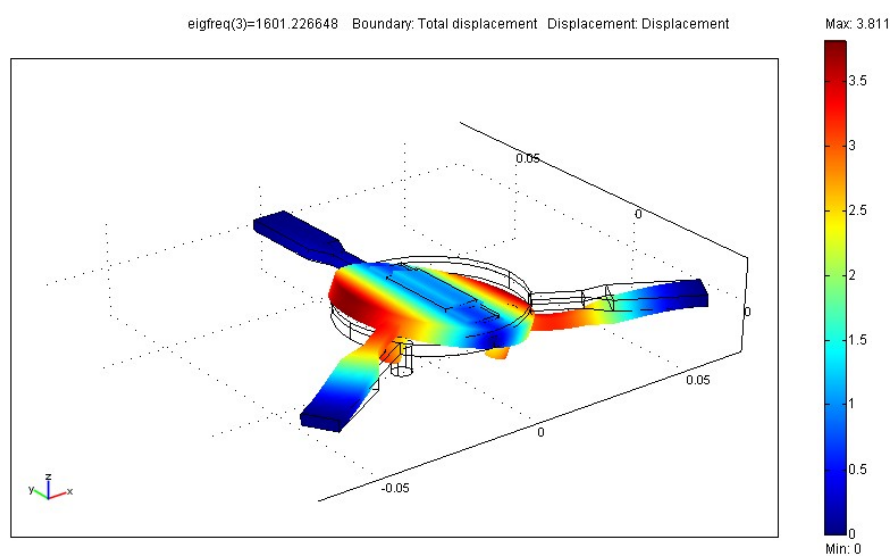


FIG. C.5 – Déformée du troisième mode propre de la table vibrante (1600 Hz)



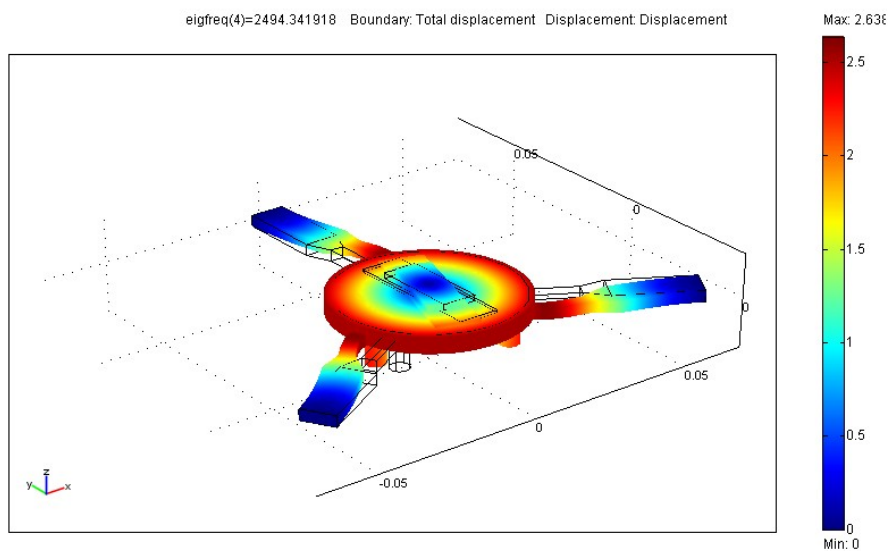


FIG. C.6 – Déformée du quatrième mode propre de la table vibrante (2494 Hz)

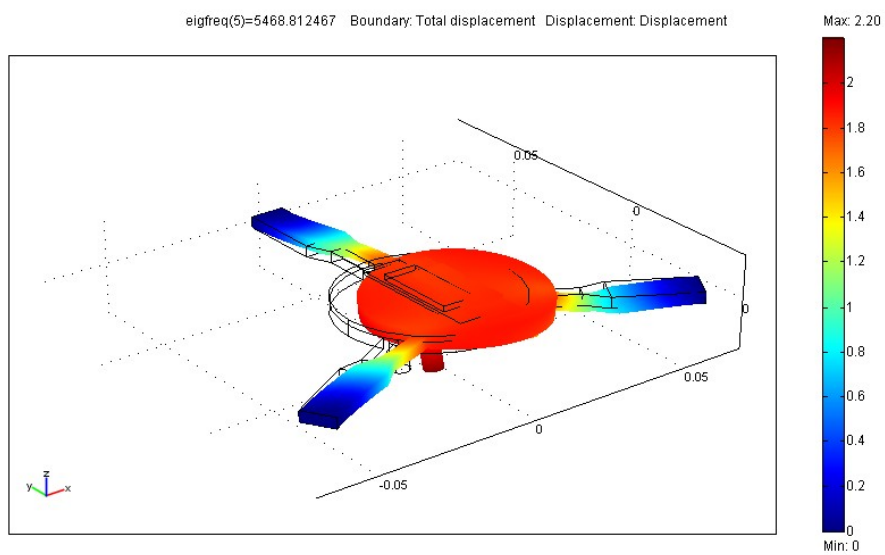


FIG. C.7 – Déformée du cinquième mode propre de la table vibrante (5469 Hz)

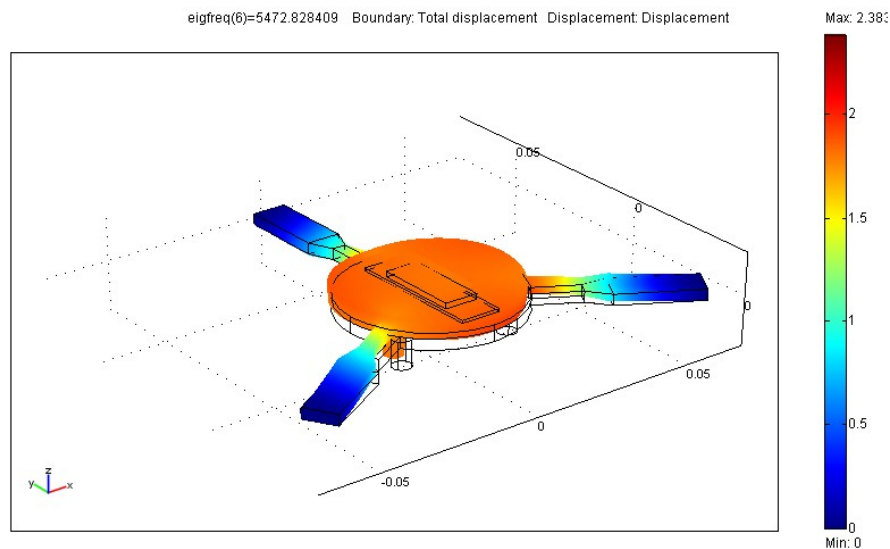


FIG. C.8 – Déformée du sixième mode propre de la table vibrante (5473 Hz)

delà de la borne supérieure. Il reste le cas du quatrième mode propre dont la fréquence est placée au milieu de la zone à libérer. Cependant, il s'agit d'un mode de rotation suivant l'axe  $\vec{Z}$ . Les actionneurs n'injectent que des efforts suivants l'axe  $\vec{Z}$ . Par conséquent, ce mode ne peut être excité par le type d'actionnement choisi. Cette remarque est confirmée par le diagramme de Bode théorique entre l'effort injecté par les PZT de manière quasi symétrique sur la table et le signal d'un accéléromètre placé au centre de la table (cf figure 3.9). En effet, nous ne voyons par apparaître le mode 4 sur ce tracé.

Il reste, à présent, à valider notre conception sur une structure réelle. Afin de ne pas dévier par rapport au modèle numérique et par souci de précision, la table est un monobloc en aluminium. Une tôle en aluminium de 10 mm est usinée pour faire apparaître les différences d'épaisseur. Ensuite, cette plaque est découpée par électroérosion à fil. Ainsi, les tolérances dimensionnelles sont de l'ordre de la dizaine de microns. Enfin, la dernière étape est le redressage de la structure sur un marbre. En effet, lors de la découpe, les contraintes accumulées par le matériau pendant la phase de fraisage sont relâchées. Les pattes de la structure se retrouvent gauchies. Une photographie de la table vibrante est présentée en figure 4.6.

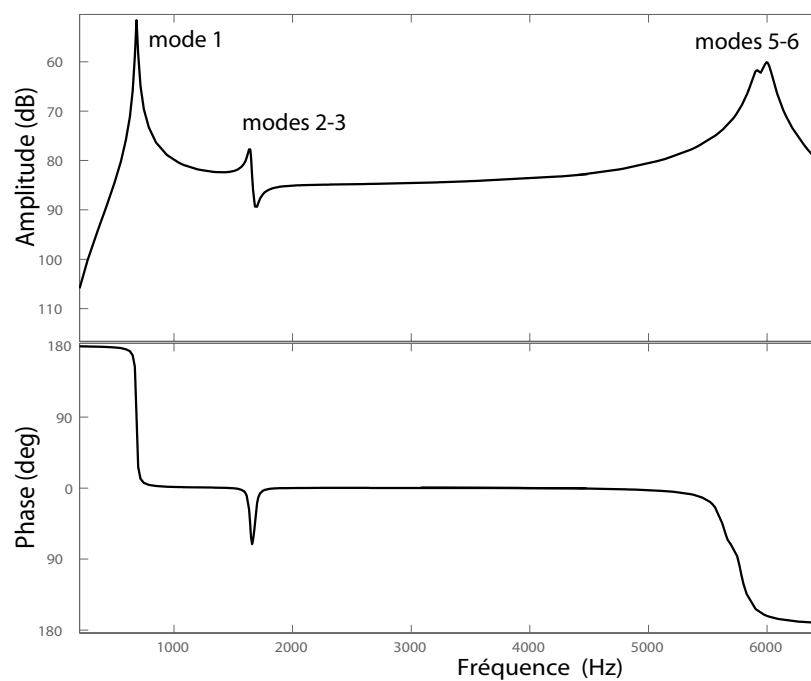


FIG. C.9 – Diagramme de Bode théorique de la table vibrante entre un signal excitant les PZT et celui d'un accéléromètre placé en son centre

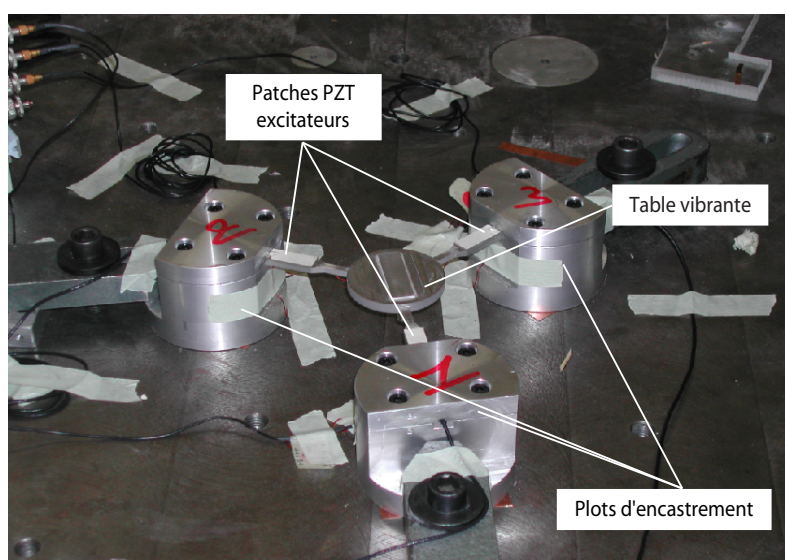


FIG. C.10 – Photographie de la table vibrante

Nous traçons le diagramme de Bode expérimental entre l'effort appliqué, de façon pseudosymétrique, sur les pattes et un accéléromètre placé au centre de la table (cf figure 3.11). La zone comprise entre 2000 Hz et 5000 Hz est libre de toute résonance. Elle constitue la plage d'étude de nos systèmes.

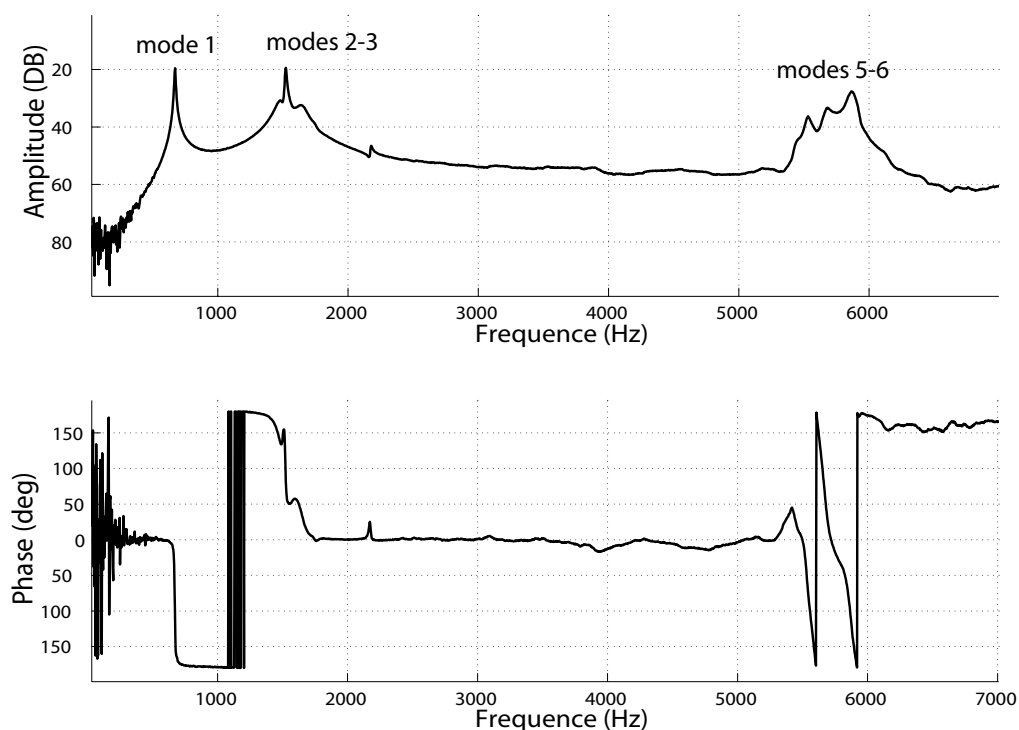


FIG. C.11 – Diagramme de Bode expérimental de la table vibrante entre un signal excitant les PZT et un accéléromètre placé en son centre

Nous représentons également les niveaux d'accélération subis par les dispositifs placés sur la table en fonction de l'amplitude des signaux appliqués aux bornes des PZT (cf figures 3.12 et 3.13).

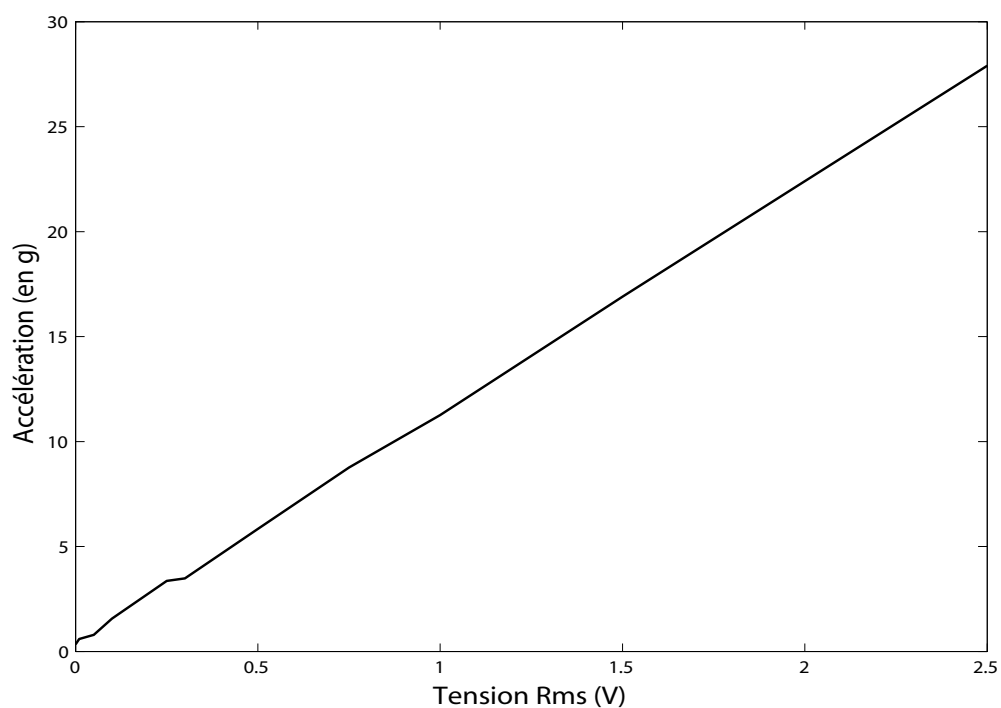


FIG. C.12 – Accélération au centre de la table en fonction de la tension d'excitation des PZT en sortie du générateur de signal. Excitation de type bruit blanc.

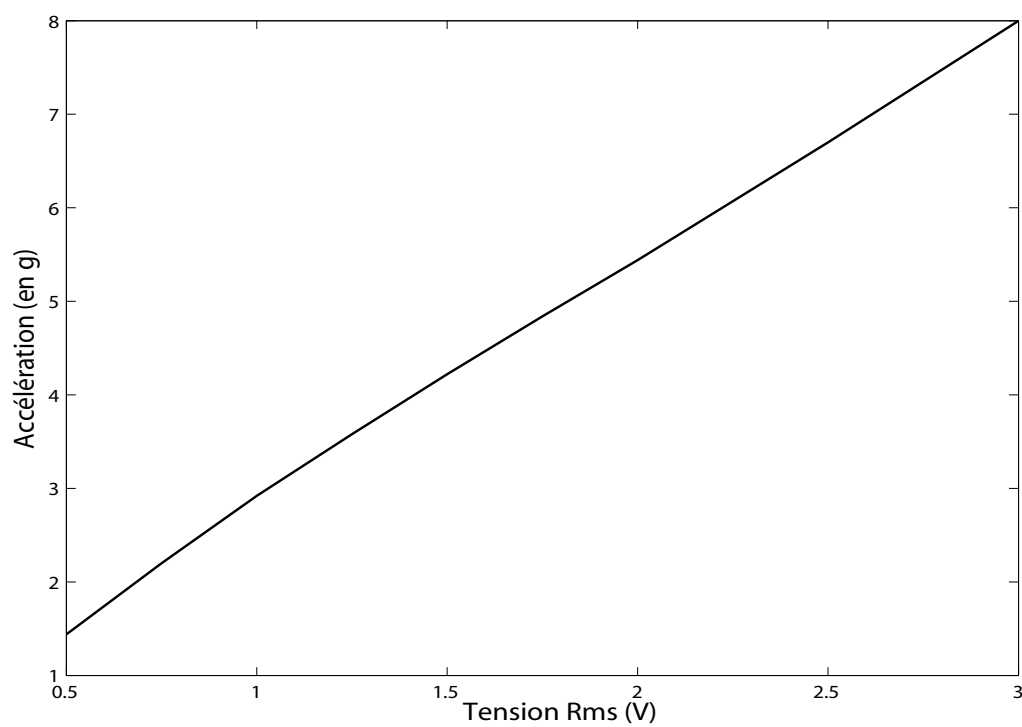


FIG. C.13 – Accélération au centre de la table en fonction de la tension d'excitation des PZT en sortie du générateur de signal. Excitation de type sinus.

## Annexe D

# Support de maintien d'une cellule accélérométrique

### D.1 Introduction

Un support d'encastrement est nécessaire pour maintenir la cellule accélérométrique en quartz sur la table vibrante. Trois exigences s'imposent d'elles-mêmes :

- le support ne doit pas interférer dans la zone fréquentielle d'étude. Ces modes propres sont choisis pour être au-delà de cette zone,
- le support doit être isolant du point de vue électrique,
- le support doit permettre le passage des fils des connections.

### D.2 Solution choisie

Tout d'abord, le matériau constitutif du support est le nylon ( $E_{young} = 9e9$  Pa et  $\rho_{volumique} = 2000$  Kg.m<sup>-3</sup>). Ces propriétés mécanique sont satisfaisantes et le nylon est un matière isolante électriquement. La mise en plan du support est présentée sur la figure 4.1. Il s'agit d'un tube dont les dimensions permettent le positionnement de la cellule. Une bague de serrage encastre le système en quartz sur le support. Par ailleurs, ces lumières sont usinées sur le pourtour du tube. Les sorties des fils de connection sont ainsi assurées. Il est à noter que le dispositif en nylon est collé sur la table vibrante. Les quatre premières déformées modales du support de maintien sont données en figures 4.2, 4.3, 4.4 et 4.5.

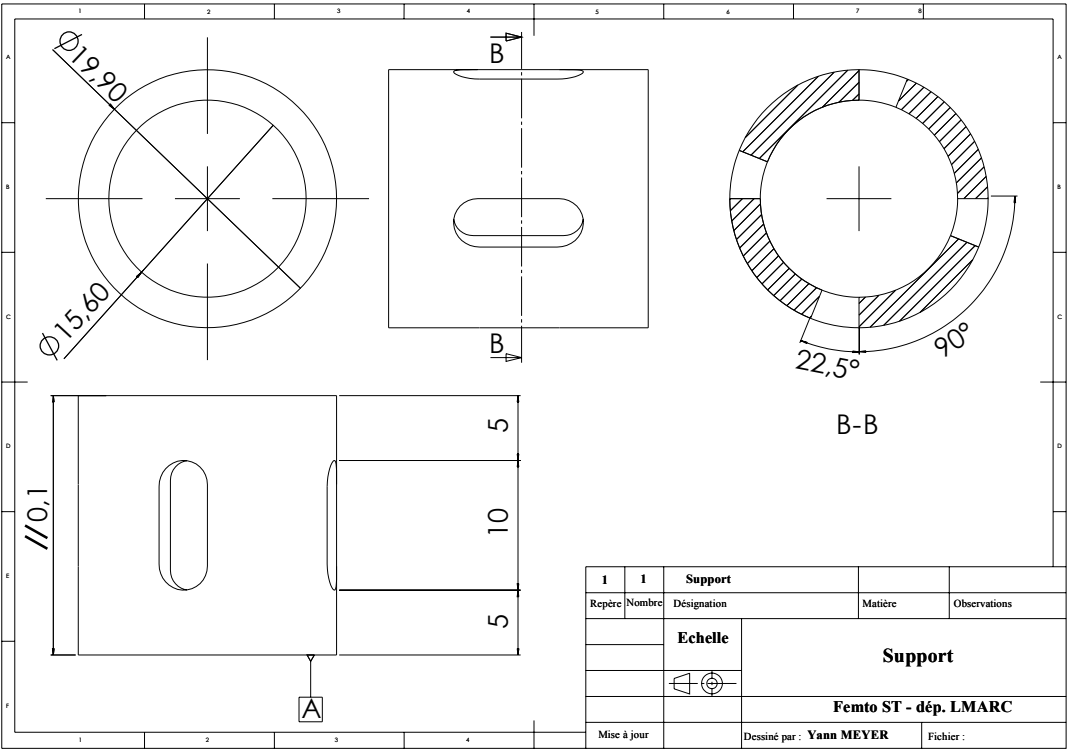


FIG. D.1 – Plan du support de maintien

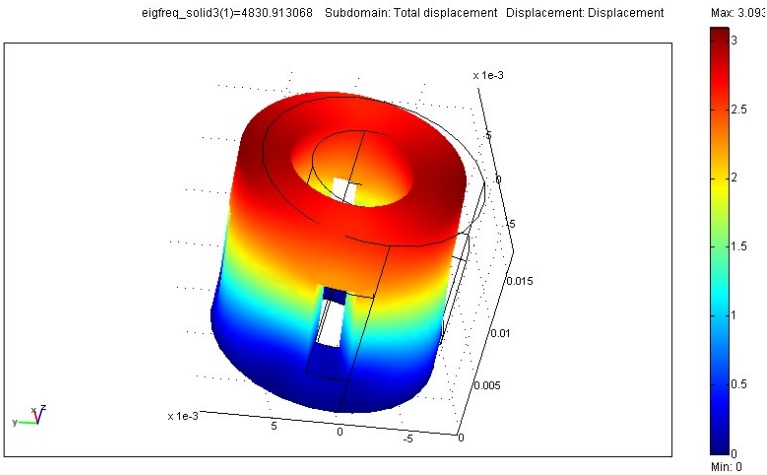


FIG. D.2 – Déformée du premier mode propre du support (4831 HZ)

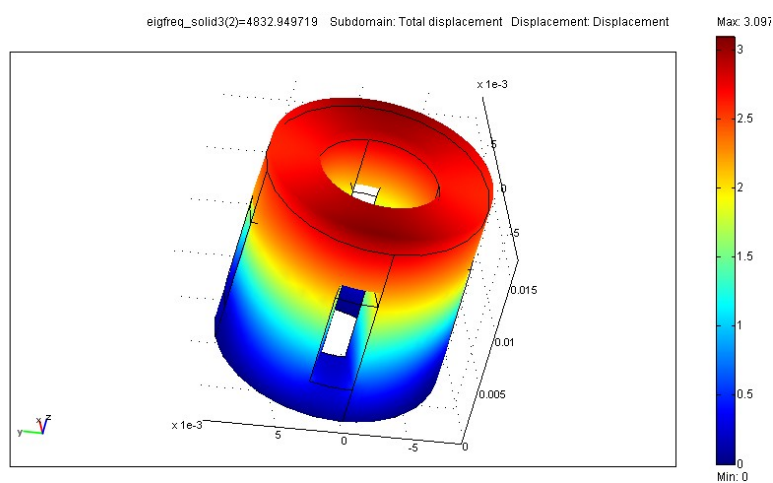


FIG. D.3 – Déformée du second mode propre du support (4833 Hz)

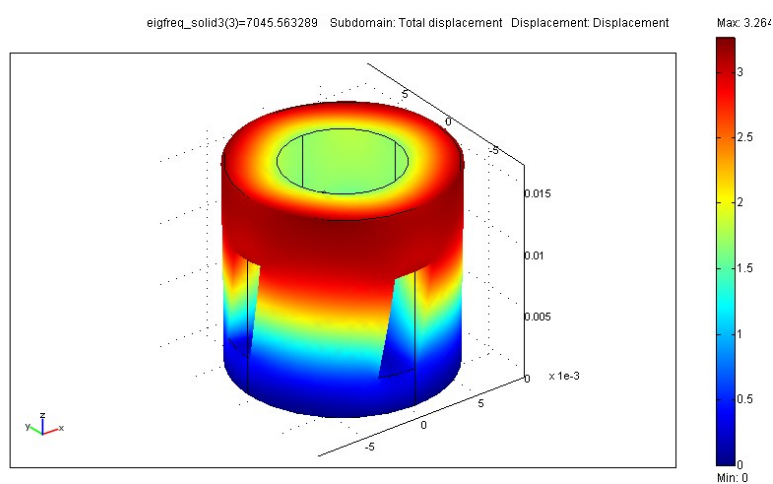


FIG. D.4 – Déformée du troisième mode propre du support (7045 Hz)



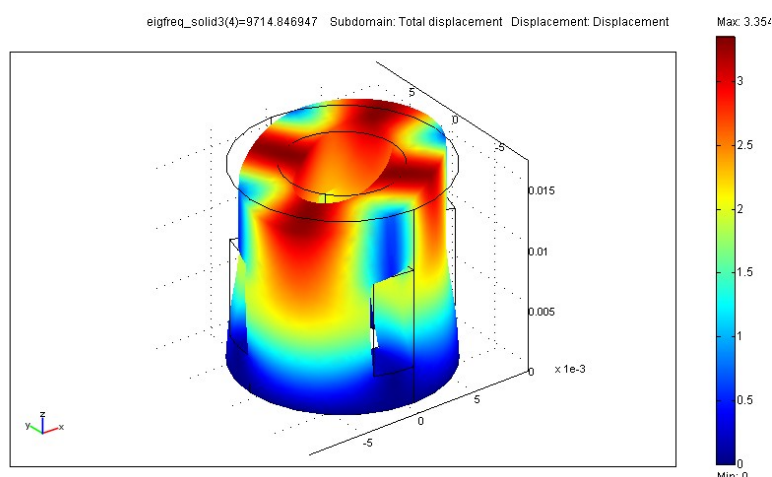


FIG. D.5 – Déformée du quatrième mode propre du support (9715 Hz)

Une photographie de la cellule positionnée sur le support en nylon est présentée en figure 4.6.

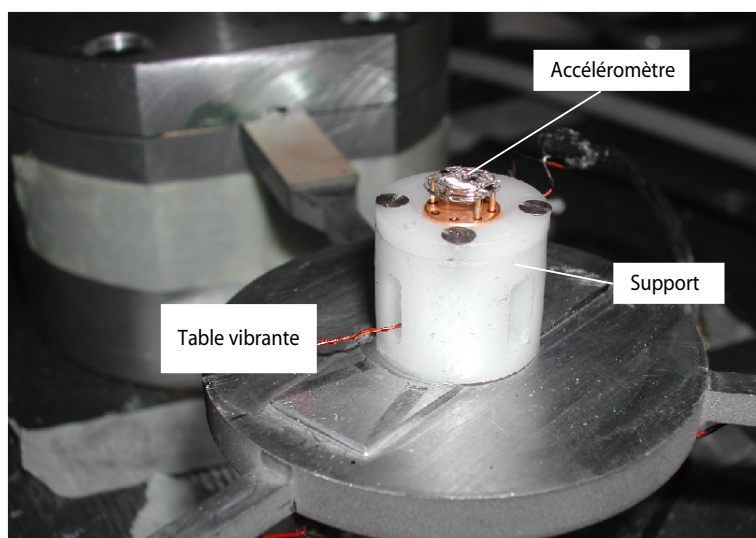


FIG. D.6 – Photographie du support

Le diagramme de Bode expérimental du support positionné sur la table vibrante est donnée en figure 4.7. Il représente le transfert entre le signal appliqué aux bornes des PZT de la table vibrante et celui émis par le vélocimètre laser. Le premier mode de structure du dispositif en nylon se devine sur le diagramme de phase. L'intervalle d'étude est légèrement diminué. Mais, il reste tout à fait acceptable par rapport aux modes propres de la cellule accélérométrique étudiée.

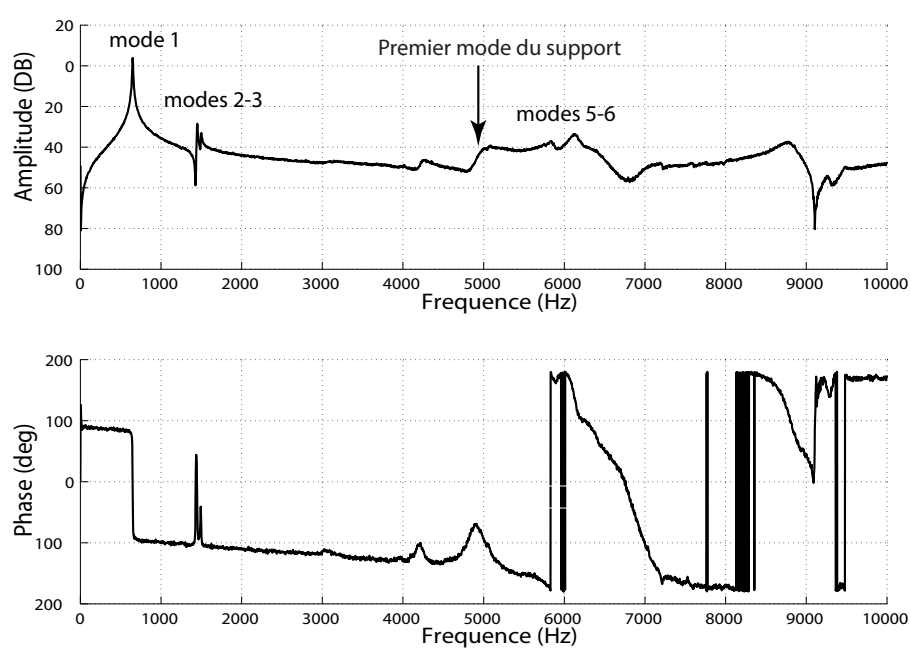


FIG. D.7 – Diagramme de Bode expérimental de la table vibrante entre un signal excitant la table et celui émis par le vélocimètre laser



## Annexe E

# Couplage électrique dans les dispositifs de suspension

### E.1 Introduction

Pour nos dispositifs de suspension active, les actionneurs et les capteurs possèdent une électrode de référence commune. Expérimentalement, des résistances de quelques dixièmes d'ohms ont été mesurées entre les électrodes supérieures des transducteurs et la connectique. Il existe de même une résistance  $0.6 \Omega$  entre l'électrode commune de référence et la masse des organes de mesure et d'excitation. Dès lors, les mesures de charges effectuées contiennent non seulement le signal émis par les capteurs mais également un signal parasite dû à la résistance de l'électrode commune.

### E.2 Dispositif d'isolation de type poutre

La suspension simple de type poutre peut se schématiser comme représentée en figure 5.1 en prenant en compte les résistances dues à la connectique.

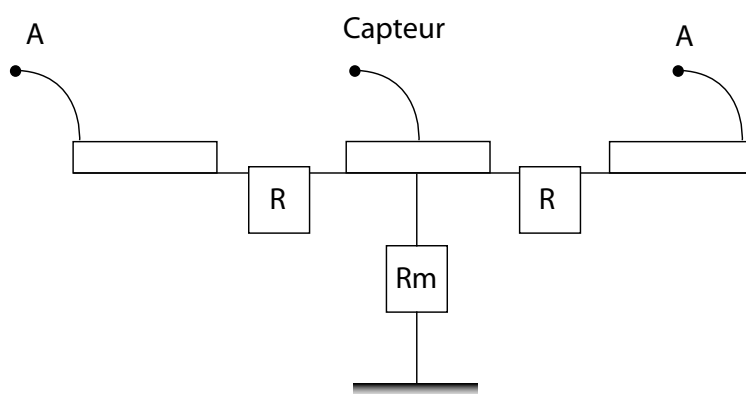


FIG. E.1 – Schéma du dispositif d'isolation poutre avec la mise en évidence des résistances résiduelles

Les relations existant entre les déformations en flexion d'une poutre et le courant créé dans le film piézoélectrique ont été largement établies. Le schéma électrique d'un capteur est présenté sur la figure 5.2. Du point de vue électrique, un actionneur piézoélectrique est équivalent à une capacité. Nous obtenons donc le schéma électrique équivalent de la

suspension de type poutre (cf figure 5.3). De plus, si nous lui ajoutons un amplificateur de charges en sortie du capteur, nous obtenons le schéma électrique complet présenté en figure 5.4.

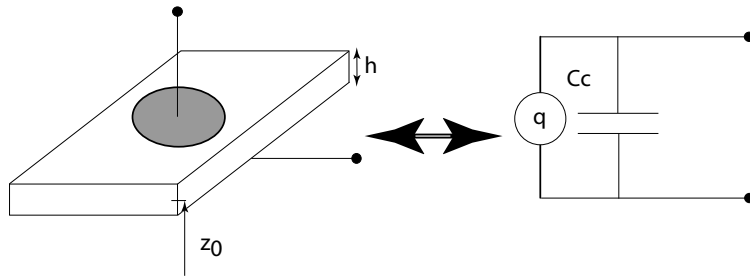


FIG. E.2 – Branchement équivalent d'un capteur

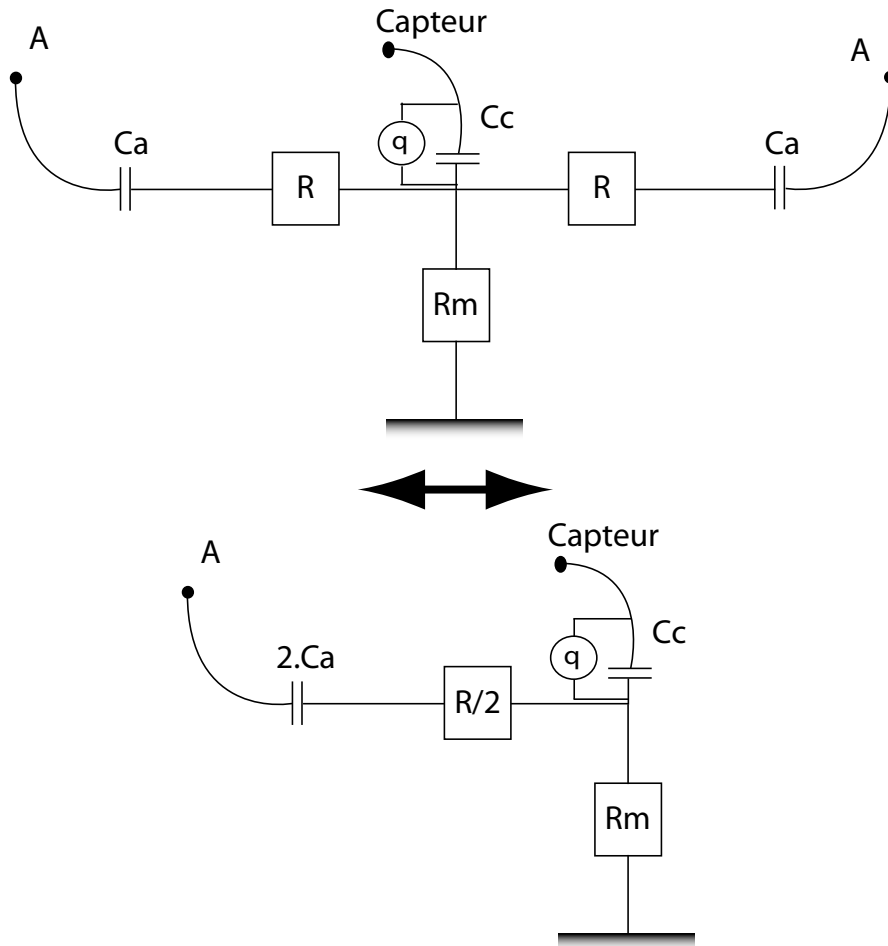


FIG. E.3 – Schéma électrique équivalent du dispositif d'isolation poutre

Par application de la loi des noeuds aux trois boucles notifiées sur la figure 5.4 et en supposant l'amplificateur opérationnel parfait, nous obtenons les trois relations suivantes :

– **la Boucle 1** :

$$V_{mesuree} = -\frac{q_{mesuree}}{C_h} \quad (E.1)$$

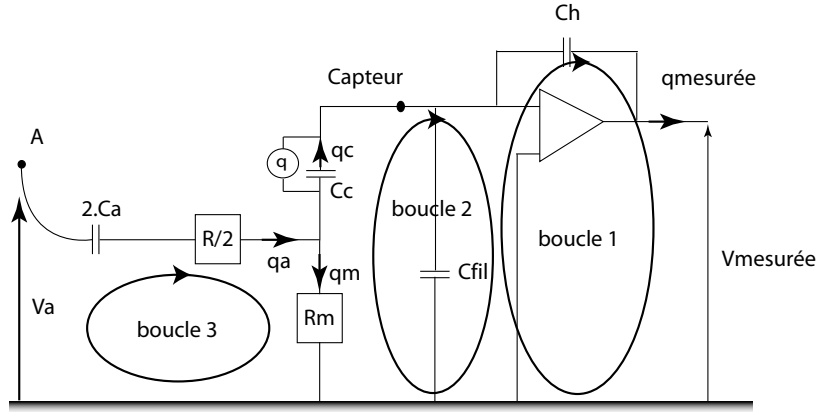


FIG. E.4 – Schéma électrique équivalent connecté à l'amplificateur de charges.

– la Boucle 3, en notation de Laplace :

$$V_a = \frac{q_a}{2.C_a} + \frac{R}{2}.s.q_a + R_m.s.(q_a - q_{mesuree})$$

$$\iff V_a = \frac{q_a}{2.C_a} + \left(\frac{R}{2} + R_m\right).s.q_a - R_m.s.q_{mesuree}$$
(E.2)

– la Boucle 2, en notation de Laplace :

$$q_{mesuree} = q + C_c.R_m.s.(q_a - q_{mesuree})$$

$$\iff q_{mesuree} = \frac{1}{1+R_m.C_c.s}.(q + C_c.R_m.s.q_a)$$

$$\iff q_a = \frac{1}{R_m.C_c.s}.((1 + R_m.C_c.s).q_{mesuree} - q)$$
(E.3)

Ensuite, par combinaison des équations (5.2) et (5.3), nous pouvons écrire la relation :

$$V_a = \left(\frac{1}{2.C_a} + \left(\frac{R}{2} + R_m\right).s\right) \cdot \frac{1}{R_m.C_c.s} \cdot ((1 + R_m.C_c.s).q_{mesuree} - q) - R_m.s.q_{mesuree}$$

$$\iff V_a = -\left(\frac{1+2.C_a.\left(\frac{R}{2}+R_m\right).s}{2.C_a.R_m.C_c.s}\right).q + \frac{1+(R_m.C_c+2.C_a.\left(\frac{R}{2}+R_m\right)).s+2.C_a.\frac{R}{2}.R_m.C_c.s^2}{2.C_a.R_m.C_c.s}.q_{mesuree}$$
(E.4)

A présent, nous faisons apparaître la contribution de la partie mécanique au signal émis par l'amplificateur de charges. La charge équivalente de la couche piézoélectrique sensitive est liée à la tension d'entrée  $V_a$  par la relation suivante :

$$q = H_{sys}.V_a$$
(E.5)

Nous pouvons donc écrire la relation complète (5.6) entre la tension de contre réaction et la charge mesurée.

$$\frac{q_{mesuree}}{V_a} = \frac{2.C_a.R_m.C_c.s+(1+2.C_a.\left(\frac{R}{2}+R_m\right).s).H_{sys}}{1+(R_m.C_c+2.C_a.\left(\frac{R}{2}+R_m\right)).s+2.C_a.\frac{R}{2}.R_m.C_c.s^2}$$

$$\iff \frac{q_{mesuree}}{V_a} = \frac{2.C_a.R_m.C_c.s}{1+(R_m.C_c+2.C_a.\left(\frac{R}{2}+R_m\right)).s+2.C_a.\frac{R}{2}.R_m.C_c.s^2} + \frac{(1+2.C_a.\left(\frac{R}{2}+R_m\right).s).H_{sys}}{1+(R_m.C_c+2.C_a.\left(\frac{R}{2}+R_m\right)).s+2.C_a.\frac{R}{2}.R_m.C_c.s^2}$$
(E.6)

Si nous considérons que les résistances entre les masses des transducteurs est négligeables ( $R=0$ ), nous obtenons :

$$\frac{q_{mesuree}}{V_a} = \underbrace{\frac{2.C_a.R_m.C_c.s}{1 + (R_m.C_c + 2.C_a.R_m).s}}_A + \underbrace{\frac{(1 + 2.C_a.R_m.s).H_{sys}}{1 + (R_m.C_c + 2.C_a.R_m).s}}_B \quad (E.7)$$

En y injectant l'équation (5.1), nous obtenons la relation entre la tension d'alimentation des couches piézoélectriques activatrices  $V_a$  et la tension émise par le capteur de charges  $V_{mesure}$ .

$$\frac{V_{mesuree}}{V_a} = - \underbrace{\frac{2.C_a.R_m.C_c.s}{C_h.(1 + (R_m.C_c + 2.C_a.R_m).s)}}_A - \underbrace{\frac{(1 + 2.C_a.R_m.s).H_{sys}}{C_h.(1 + (R_m.C_c + 2.C_a.R_m).s)}}_B \quad (E.8)$$

La partie A est liée à la contribution du couplage électrique et la partie B à la contribution du système mécanique.

### E.3 Application numérique

Les capacités des transducteurs sont évaluées à  $C_a = C_c = C_h = 10nF$ . Nous prenons la résistance mesurée entre la masse de mesure et la masse du dispositif égale à  $R_m = 0.6 \Omega$ . Le système mécanique est représenté par une fonction de transfert du type :

$$H_{sys} = \frac{G}{s^2 + 2 * 2 * pi * 3000 * 0.001.s + (2 * pi * 3000)^2} \quad (E.9)$$

#### Dispositif d'isolation de type poutre

Tout d'abord, nous évaluons l'influence de la fonction de transfert B sur la réponse du signal. Nous comparons les fonctions de transfert  $H_{sys}$  et  $B$  sur la figure 5.5. Il est clair que le transfert introduit dans l'expression  $B$  n'a pas d'influence en basses fréquences sur la réponse du système. En effet, il s'agit d'un filtre coupe-bande sur l'intervalle de fréquences  $[8.85e+6 \ 1.33e+7]$ .

Ensuite, nous évaluons l'influence de la fonction de transfert A sur la réponse du système. On peut retrouver sur la figure 5.6 un comparatif entre les fonctions de transfert  $\frac{V_{mesuree}}{V_a}$ , A et B. La fonction de transfert A est un filtre passe haut possédant une fréquence de coupure à 8.85 MHz. Par conséquent, A a un effet dérivateur sur la plage de fréquences étudiées.

Enfin, nous observons l'influence du gain statique G de  $H_{sys}$  sur la visibilité de l'effet dérivateur de la fonction de transfert A sur la réponse du système (cf figure 5.7). Plus le gain statique est important, plus l'influence de A est négligeable. Malheureusement, au vu des courbes expérimentales, l'influence de A est prépondérante et masque une partie de la réponse de la structure mécanique. Cependant, au voisinage de la fréquence de résonance du mode de "pompage", la partie mécanique du signal se distingue, et donc le capteur joue son rôle.

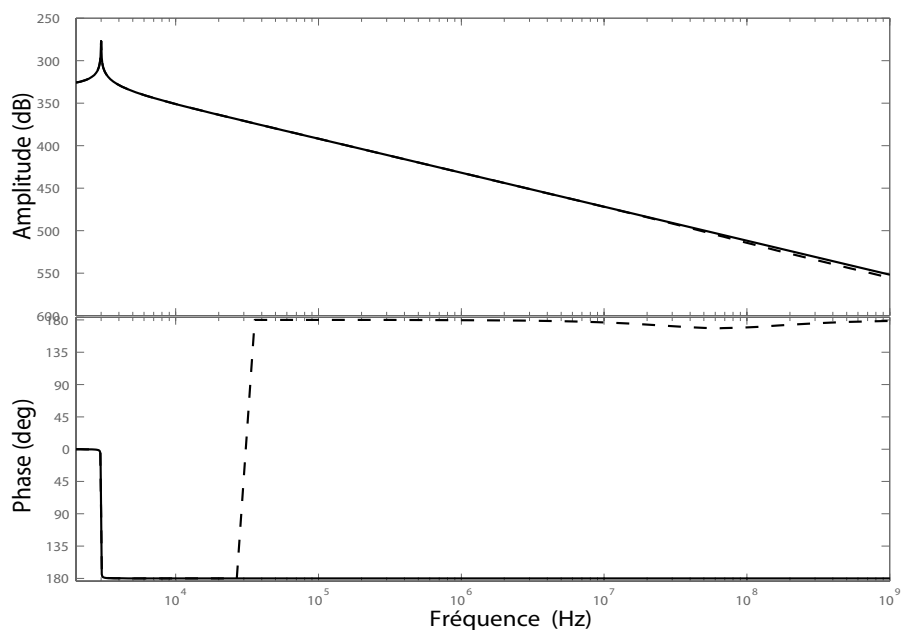


FIG. E.5 – Diagrammes de Bode des fonctions de transfert  $H_{sys}$  (trait plein) et B

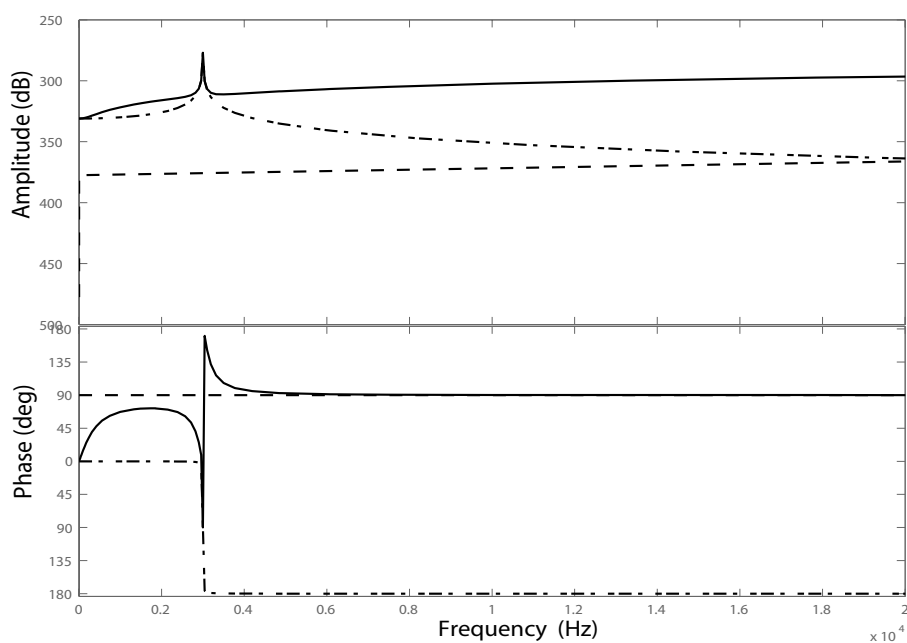


FIG. E.6 – Diagrammes de Bode des fonctions de transfert  $\frac{V_{mesuree}}{V_a}$  (trait plein), A (pointillés réguliers) et B.



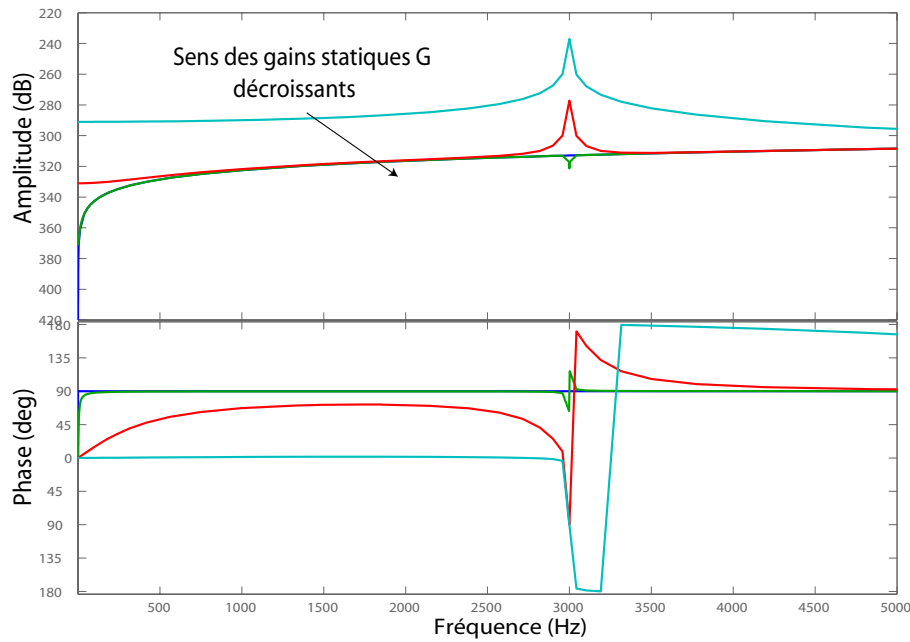


FIG. E.7 – Diagrammes de Bode de la fonction de transfert  $\frac{q_{mesuree}}{V_a}$  pour différents gains statiques  $G$

Nous vérifions, après ajustement des gains statiques théoriques, la véracité du modèle simplifié du couplage électrique (cf figure 5.8). La corrélation sur le diagramme d'amplitude est bonne et montre l'amélioration apportée par le modèle électrique. En revanche, nous observons un décalage de  $180^\circ$  sur la phase. Ceci est dû à la présence des amplificateurs de tension dans la boucle qui injecte une phase supplémentaire de  $180^\circ$ .

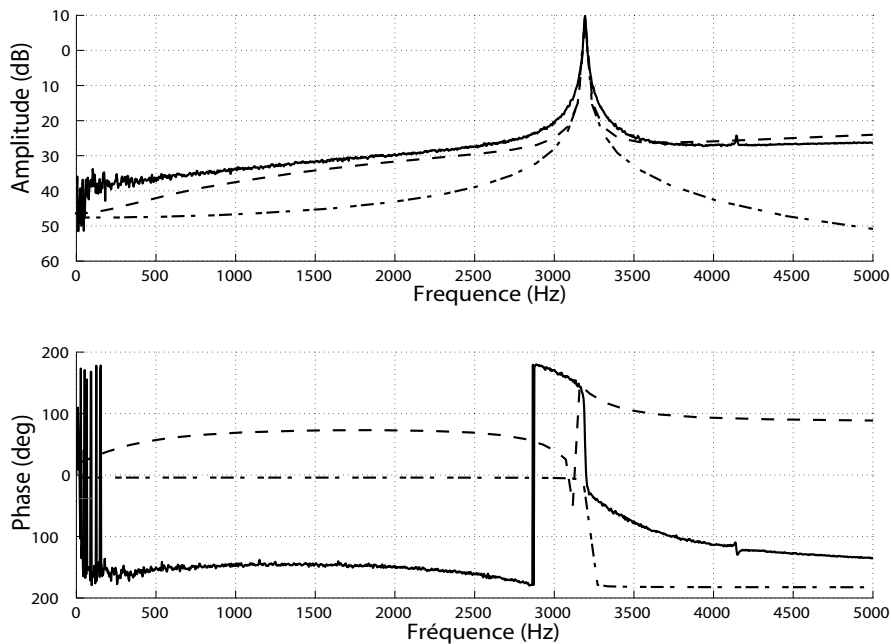


FIG. E.8 – Diagrammes de Bode, entre la mesure du capteur central et le signal appliqué aux bornes des actionneurs de la poutre, des fonctions de transfert, mesurée (trait plein), théorique avec la prise en compte des couplages électriques (pointillés réguliers) et théorique simple.

## E.4 Conclusions

Au final, ces modèles simplifiés mettent en évidence l'existence de couplages entre les capteurs et les actionneurs. Ces couplages sont dus à l'existence de l'électrode de référence commune à tous les transducteurs. Ce sont ces couplages électriques qui font apparaître un dérivateur sur les fonctions de transfert expérimentales entre les mesures aux bornes des capteurs et la tension imposée aux bornes des actionneurs. Pour que les capteurs fournissent un signal dépendant uniquement des déformations mécaniques de la couche de PZT, il serait nécessaire que chaque capteur ait sa propre électrode de référence.





---

## RESUME

---

La miniaturisation constante de composants électroniques, essentiels aux cartes de commande, tels que les générateurs de fréquences, les gyro-vibrants voire certains accéléromètres engendre la diminution de leur masse utile. Ces composants électroniques deviennent alors très sensibles aux sollicitations extérieures et perdent, de manière très importante, leur efficacité et la précision de leurs mesures. Deux stratégies peuvent alors être mises en oeuvre afin de résoudre ce problème : la stabilisation interne active du composant ou son isolation par rapport au support vibrant.

Notre étude nous a conduit aux validations, théorique et expérimentale, de ces deux méthodes de contrôle sur des composants sensibles réels. De plus, nous étendons, via une méthode de pénalisation, le champ d'application d'un critère d'optimisation structural de stratégies IFF au cas de stratégies DVF. Par ailleurs, une structure d'isolation originale fondée sur une loi de contrôle utilisant une mesure mixte en accélération absolue et en déplacement relatif est développée.

Isolation et Stabilisation actives - MEMS - Optimisation - Modèles multiphysiques

---

## ABSTRACT

---

The constant miniaturization of electronic components, essential to the electronic cards, such as the generators of frequencies, the vibrating gyroscopes or the accelerometers, generates the reduction in their useful mass. These electronic components become very sensitive to the external environment and lose, in a very important way, their effectiveness and the precision of their measurements. Then, two strategies can be implemented in order to solve this problem : active internal stabilization of component or its isolation to the vibrating support.

Our study led us to the theoretical and experimental validations of these two control methods on real sensitive components. Moreover, we extend, via a method of penalization, the application field of a structural criterion of optimization of strategies IFF to the case of strategies DVF. In addition, an original isolation structure founded on a control law using a mixed measurement in absolute acceleration and relative displacement is developed.

Active Stabilisation and Isolation - MEMS - Optimization - Multiphysics models